

Nichtlineare Modellierung der Ultraschallausbreitung in biologischem Gewebe mit FDTD

Siegfried Ginter, Marko Liebler, Thomas Dreyer und Rainer Riedlinger,
Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik, Universität Karlsruhe, Kaiserstr. 12, D-76128 Karlsruhe

Einleitung

Hochintensiver fokussierter Ultraschall (HIFU) wird zunehmend für therapeutische Zwecke, z. B. in Schmerzbekämpfung oder zur Tumorzerstörung, eingesetzt. Bei der Ausbreitung von HIFU durch biologisches Gewebe treten neben linearen auch nichtlineare Effekte wie Aufteilung und Dämpfung der US-Welle auf, die in komplexer Weise miteinander wechselwirken. Um die Schallwirkung im Gewebe prognostizieren zu können, sind präzise Feldberechnungsmethoden notwendig.

Hier wird ein Simulationsmodell für die nichtlineare US-Ausbreitung durch dämpfendes Gewebe vorgestellt. Das Berechnungsverfahren basiert auf einer Kleinsignal-Näherung der hydrodynamischen Grundgleichung in 2. Ordnung und ist mit einem speziellen FDTD-Verfahren hoher Ordnung algorithmisch umgesetzt. Der Einfluß der frequenzabhängigen Gewebedämpfung (Frequenz-Potenz-Dämpfung) wird über einen zusätzlichen expliziten zeitdiskreten Operator in das Gesamtverfahren integriert.

Die Möglichkeiten dieser Methode werden durch Vergleich von Simulationsergebnissen mit analytischen Lösungen und Messungen demonstriert.

Mathematische Modellgleichungen

Ausgangspunkt für eine mathematische Beschreibung der Ausbreitung von HIFU durch Gewebe bilden die hydrodynamischen Grundgleichungen für ideale Fluide: die Kontinuitätsgleichung Gl. 1 und die Impulsgleichung Gl. 2

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \text{div } \rho_g \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_g \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + [(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}] \right) = -\text{grad } p_g. \quad (2)$$

Für die Behandlung akustischer Probleme ist es sinnvoll den Gesamtdruck p_g und die Gesamtdichte ρ_g in einen Ruhe- (Index 0) und einen Wechselanteil zu trennen: $p_g = p_0 + p$ mit p als akustischem Wechseldruck, $\rho_g = \rho_0 + \rho$ mit ρ als Wechseldichte und \vec{v} als akustischer Schnelle. Setzt man diesen Ansatz in Gl. 1 und Gl. 2 ein und vernachlässigt Terme dritter und höherer Ordnung in den akustischen Variablen, erhält man ein gekoppeltes partielles Gleichungssystem, welches die Ausbreitung von Ultraschallwellen endlicher Amplitude bis zweiter Ordnung beschreibt. Den fehlenden Zusammenhang zwischen ρ und p liefert eine nichtlineare Zustandsgleichung. Sie lautet für inhomogene Medien [3], [2]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c_0^2 \left[\left(1 + \frac{B}{A} \frac{\rho}{\rho_0} \right) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \text{grad } \rho \right], \quad (3)$$

c_0 ist die Schallgeschwindigkeit und B/A der Nichtlinearitätsparameter des Mediums. Die Gewebedämpfung wird breitbandig in Form eines Frequenz-Potenz-Gesetzes formuliert

$$\alpha(f) = \alpha_0 |f|^y, \quad (4)$$

mit α_0 als Dämpfungskonstante und y als Dämpfungsexponent.

Numerische Umsetzung der Gleichungen

Die numerische Umsetzung dieser nichtlinearen akustischen Gleichungen erfolgt mit einem expliziten Finiten Differenzen Verfahren im Zeitbereich (FDTD). Um eine korrekte Behandlung von eventuell auftretenden Stoßwellen zu garantieren, müssen die Gleichungen gemäß dem Theorem von Lax-Wendroff [1] in einer Erhaltungssform formuliert werden (Gl. 5 in Zylinderkoordinaten). Die zu berechnenden Größen \vec{w}^{n+1} ergeben sich aus den bekannten Größen \vec{w}^n , den räumlichen Änderungen der Flußgrößen \vec{F}_r, \vec{F}_z und den nichtlinearen und geometrischen Quelltermen, die im Vektor \vec{Q} enthalten sind,

