

# Schallabstrahlung eindimensionaler Punktstrahler-Arrays bei sehr kleinen Helmholtz-Zahlen ( $He \ll 1$ )

Jörn Hübelt, Institut für Akustik und Sprachkommunikation, TU Dresden, 01062 Dresden

## Einordnung

Die Möglichkeit zur Minderung des Schalleistungspegels durch destruktive Interferenz ist in der Praxis hinreichend bekannt. Oft werden dazu sogenannte aktive Kompensationsquellen eingesetzt. In den nachfolgenden Betrachtungen soll ein Beispiel diskutiert werden, welches ohne den Einsatz zusätzlicher Quellen realisiert werden kann. Dabei handelt sich um eine Punktstrahler-Anordnung mit kohärenten Elementarstrahlern, die sich insbesondere dadurch auszeichnet, daß die Abstände zwischen den benachbarten Strahlern klein gegenüber der Wellenlänge sind ( $He \ll 1$ ).

## Das Modell

Auf einer Geraden sind in äquidistanten Abständen  $d$  Düsen der Anzahl  $n$  angeordnet (Bild 1). Durch den Querschnitt dieser Düsen wird ein gasförmiges Medium gepumpt. Der dadurch entstehende Volumenstrom wird technisch bedingt in regelmäßigen Zeitabständen mittels einer mechanischen Vorrichtung unterbrochen (Grundfrequenz  $f_g = 500 \text{ Hz}$ ).

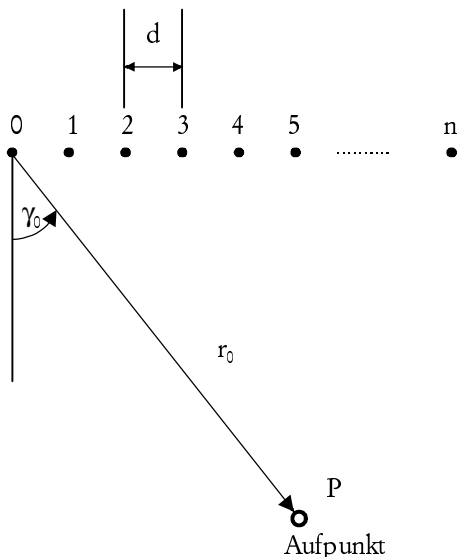


Bild 1 Geometrie des Strahler-Arrays.

Somit ist der aus der Düse austretende Volumenstrom eine quasi periodische Wechselgröße mit annähernd stationären Effektivwert. Da der Querschnitt der Düsen klein gegenüber der betrachteten Schallwellenlänge ist, kann der zeitliche Verlauf des Volumenflusses als Quellstärke eines akustischen Monopols, als Schallfluß  $q_n$

aufgefaßt werden. Im Frequenzbereich ist aufgrund der Periodizität des Vorgangs die Herausbildung eines diskreten Spektrums mit den spektralen Komponenten  $f_i = f_g \cdot i$  mit  $i \in N$  zu erwarten.

In einem Abstand  $r_0$  vom Koordinatenursprung befindet sich der Aufpunkt  $P$ . Das Schallfeld des Strahler-Arrays kann durch die Überlagerung der Schallfelder aller Elementarstrahler  $m=0,1,2 \dots n-1$  beschrieben werden.

Für den komplexen Schalldruck  $\underline{p}$  am Aufpunkt  $P$  gilt bekanntlich:

$$\underline{p} = \sum_{m=0}^{n-1} \underline{p}_m \quad (1)$$

$$= \frac{j\omega\rho}{4\pi} \left[ \underline{q}_0 \frac{e^{-jk r_0}}{r_0} + \underline{q}_1 \frac{e^{-jk(r_0 - \Delta r_1)}}{r_0 - \Delta r_1} + \dots + \underline{q}_{n-1} \frac{e^{-jk[r_0 - \Delta r_{n-1}]}}{r_0 - \Delta r_{n-1}} \right].$$

Zur Berechnung des Schalldrucks im Fernfeld der Strahleranordnung können zusätzlich Vereinfachungen getroffen werden:

Für Aufpunkte  $P$  ( $r_0 \gg (n-1)d$ ) gilt, daß

- $\gamma_m = \gamma_0$   
und zur Beschreibung der Amplitude in (1)

$$\left( q_m \cdot \frac{j\omega\rho}{4\pi(r_0 + \Delta r_m)} \right)$$

der Abstandsunterschied  $\Delta r_m$  vernachlässigt werden kann  $\rightarrow \Delta r_m = 0$ .

Unter der Voraussetzung kohärenter Strahler und Einführung eines Phasenwinkels  $\omega t_v$  zur Herbeiführung destruktiver Interferenz gilt daher mit den getroffenen Vereinfachungen für das Schallfeld des Arrays folgendes:

$$\underline{p} = \frac{jk\rho c}{4\pi r_0} q_0 \sum_{m=0}^{n-1} e^{-jk(r_0 - md \sin \gamma + mct_v)} \quad (2)$$

Die von der Schallquelle emittierte Schalleistung wird mit Hilfe einer die Schallquelle umschließenden Hüllfläche  $S$  und der Schallintensität  $I$  berechnet (im Fernfeld gilt  $\vec{I} \perp d\vec{S}$ ):

$$P = \int_{\gamma=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0} I(r, \gamma, \varphi) r d\varphi r \cdot \cos \gamma dy \quad (3)$$

$$= \int_{\gamma} I(r, \gamma) \cdot 2\pi r^2 \cos \gamma dy$$

Faßt man die Summe in Gleichung (2) als geometrische Reihe auf und bildet die Summenformel, erhält man mit (3) für die Schalleistung:

$$P = \frac{k \rho c}{8\pi d} |q_0|^2 \int_{-\frac{kd+\omega t_v}{2}}^{\frac{kd-\omega t_v}{2}} \frac{\sin^2(nx)}{\sin^2 x} dx \quad (4)$$

mit  $x = \left[ \frac{kd \sin \gamma - \omega t_v}{2} \right]$ .

