

Zufallserregte Schwingungen von Solargeneratoren im Hallraum

Marold Moosrainer

Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München, 85577 Neubiberg

1 Überblick

Die beim Raketenstart auftretenden hohen Schallpegel von 140 dB und mehr stellen für die Strukturauslegung der großflächigen und leichten Solargeneratoren einen kritischen Lastfall dar. Nicht zuletzt aufgrund der akustischen Anregung spielt bei der im folgenden Beitrag vorgestellten numerischen Simulation die adäquate Modellierung der umgebenden Luft und der Kopplungsmechanismus mit der Struktur die zentrale Rolle. Ebenso entscheidend ist die effiziente numerische Umsetzung der akustischen Anregung durch ein diffuses Schallfeld. Die Kombination der *Finite Element Method (FEM)* zur Modellierung der Struktur und der *Boundary Element Method (BEM)* zur Beschreibung des Fluids hat sich für gekoppelte Analysen bewährt. Dennoch ist eine voll gekoppelte Analyse realer Strukturen mit mehreren tausend Freiheitsgraden eine relativ „teure“ Aufgabe. Aufgrund der einfachen Rechteckgeometrie der Solargeneratoren ist es jedoch möglich, die auf [2] zurückgehende Variationsformulierung der indirekten BEM für das Schallfeld mittels geeigneter Ansatzfunktionen im Sinne von Ritz halbanalytisch zu lösen.

2 Variationsformulierung

Alle dem Autor bekannten analytischen Arbeiten über den Fluideinfluß auf Plattenschwingungen gehen von der Annahme aus, daß die Platte in eine unendlich große, schallharte Wand eingebaut (*Baffled*) ist und somit das akustische Problem auf die Auswertung des Rayleigh-Integrals zurückgeführt bzw. mit den Methoden der Fourier-Akustik bearbeitet werden kann. Obwohl die *Baffled*-Annahme für viele Anwendungsfälle gerechtfertigt sein mag, ermöglicht gerade bei der akustischen Anregung von Solargeneratoren deren freier Rand den Druckausgleich („akustischer Kurzschluß“) zwischen Ober- und Unterseite der Platte, was besonders im technisch interessanten Bereich unterhalb der Koinzidenzfrequenz zu völlig anderen akustischen Verhältnissen führt. Die Beschreibung des Schallfeldes mittels des Kirchhoff-Helmholtz-Integrals erlaubt dagegen auch die korrekte Lösung des vorliegenden *Unbaffled*-Problems mit sämtlichen Reflektions-, Streuungs- und Beugungseffekten. Die Integralgleichung im Frequenzbereich kann auch als Variationsproblem formuliert werden [2] und es resultiert die Forderung nach der Stationarität eines Fluidpotentials $\delta\Pi_f = 0$, wobei die Variation bezüglich der akustischen Freiheitsgrade in Form des Schalldrucks \bar{p} auszuführen ist. Während bei der BEM ab hier lokale Ansätze über elementbezogene Interpolationsfunktionen $\mathbf{N}_f(x_1, x_2)$ und diskrete Knotenfreiheitsgrade $\hat{\bar{p}}$

$$\bar{p}(x_1, x_2) = \mathbf{N}_f(x_1, x_2) \hat{\bar{p}} \quad (1)$$

zur Diskretisierung dieser Potentialfunktion eingesetzt werden, sind für eine Rechteckgeometrie globale Ansatzfunktio-

nen $\Psi_{mn}(x_1, x_2)$ im Sinne von Ritz

$$\bar{p}(x_1, x_2) = \sum_{mn} \beta_{mn} \Psi_{mn}(x_1, x_2) \quad (2)$$

mit freien Koeffizienten β_{mn} eine gangbare Alternative. Über das Prinzip von Hamilton kann auch das Strukturproblem als Variationsaufgabe $\delta\Pi_s = 0$ aufgefaßt werden. Die Verschiebung als Freiheitsgrad der Struktur wird über modale Superposition der Vakuummoden $\Phi_{kl}(x_1, x_2)$ mit

$$u(x_1, x_2) = \sum_{kl} \alpha_{kl} \Phi_{kl}(x_1, x_2) \quad (3)$$

und den modalen Koordinaten α angesetzt. Fordert man schließlich die Stetigkeit der kinematischen und der kinetischen Variablen am Fluid-Struktur-Kontakt resultiert das lineare gekoppelte Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \check{\mathbf{Z}}_s & \check{\mathbf{L}} \\ \check{\mathbf{L}}^T & \frac{1}{\rho_f \Omega^2} \check{\mathbf{A}}_f \end{bmatrix}}_{\mathbf{z}} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \check{\mathbf{F}}_s \\ \check{\mathbf{F}}_f \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}}. \quad (4)$$

Die erste Zeile stellt mit der dynamischen Steifigkeit $\check{\mathbf{Z}}_s = -\Omega^2 \check{\mathbf{M}}_s + i\Omega \check{\mathbf{C}}_s + \check{\mathbf{K}}_s$ und dem Vektor der mechanischen Anregung $\check{\mathbf{F}}_s$ die diskrete Form der Strukturgleichung dar, die zweite Zeile mit der Admittanzmatrix des Fluids $\check{\mathbf{A}}_f$ und dem Vektor der akustischen Anregung $\check{\mathbf{F}}_f$ durch externe Schallquellen die diskreten Fluidgleichungen. $\check{\mathbf{L}}$ ist eine Kopplungsmatrix, die sowohl die Ansatzfunktionen der Struktur als auch die des Fluids enthält. Die gekoppelte FEM/BEM-Formulierung führt auf ein Gleichungssystem gleicher Gestalt [1].