$$\vec{w}^{n+1,*} = \vec{w}^n + \Delta t \int_{\Delta t} \left(\frac{\partial \vec{F}_r(\vec{w})}{\partial r} + \frac{\partial \vec{F}_z(\vec{w})}{\partial z} + \vec{Q} \right) dt, \quad (5)$$

mit

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} \rho \\ v_r \\ v_z \end{pmatrix}, \quad \vec{Q} = \begin{pmatrix} -(\rho_0 + \rho)v_r \\ \frac{\rho}{\rho_0(\rho_0 + \rho)} \frac{\partial p}{\partial r} - \left(v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) v_r \\ \frac{\rho}{\rho_0(\rho_0 + \rho)} \frac{\partial p}{\partial z} - \left(v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) v_z \end{pmatrix},$$

$$\vec{F}_r = \begin{pmatrix} (\rho_0 + \rho)v_r \\ p/\rho_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_z = \begin{pmatrix} (\rho_0 + \rho)v_z \\ 0 \\ p/\rho_0 \end{pmatrix}.$$

Die räumliche Differentiation wird in jeder Raumrichtung im Innern durch eine Sieben-Punkte-Schablone und am Rand durch symmetrische Schablonen reduzierter Ordnung approximiert. Die zeitliche Integration erfolgt mit einem Adams-Bashforth Verfahren vierter Ordnung. Die Koeffizienten der Differentiations- und Integrations-schablonen werden gemäß dem Dispersion-Relation-Preserving (DRP)-Verfahren [4] bestimmt. Dieses gewährleistet eine optimale Ausbreitung akustischer Wellenanteile im diskreten Rechengitter. Der Einbau der frequenzabhängigen Dämpfung in den FDTD-Algorithmus erfolgt in Gl. 6 als Korrekturschritt, der nach Gl. 5 durchgeführt wird. Die Frequenz-Potenz-Dämpfung nach Gl. 4 ist hierbei unter Berücksichtigung der Kausalität zu einem dispersiven Dämpfungsoperator erweitert worden [3]

$$\vec{w}^{n+1} = \vec{w}^{n+1,*} + \frac{\alpha_0 c_0 \Delta t}{\sin(1-y)\pi/2} \frac{\partial^y \vec{w}}{\partial t^y}. \quad (6)$$

Für $y = 2$ wird die klassische Dämpfung approximiert. Für $1 < y < 2$ hat der Operator einen dispersiven Charakter, er ist zeitlich nichtlokal. Für die Bestimmung der fraktionalen Ableitung $\partial^y / \partial t^y$ der Größe \vec{w} muß theoretisch die komplette Zeitinformation vorliegen. Um die fraktionale Ableitung mit diskreten Zeitwerten darstellen zu können, wird der Operator zunächst im \mathcal{Z} -Bereich formal dargestellt $\mathcal{Z} \left\{ \frac{\partial^y \vec{w}(t)}{\partial t^y} \right\} \approx \left(\frac{1-z^{-1}}{\Delta T} \right)^y \vec{W}(z)$. Anschließend wird der Ausdruck in eine Binomialreihe entwickelt

[5].

$$\left(\frac{1-z^{-1}}{\Delta T}\right)^y \vec{W}(z) = \frac{1}{\Delta T^y} \sum_{r=0}^{\infty} \binom{y}{r} (-z)^{-r} \vec{W}(z) \quad (7)$$

Aufgrund begrenzter Rechnerressourcen muß die fraktionale Ableitung mit einer endlichen Anzahl M diskreter Zeitwerte approximiert werden. Um dennoch genügend Zeitinformation der Feldgrößen verarbeiten zu können, wurde ein gegenüber der US-Ausbreitung N -fach vergrößertes $\Delta T = N\Delta t_{US}$ gewählt. Eine optimale Einstellung der Parameter M, N hängt entscheidend vom Dämpfungsexponenten y ab.

