

Simulation von Streuung und Beugung ohne Rechenzeitexplosion ?

Lösung durch Kombination der Schallteilchen- mit der Radiosity-Methode

Uwe M. Stephenson (FH Hamburg, Fb Bauingenieurwesen, Hebebrandstr. 1, 22297 HH)

In Raumakustik und Lärmimmissionsprognose werden im Wesentlichen drei Grundalgorithmen verwendet: die Spiegelquellenmethode, Strahlverfolgungsmethoden und neuerdings, wie aus der Optik bekannt, die Radiosity- (Strahlungsaustausch-) Methode. Problem: Die erste Methode kann nur geometrische, die zweite auch diffuse, keine aber definiert streuende Reflexionen oder Beugungen effizient bearbeiten (s. Tab.1). Ziel ist es seit langem, die Raumakustik-Simulation, als nächstbeste Näherung, um diese Welleneffekte zu erweitern, aber auch winkelgetreue Beugung in "Schattenbereiche" – auch höherer Ordnung - mit Reflexionen beliebig zu kombinieren. In letzter Zeit wurden diverse hybride Verfahren umgesetzt (s. z.B. [5], aber ohne Beugung). Annahme: Der Raum sei ein Polyeder (typ. 20– 500 Polygone), d.h. habe ebene Oberflächen, in viele kleine, etwa gleich große Patche unterteilbar. Der "Raum" kann auch offen sein, wird durch einen absorbierenden "Himmel" zu einem geschlossenen. Am besten ist er in konvexe Teilräume unterteilt. Gesucht: EIN geschlossener universeller, effizienter Simulations-Algorithmus.

Die bekannte Spiegelquellenmethode (SSQM) ist (im Sinne der geometrischen Raumakustik) exakt, ersetzt reflektierende Wände durch Spiegelquellen. Die Anzahl rekursiv konstruierbarer SSQ (Baumstruktur) wächst (bei K_0 Wänden) exponentiell mit der Reflexionsordnung L_0 gemäß $K_0^{L_0}$, die Anzahl- nach sehr aufwändigen Testalgorithmen – „sichtbarer“ jedoch nur mit L_0^3 , diese klassische SSQM ist also extrem ineffizient (außer für kleine L_0) [1]. Heute werden die SSQ meist mithilfe Ray-Tracing gefunden – nur leider eben nicht alle (Abtastfehler). Die SSQM könnte nun **Beugung nach dem Umwegmodell** erweitert werden. Zur Berechnung der Schallbeugung sind analytische und numerische Ansätze bekannt, allerdings nur für elementare Anordnungen wie den halbbunendlich-ebenen Schirm oder Keil. Sobald Kombinationen derselben auftreten wie ausgedehnte Gebäude, Mehrfachbeugungen oder gar Kombinationen mit Reflexionen, entstehen Widersprüche.

Die Schallteilchen-Simulations-Methode (STSM) vollzieht die Schallausbreitung mithilfe einer endlichen Zahl von „Schallteilchen“ als Energieträgern direkt nach. Die Raumoberfläche wird nur mit begrenzter Auflösung „abgetastet“; trotzdem sind die numerischen Fehler bei gleicher Rechenzeit meist geringer als bei der SSQM [1]. Alternativ können statt Strahlen (*rays*) auch räumlich ausgedehnte Strahlen (*beams*), z.B. Kegel, oder, zur dichten Raumwinkelabdeckung, Pyramiden verfolgt werden, die in Empfangspunkten wie Spiegelquellen registriert werden. Läßt man bei der Wandreflexion von Pyramiden auch rekursive Aufspaltung zu, hat man eine Art effiziente Spiegelquellenmethode, s. die QPBT –Methode unten [4].

Die Erweiterung eines Teilchenmodells um Beugung ist naturgemäß schwierig. Von der Idee einer Beugungswchselwirkung beim Vorbeiflug an Kanten – „je dichter Vorbeiflugabstand, desto breiter eine Ablenkungswahrscheinlichkeitsdichtefunktion“, hergeleitet aus

der Spaltbeugung, ging ein heuristisches Modell aus [2]. Ein ähnliches Schallteilchen-Beugungs-Modell wurde aus der Fresnel-Theorie und der Betrachtung des Energieflusses um eine beugende Kante abgeleitet [3]. Die Beugung an Kanten vorbeifliegender ST könnte durch an Kanten angesetzte ca. wellenlängenbreite „transparente Wände“ technisch erfasst werden. In jedem Falle jedoch (bei SSQM wie STSM) entsteht bei Einbau von Beugung ein rekursiver Algorithmus mit einer unsinnig (exponentiell) wachsenden Anzahl von Energieträgern.