### Minderung der abgestrahlten Schalleistung

Der Term innerhalb des Integrals (4) ist eine periodische Funktion, an den Stellen

$$\left[ \frac{kd \sin \gamma - \omega t_v}{2} \right] = i \cdot \pi \quad \text{mit } i \in \mathbb{Z} \quad (5)$$

treten ausgeprägte lokale Maxima auf. Die Lage des Integrationsintervalls in (4) ist abhängig von den Parametern  $d$ ,  $c$ ,  $\omega$  und  $t_v$ , seine Breite ist jedoch konstant mit  $\omega/c \cdot d$ .

Verschiebt man den Integrationsbereich derart, daß er sich außerhalb der Intervalle

$$\left\{ \left[ -m \cdot \pi - \frac{\pi}{2n} \right]; \left[ -m \cdot \pi + \frac{\pi}{2n} \right] \right\} \quad \text{mit } m \in \mathbb{Z} \quad (6)$$

befindet, tritt eine Verringerung der abgestrahlten Schalleistung  $P$  ein.

Die Verschiebung des Integrationsbereichs unter Befriedigung von Prämisse (6) kann mit der Verzögerungszeit  $t_v$  realisiert werden.

Die dadurch erreichte Änderung des Phasenwinkels  $\omega t_v$  ist jedoch frequenzabhängig. Folglich muß zur Minderung der Gesamtschalleistung eine Optimierung über den gesamten Frequenzbereich, d.h. für alle  $f_i = f_g \cdot i$  ( $i \in \mathbb{N}$ ) Spektralkomponenten erfolgen.

### Ein Beispiel

In Bild 2 ist die Minderung der Schalleistung bei einer Verzögerungszeit der benachbarten Einzelstrahler von  $t_v = 1,9 \text{ ms}$  dargestellt. Der Abstand zwischen den benachbarten Elementarstrahlern  $d$  beträgt dabei 5 mm.

Die gezeigte Funktion verläuft „kammförmig“. Während die im Frequenzspektrum der Quelle enthaltenen Komponenten  $f_i = f_g \cdot i$  ( $i \in \mathbb{N}$ ) periodisch auftreten, ändert sich bei der Kammfunktion der Abstand zwischen den lokalen Maxima bei wachsender Frequenz. Zusätzlich verringert sich dabei die Breite der lokalen Minima. Folglich werden bei jeder Auslegung des Systems im Spektrum Frequenzkomponenten enthalten sein, die in der Schalleistung keine Minderung erfahren.

In den meisten Fällen liegt der dominante Energieanteil im unteren Frequenzbereich des Erregerspektrums. Das System wird demnach so ausgelegt werden, daß unterhalb einer Grenzfrequenz alle Spektralkomponenten im Sperrbereich der Kammfunktion liegen.

Durch die in Bild 2 gezeigte Kammfunktion werden alle Spektralkomponenten unterhalb 8 kHz in der Schalleistung stark gemindert. Weiterhin kann davon ausgegangen werden, daß der signifikante Energieanteil des Erregerspektrums aller Einzelstrahler unterhalb 8 kHz liegt. Dies hat zur Folge, daß die abgestrahlte Gesamtschalleistung stark vermindert wird.

### Literatur

- [1] Thiessen, G. J.; Embleton, T. F. W.: Efficiency of a Linear Array of Point Sources with a Linear Phase Variation. JASA 30, 1958, S. 449-452

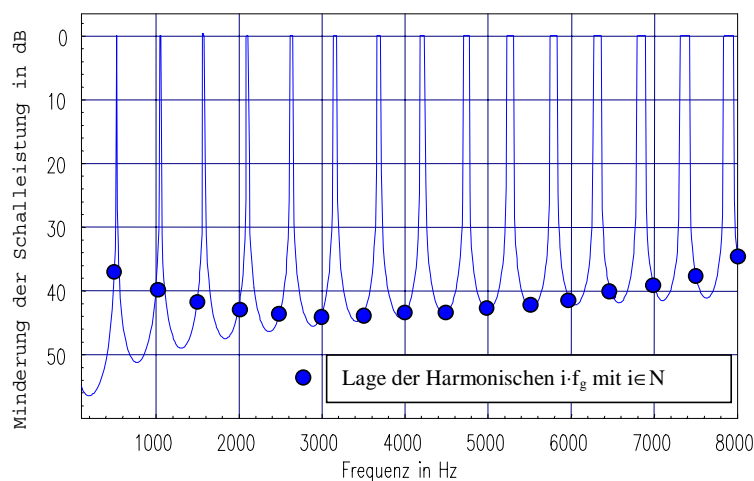


Bild 2 Von einem Punktstrahler-Array abgestrahlte Schalleistung bei einer Verzögerungszeit der Einzelstrahler von  $t_v = 1,9 \text{ ms}$  bezogen auf die Schalleistung bei gleichphasig schwingenden Elementarstrahlern  $t_v = 0$ .