3 Anregung im diffusen Schallfeld

Die akustischen Verhältnisse im Hallraum mit den vielfachen Reflektionen an schallharten Wänden lassen sich einerseits durch ein modales Fluidmodell des Hallraums nach den Gesichtspunkten der Raumakustik nachbilden. Da dies jedoch die Diskretisierung des gesamten Hallraumvolumens (bis zu 1000 m³) nach sich ziehen würde, ist ein gleichwertiges stochastisches Modell [1] erheblich effizienter. Das diffuse Feld wird dabei als Überlagerung unendlich vieler, aus allen Raumrichtungen mit zufälliger Phase einfallender ebener Wellen modelliert. Gemäß der Theorie der schwach stationären, ergodischen Zufallsprozesse kann eine stochastische Anregung im Frequenzbereich über die Matrix der spektralen Leistungsdichte $\mathbf{S}_x(\Omega)$ des Systemeingangs \mathbf{x} beschrieben werden. Bei rein akustischer Anregung ist im Anregungsvektor \mathbf{x} nach Gl. (4) nur der Vektor $\check{\mathbf{F}}_f$ enthalten, der im wesentlichen die Schnelle der einfallenden ungestörten Schallwellen im diffusen Schallfeld enthält. Die Matrix $\mathbf{S}_x(\Omega)$ kann für ein ideal diffuses Schallfeld analytisch angegeben werden. Die Übertragungsfunktion für ein diskretes FEM/BEM-System mit stochastischem Eingang lautet

$$\mathbf{S}_y(\Omega) = \mathbf{H}^*(\Omega) \mathbf{S}_x(\Omega) \mathbf{H}^T(\Omega) \quad (5)$$

mit $\mathbf{H}(\Omega) = \mathbf{Z}^{-1}(\Omega)$ als Übertragungsmatrix des gekoppelten Systems nach Gl. (4). Aus den spektralen Leistungsdichten $\mathbf{S}_y(\Omega)$ des Ausgangs lassen sich die RMS-Werte und daraus die stochastischen Verteilungsfunktionen berechnen, die letztlich in Versagenswahrscheinlichkeiten münden. Auch für das Modal/Ritz-System läßt sich eine zu Gl. (5) analoge Form angeben.

4 Gekoppelte FEM/BEM-Analyse

In Abb. 1 ist die gefaltete Startkonfiguration des Solargenerators skizziert. Nicht dargestellt sind die Niederhalter

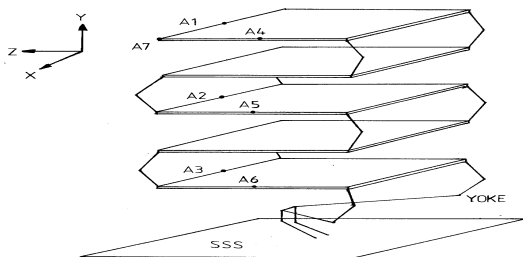


Abbildung 1: Startkonfiguration des Solargenerators

in Form von sechs Stäben, die die fünf Einzelplatten am Satelliten (SSS) fixieren. Das typische Flächengewicht dieser CFK-Konstruktionen mit offenen Deckschichten und Alu-Honeycomb-Core liegt bei ca. 3 kg/m^2 incl. Solarzellen. Im Frequenzbereich bis 150 Hz wurden 58 Struktur-