Die Radiosity-Methode basiert auf dem diffusen Strahlungsaustausch zwischen Paaren von K_0 Oberflächenelementen (Patchen, quantisiert wird also die Raumoberfläche). Vorweg werden einmalig aus dem gegenseitigen Abstand dieser Patche –näherungsweise zwischen ihren Flächenschwerpunkten -, den Auftreffwinkeln und (statt dem Integral) aus dem Produkt mit einer der Flächen ([6] s. Bild 1) "Formfaktoren" berechnet, die als **Energie-Umverteilungsfaktoren** interpretiert werden können. So entsteht ein lineares Gleichungssystem- die numerische Form von Kuttruff's Integralgleichung [6]. Ergebnis sind die Oberflächen- Bestrahlungsdichten als Eigenvektor.

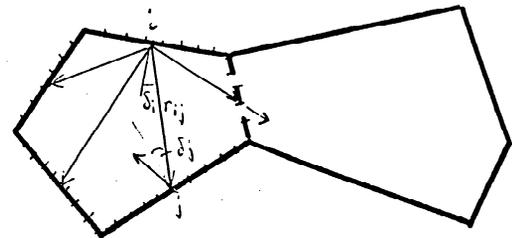


Bild 1) Strahlungsaustausch zwischen Wänden, hier eines nicht-konvexen Raumes, zerlegt in 2 konvexe Teilräume

Entscheidende Vorteile einer Zerlegung des Raumes in konvexe Teilräume sind die Reduzierung der Rechenzeit durch Reduzierung der Anzahl möglicher Energieaustauschpfade, des Speicherbedarfs (Matrixgröße, s.u.) sowie die Erfassung von Beugung auf „transparenten Wänden“ nahe Kanten.

Die Effizienz der Radiosity-Methode basiert auf der nur paarweisen Betrachtung und damit wesentlich auf dem „Vergessen-Können“ der Herkunft von Schall. Man kann sie also von Natur aus nicht um geometrische Reflexionen oder vom Einfallswinkel abhängige Streuungen erweitern.

Vorläufige Schlussfolgerung und Idee: Ein qualitativ neuer Algorithmus wird das Problem der Strahlenexplosion durch einen Wiedervereinigungseffekt lösen müssen- ähnlich wie beim Radiosity-Verfahren durch Sammeln von Schallenergie auf nur endlich vielen kleinen Raumoberflächenelementen (Patchen). Dabei würden neben der **Raumoberfläche** auch die **Abstrahlraumwinkel** sowie die **Laufzeiten** quantisiert. Probleme: Zeitabhängige Formulierung und Erweiterung um geometrische Reflexionen.

Gebiet	Wellen-Theoretische Raumakustik	Geometrische Raumakustik niedere höhere Reflexionen		(geometrische) Optik
Verh. Wellenlänge/ Raumabmessung	Groß – mittel	Klein	Klein- mittel	Extrem klein
Geeignete Rechenmethode	FEM/ BEM	Spiegel-Schallquellen-M.	Ray Tracing / Schallteilchen-M.	Radiosity- (Strahlungsaustausch-) M.
Quantisiert	Volumen / Oberfläche	(Endl. Anz. Reflex.)	Abstrahlraumwinkel	Raumoberfl. + Zeit
Reflexionen	-	Geometrisch	Geometrisch/Diffus	Diffus
Rechenzeit	bei großen Räumen extrem lang	Ineffektiv, sehr lang	Effektiv, mäßig	sehr kurz
Erweiterbarkeit	(Beugung Enthalten)	Beugungsformeln ex. Widersprüche, Rechenzeitexplosion!	Schwierig! Lösungsansätze da, Rechenzeitexplosion!	Erweiterung um geometrische Reflexionen nicht möglich

Tab.1) Klassifizierung der 3 Rechenmethoden (und der Boundary-Element-Methode, BEM)

Die Lösung von Trondheim: "Quantized Pyramidal Beam Tracing" (QPBT). Eine nähere Lösung dazu, die Methode der

quantisierten Pyramidenstrahlen („Pyre“) wurde vom Autor bereits in [4] veröffentlicht - eine Art Kombination von Spiegelquellenmethode

mit Radiosity. Jeder Pyr, gebildet aus (Spiegel-) Quellpunkt als Spitze und Wänden als Querschnittspolygon, repräsentiert eine in seinem Raumwinkelbereich sichtbare SSQ. Die Konstruktion unsichtbarer SSQ wird so von vorneherein vermieden. Soweit ist QPBT ein effektives SSQ-Verfahren (Anzahl Pyre prop. L_0^3). Die Pyre werden bei Reflexion an Wänden rekursiv aufgespalten. Sie können beliebig gebeugt oder gestreut werden. Die dann aber wieder exponentielle Zunahme wird verhindert durch den Wiedervereinigungseffekt in einem quantisierten Spiegelquellenraum.