Modellverifikation

Die Modellgleichung (Gl. 5) wurde durch Messungen validiert. Hierzu stand ein selbstfokussierender piezoelektrischer Sender der Richard Wolf GmbH mit einer Brennweite von 5.5cm und einem Öffnungswinkel von 114° zur Verfügung. Die Messungen wurden im Wasserbad mit einem Faseroptischen Sondenhydrofon durchgeführt. Abbildung 1 zeigt gemessene und simulierte Druck-Zeit-

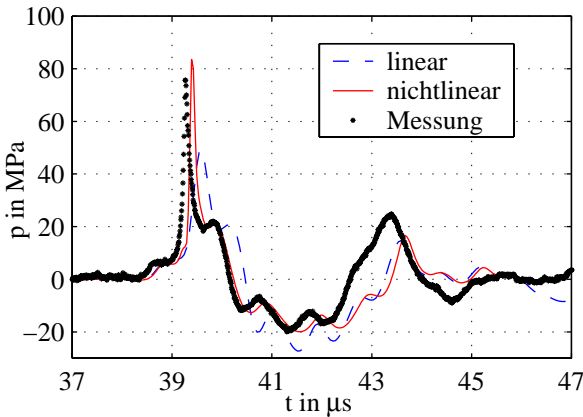


Abbildung 1: Vergleich von Messung und Rechnung in Wasser

Verläufe im akustischen Fokus. Als Anfangssignal für die numerischen Rechnungen diente ein gemessener Druck-Zeit-Verlauf. Vergleichsweise wurde dieselbe Anordnung mit einem linearen Modell berechnet. Man erkennt deutlich den Unterschied in der erreichten Maximalamplitude zwischen linearer und nichtlinearer Rechnung.

Die Validierung von Gl. 6 und Gl. 7 erfolgt durch Vergleich von simulierten Dämpfungsverläufen mit der vorgegebenen Frequenz-Potenz-Dämpfung. Hierbei wurde die lineare Ausbreitung einer ebenen Welle durch eine dämpfende Gewebeschicht betrachtet. Als Ausgangssignal diente ein breitbandiger Gaußpuls mit Frequenzkomponenten bis 3.5MHz. In Abbildung 2 sind neben der idealen Dämpfungskurve mit einem Dämpfungsexponenten von $y = 1.6$ verschiedene Approximationen gezeigt. Man sieht, daß auch mit endlicher Anzahl von Zeitwerten ($M = 90, N = 1$) eine ausreichend gute Approximation erreicht werden kann. Eine Verkleinerung des kompletten Zeitfensters ($M = 30, N = 1$) führt zu einem nicht tolerierbaren Berechnungsfehler in der Dämpfung tiefer Frequenzkomponenten. Eine deutliche Verbesserung mit

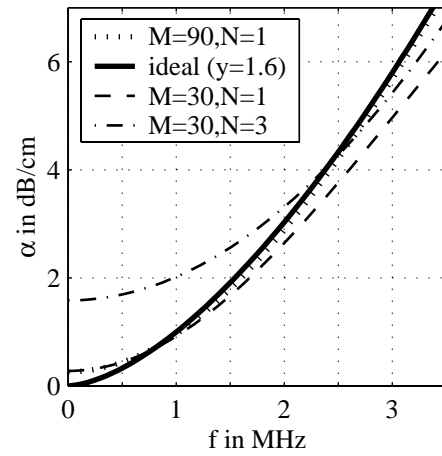


Abbildung 2: Vergleich von idealen und approximierten Dämpfungskurven für $y = 1.6$

gleichem Aufwand erzielt man durch eine Vergrößerung der zeitlichen Abtastung ($M = 30, N = 3$).

Schlußfolgerungen

Die hier vorgestellte und verifizierte Berechnungsmethode kann die Ausbreitung von therapeutischem Ultraschall durch Körpergewebe besser simulieren als bisherige Verfahren. Hiermit läßt sich erstmals der komplexe Zusammenhang zwischen nichtlinearer Aufsteilung und Dämpfung untersuchen, dessen Kenntnis entscheidend zu einer weitergehenden Optimierung der US-Therapien beitragen kann.

Literatur

- [1] R. J. Le Veque, *Numerical Methods for Conservation Laws*. Birkhäuser Verlag, 1992.
- [2] A.D. Pierce, *Acoustics*. Acoustical Society of America, New York, 1991.
- [3] E. Steiger, *Modellierung der Ausbreitung in extrakorporalen Therapien eingesetzter Ultraschallimpulse hoher Intensität*. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Universität Karlsruhe, 1998.
- [4] C.K.W. Tam and J.C. Webb, Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journ. Comp. Phys.*, 107:262-281, 1993.
- [5] M.G. Wismer and R. Ludwig, An explicit numerical time domain formulation to simulate pulsed pressure waves in viscous fluids exhibiting arbitrary frequency power law attenuation. *IEEE Trans. Ultras. Ferro. Freq. Control*, 42(6):1040-1049, 1995.