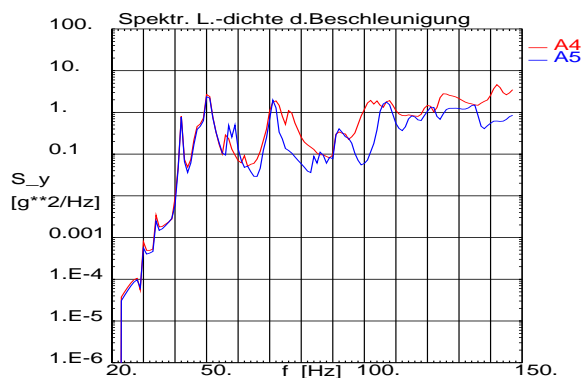


Abbildung 2: Spektrale Leistungsdichte bei A4 und A5

moden identifiziert. Als Anregung wurde weißes Rauschen in Oktavbändern gemäß der Spezifizierung der Trägerrakete aufgebracht. Eine gekoppelte FEM/BEM-Analyse mit den Programmsystemen MSC/NASTRAN und LMS/SYS-NOISE nach Maßgabe von Gl. (5) resultiert in der spektralen Leistungsdichte der Beschleunigung an den in Abb. 1 markierten Punkten A4 und A5, ausgedrückt in g^2/Hz mit $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Dabei wurde eine modale Basis von 142 Vakuummoden für die Struktur verwendet. Aus Konvergenztests im Vorfeld ergab sich ferner ein Fluidnetz mit 3220 Freiheitsgraden. Die CPU-Zeit für einen Frequenzschritt beträgt bei dieser Diskretisierung mehr als 4 h auf einem RISC10000/195MHz Prozessor.

5 Ritz-Verfahren

Die Implementierung des Modal/Ritz-Verfahrens nach Gl. (4) in einem speziell entwickelten Anwendungsprogramm mit graphischer Ein- und Ausgabe erlaubt die gekoppelte Berechnung von Plattenschwingungen mit mecha-

nischer oder akustischer Anregung gemäß Gl. (4). Da für die hohen CPU-Zeiten des letzten Abschnitts jedoch klar der akustische BEM-Teil des Gleichungssystems verantwortlich ist, wurde zur Überprüfung der Konvergenzgeschwindigkeit ein ungekoppeltes Streuungsproblem betrachtet. Eine quadratische dünne, *starre* Platte mit Kantenlänge $a = 1 \text{ m}$ wurde mit einer senkrecht einfallenden, ebenen Schallwelle beaufschlagt. Abb. 3 zeigt den Schalldrucksprung \bar{p} im Zen-

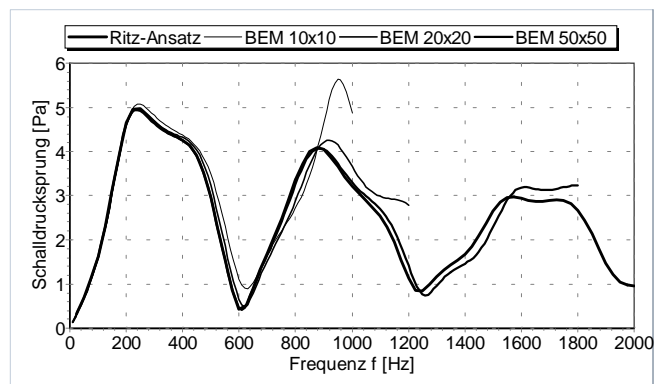


Abbildung 3: Ritz-Ansatz im Vergleich mit indirekter BEM trum der Platte wie er aus dem Ritz-Verfahren mit dem Ansatz Gl. (2) resultiert verglichen mit Ergebnissen aus einer ungekoppelten BEM-Analyse mit bilinearen Ansatzfunktionen. Es wird deutlich, daß die Faustregel sechs bilineare Elemente pro Wellenlänge der höchsten Frequenz zu verwenden, bei Streuungsproblemen an dünnen Strukturen nicht gilt. Die Diskretisierung mit 50×50 Elementen bzw. 2601 Knoten benötigt pro Frequenzschritt auf o.g. Hardware 150 s und konvergiert nach Abb. 3 nur bis ca. 1000 Hz ($ka \approx 20$), woraus sich ein modifiziertes Kriterium von etwa 17 bilinearen Elementen pro Wellenlänge ergibt. Setzt man für das Ritz-Verfahren eine obere Frequenzschranke von 1100 Hz, sind zur Konvergenz 81 Freiheitsgrade β_{mn} und damit nur 7 s pro Frequenzschritt erforderlich.

6 Ausblick

In Abb. 3 sind die Ritz-Ergebnisse (durchgehende Linie) basierend auf 169 Freiheitsgraden dargestellt, womit Konvergenz bis ca. 2200 Hz erzielt werden kann. Das entspricht einer Helmholtz-Zahl von $ka \approx 40$, ein Bereich, der mit BEM-Verfahren bei vertretbarem Aufwand bisher nicht abgedeckt werden konnte und deshalb der *Statistical Energy Analysis (SEA)* vorbehalten war. Variationsverfahren können so in der Akustik nicht nur als wertvolle Grundlage für diskretisierende Methoden wie der BEM dienen. Vielmehr lassen sich auf dieser Basis bei entsprechender Geometrie auch gewinnbringend globale Ritzansätze verwenden und äußerst effizient umsetzen.

Literatur

- [1] COYETTE, J.-P.; LECOMTE, C. und MEERBERGEN, K.: An efficient numerical procedure for approximating acoustic diffuse fields. In: *Proc. Fifth International Congress on Sound and Vibration*, Adelaide, Australia (Dezember 1997).
- [2] HAMDI, M. A.: *Formulation variationnelle par equations intégrales pour le calcul de champs acoustiques linéaires proches et lointains*. Dissertation, Université de Compiègne (1982).