Probleme und ungelöste Fragen von QPBT:

- Geometrie und Datenstruktur der „Pyre“ sind kompliziert;
- besonders das Aufspalten bei teilweisem Auftreffen auf Wände;
- die Bearbeitungsreihenfolge („quasi-Echtzeit!“) ist schwierig.

Neue Lösung: Kombination von Radiosity mit Schallteilchen.

Idee: Die Erweiterung auf der Radiosity-Methode um geometrische Reflexionen scheitert am Divergenz-Problem. Die Frage der Raumwinkelquantisierung ist sehr kompliziert. Raumwinkel werden beim Radiosity-Verfahren einfach durch die gegenüberliegenden Patche definiert. Die zeitabhängig Ausführung überschaubar. Es gibt „von selbst“ nur eine endliche Zahl von Schallübertragungspfaden. Das Divergenzproblem und das „Erinnerungsproblem“ wären in beliebig guter Näherung durch eine genügende Anzahl von Patchen und Schallteilchen lösbar (Schallteilchen laufen auf idealen Strahlen und tragen alle Informationen.) Als Rahmenalgorithmus sollte daher der eines zeitabhängigen Radiosity-Verfahrens genutzt werden, die Patche bei Radiosity allgemein als „Umverteilungstationen von Schallenergie“. Als Träger geometrisch reflektierter Schallanteile sollten Schallteilchen dienen, welche, quasi-parallel mit der Umverteilung diffus reflektierter Energie nach dem Radiosityverfahren – von Patch zu Patch wie üblich verfolgt, aber auf deren Mittelpunkte „zurechtgerückt“ und so zum Teil „wiedervereinigt“ werden; statt aber Verfolgung Teilchen für Teilchen über jeweils alle Reflexionen, schrittweise Weitergabe der Schallenergie von Fläche zu Fläche

Zeitabhängig-zukunftsorientierten Formulierung von Radiosity

Problem: es kann nicht einfach eine komplette Verteilung der Wandbestrahlungsichten in einem Schritt aus einer einzigen vorhergehenden abgeleitet werden! Statt einer Matrix-Multiplikation geschieht (nach Zuweisung aller Bestrahlungsenergie an den Quellpunkt) die Umverteilung in individueller Reihenfolge: die Beiträge werden aufaddiert in einer Dreifachschleife • über alle Zeitintervalle - „älteste“ Sendeflächen, d.h. unterste Zeile in Bild 2 zuerst! - • für alle Sendeflächen und • alle Empfangsflächen. Nach einer Generation von Umverteilungen werden die alten Beiträge gelöscht; dadurch sind die „untersten Zeilen“ wiederverwertbar, der benötigte Speicherplatz ist begrenzt (Rotationsverfahren).

Zeitintervalle $Nr./n_{max}$ = Anzahl für, Raumdagonale

n_{max}		x		x			X
6	x	x		x			X
5		x		x		x	X
4	x		x	x		x	
3		x	x			X	x
2	x		x	x			x
1		x				X	
0	1	x					K_0
		Quelle	3	4	5	6	
			Nr./ k_0 = Anzahl Patche				

Bild 2) zur Umverteilung innerhalb der Energie-Matrix (x =besetzt) Überraschend stellte sich nun heraus: Die Ausführungsreihenfolge kann „stur“, zeilenweise sein; ausgefeilte Optimierungen lohnen nicht (der Besetzungsgrad der Matrix ist gleich der mittleren freien Weglänge / Raumdagonale, also relativ hoch). Das ist für die effiziente Ausführbarkeit entscheidend!

Rahmen-Algorithmus

wie iterativ- zukunftsorientiertes Radiosity, angewandt auch auf geometrische, via Schallteilchen weitergegebene Energieanteile!

- Aussendung vom Quellpunkt zum Zeitpunkt 0;
- Verteilung der diffusen Energieanteile (wie bei Radiosity)
- Transport geometrischer Anteile mithilfe Schallteilchen

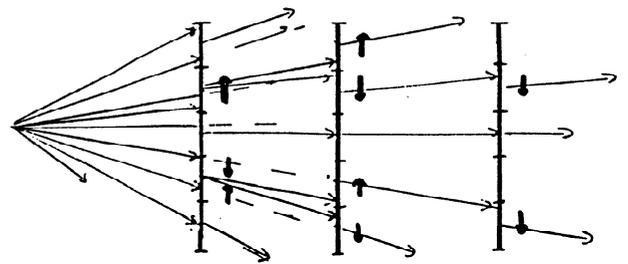


Bild 3: Strahlen-(Schallteilchen-)Büschel, an mehreren Wänden reflektiert, in der Darstellung vereinfacht geradlinig, dabei Zurechtrücken von Schallteilchen-Treffpunkten auf die Mittelpunkte getroffener Patche: die mittlere Flugrichtung bleibt erhalten.

Unter-Algorithmus Schallteilchen-Verfolgung

- Multiplikation der ST-Energie mit dem Reflexionsgrad des emittierenden Patches;
- Multiplikation ggf mit dem Nicht-Diffusitätsgrad;
- Finden Treffpunkt und Zeitintervall auf gegenüberlieg. Patchen
- Zurechtrücken Treffpunkt auf Patchmittelpunkt (s. Bild 3)
- Übertrag und Aufaddition der ST-Energien auf die diffus zu emittierenden Anteile;
- Berechnung der zukünftigen Ausfallsrichtung des Schallteilchens bei geometrischer Reflexion vom Patch; Nummerierung;

Bei der Umverteilung AUF den Patchen gibt es 4 Möglichkeiten erst geometrisch oder diffus angekommener, dann geometrisch oder diffus weiterzutransportierender Energie. Diese können durch die entsprechenden Reflexions- und Diffusitätsgrade erfasst werden. Im Falle nicht perfekt diffuser Reflexionen und nur diffus eingestrahler müssen dabei neue Schallteilchen kreiert werden. **Immissionsberechnung an Empfangspunkten:** bei (nur zuletzt!) diffuser Abstrahlung aus den Oberflächen-Energien, bei geometrischer wie nach dem Schallteilchenverfahren, d.h. mit Hilfe von Detektoren. Oder die Empfänger sind selbst eine Teil der Raumbofläche.

Zusammenfassung

Mit dem vorgeschlagenen Kombinationsverfahren wird die Schallausbreitung mit geometrischen oder diffusen Reflexionen und Streuungen in einem universellen „Energieumverteilungsverfahren“ direkt nachvollzogen, in fast derselben Reihenfolge wie in Echtzeit. Im Laufe der Zeit wird dabei immer mehr Schallenergie diffus und immer weniger spiegelnd übertragen. Eine Erweiterung um Streuung und Beugung ist möglich durch Einführung von Randpatchen „transparenter Wände“ nahe Kanten mit, je nach Abstand und Wellenlänge, verschiedenen Streugraden und Anwendung des Schallteilchen-Beugungs- Verfahrens - ohne Rechenzeitexplosion!

Größenordnung Rechenzeiten: einige Stunden (abgeschätzt aus Vergleich mit der STSM, reduzierbar u.a. durch Konvexzerlegung) **sehr hoher Arbeitsspeicherbedarf typ. 500MB** (hauptsächlich für die Großmatrix der Umverteilungsfaktoren)

Literatur

- [1] Stephenson, U.M.; Comparison of the Mirror Image Source Method and the Sound Particle Simulation Method. Applied Acoustics 29 (1990), H.1, 35-72.
- [2] Stephenson, U., Mechel, F.P.: Wie werden Schallteilchen gebeugt? In: Fortschritte der Akustik, DAGA 1986, Oldenburg, DPG-Verlag, Bad Honnef, 1986, 605-608.
- [3] Stephenson, U.M.; Ein neuer Ansatz zur Schallteilchen-Beugung; In: Fortschritte der Akustik, DAGA 1993, Frankfurt, DPG-GmbH, Bad Honnef, 1993, 235-238
- [4] Stephenson, U.; Quantized Pyramidal Beam Tracing - a new algorithm for room acoustics and noise immission prognosis; ACUSTICA united with acta acustica, vol. 82 (1996), 517-525
- [5] Dalenbäck, B.-I.; Room Acoustic Prediction Based on a Unified Treatment of Diffuse and Specular Reflection; in: J.Acoust.Soc.Am. 1995 (?)
- [6] Kuttruff, H.; Energetic Sound Propagation in Rooms; Acustica / acta acustica vol 83 (1997), S. 622-628