Ein modalanalytischer Ansatz zur Bestimmung der globalen Bewegungsformen von Kraftfahrzeugen Teil I: Methode

Frédéric Périard, Markus Kosfelder
Volkswagen AG, Wolfsburg

1. Einleitung

Der Fahrkomfort eines Kraftfahrzeugs wird im Bereich der niedrigen Frequenzen (< 40 Hz) vor allem durch betriebserregte Schwingungen der Struktur beeinträchtigt [1]. Ein Teil der Schwingungen wird durch lokale Resonanzen verursacht (z. B. Lenksäule). Ein anderer Teil besteht aus den globalen Schwingungen des Fahrzeugs. Diese bestehen sowohl aus Starrkörperschwingungen als auch aus elastischen Schwingungen der Karosserie, die vom Fahrwerk angeregt werden.

In diesem Beitrag soll die vertikale Dynamik des Gesamtfahrzeuges betrachtet werden. Um die im Betrieb auftretenden vertikalen Schwingungen analysieren zu können, ist es notwendig, die Schwingungseigenschaften eines Gesamtfahrzeuges zu ermitteln. Für diesen Zweck existieren im Prinzip die folgenden Verfahren:

- Klassische Modalanalyse: Basiert auf der Messung von Übertragungsfunktionen; die Modalanalyse ermittelt die modalen Eigenschaften unter der Voraussetzung, dass das System sich linear verhält [2]. Weil das Fahrwerk im Betrieb große Nichtlinearitäten aufweist, können nur Fahrzeugaufbauzustände ohne Fahrwerk, also Rohkarosse oder Trimmed-Body untersucht werden.
- Operational Modal Analysis: Diese Methode basiert auf einer Anpassung der klassischen Modalanalyse an den Fall der Betriebserregung. Statt Übertragungsfunktionen werden für die modale Zerlegung die aus einem definierten Betriebszustand ermittelten Antwortfunktionen benutzt (die Anregungskräfte bleiben unbekannt). Bei dieser Methode wird sowohl Linearität des Systems als auch eine gleichmäßige Anregung der Struktur vorausgesetzt [3].
- Komplexere Methoden, welche das nichtlineare Verhalten eines Fahrzeugs beschreiben können (wie z. B. die FEM), sind sehr aufwändig [4].

Aufgrund der Unzulänglichkeit der üblichen Analyseverfahren wurde deshalb eine neue Methode entwickelt, welche die in einem definierten Betriebszustand auftretenden Amplituden beschreiben und daraus Systemeigenschaften ermitteln kann. Dafür werden als Basis für eine Schwingungszerlegung nicht mehr modale Formen berechnet, sondern kinematische Bewegungsformen vorausgesetzt. Deswegen kann sie auch auf beliebige, nichtlineare Systeme (wie z.B. ein Gesamtfahrzeug) angewandt werden.

2. Theorie

Als Eingangsgrößen gehen in die Analyse die an 10 Punkten der Karosserie im Fahrbetrieb gemessenen vertikalen Beschleunigungen ein. Um lokale Effekte zu vermeiden, werden möglichst steife Punkte der Struktur verwendet. Im Einzelnen liegen vier Messpunkte an den Längsträgerenden, vier an den Federbeindomen und zwei in der Mitte der Schweller (siehe Abb. 1, unten rechts).

Diese 10 Signale werden folgendermaßen in globale Bewegungsformen zerlegt: Wird eine horizontal liegende Fläche (x-y Ebene) mit den Außenabmessungen des Fahrzeugs angenommen, können die vertikalen Auslenkungen durch ein Polynom beschrieben werden:

$$U_i(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 \quad i = 1...5$$

Durch die Auswahl der Parameter a_0 bis a_4 können 5 verschiedene Bewegungsformen beschrieben werden. Der hier verwendete Ansatz besteht aus 3 Starrkörperbewegungsformen (Hub, Nicken, Wanken) und 2 elastischen Bewegungsformen (Torsion und Biegung):

$$\begin{aligned}
&Hub: && U_1(x,y) = 1 \\
&Nicken: && U_2(x,y) = \left(1/l_x\right)x \\
&Wanken: && U_3(x,y) = \left(1/l_y\right)y \\
&Torsion: && U_4(x,y) = \left(1/l_x\right)\left(1/l_y\right)xy \\
&Biegung: && U_5(x,y) = -1 + \left(3/l_x^2\right)x^2
\end{aligned}$$

Dabei beschreiben l_x und l_y die halbe Länge bzw. halbe Breite des Fahrzeugs. Diese in Abbildung 1 gezeigten Formen sind alle zueinander orthogonal, so dass sie eine Basis für eine kinematische Beschreibung der gesamten Bewegung bilden. Die Orthogonalitätsbedingung lautet

$$\int_{-l_x}^{l_x}\int_{-l_y}^{l_y} U_i\, U_j \, dx\, dy = 0 \quad mit\, i \neq j;\, i = 1...5;\, j = 1...5\,,$$

wobei sich der Integrationsbereich über die gesamte das Fahrzeug beschreibende Fläche erstreckt. Diese Beschreibung der Fahrzeugbewegung gilt näherungsweise unter der Voraussetzung, dass sie die realen modalen Bewegungsformen des Fahrzeugs abbildet.

Ähnlich wie bei der klassischen Modalanalyse wird eine Matrix $\underline{\underline{B}}$ gebildet, die die Bewegungsbeteiligungen der 5 Formen für alle 10 Punkte beinhaltet:

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} U_1(Pt_1) & \Lambda & U_5(Pt_1) \\ \mathrm{M} & & \mathrm{M} \\ U_1(Pt_{10}) & \Lambda & U_5(Pt_{10}) \end{bmatrix}_{10x5}$$

Weiterhin werden die Vektoren $\underline{M}(t)$ und $\underline{A}(t)$ definiert:

- $\underline{M}(t)$: Ein Vektor der Dimension 10, der die Messsignale der 10 Messpunkte beinhaltet.

- $\underline{A}(t)$: Ein Vektor der Dimension 5, der 5 globale Amplituden der Bewegungsformen beinhaltet.

Damit gilt folgende Beziehung:

$$\underline{M}(t) = \underline{\underline{B}}\,\underline{A}(t)$$

Diese Beziehung beschreibt den Zusammenhang zwischen den Geometrieeigenschaften der betrachteten Punkte (in $\underline{B}(t)$) und den globalen Amplituden $\underline{A}(t)$ mit dem Vektor der Messdaten $\underline{M}(t)$.
Um als Lösung dieser Gleichung die Amplituden der Bewegungsformen zu bekommen, ist eine Invertierung der Matrix $\underline{B}(t)$ erforderlich. Weil das Gleichungssystem überbestimmt ist, wird ein Regressionsverfahren (Methode der kleinsten Quadrate) angewendet [5]:
Hierzu wird dem Messvektor ein Vektor $\underline{R}(t)$ (Residuum oder Fehlervektor) beigefügt:

$$\underline{M}(t) - \underline{R}(t) = \underline{\underline{B}}\,\underline{A}(t)$$

Dieser Vektor wird so bestimmt, dass das Gleichungssystem zu einem regulären System der Dimension 5x5 und zu weiteren 5 abhängigen Gleichungen reduziert wird. Zusätzlich wird der Fehlervektor optimiert. Hierzu wird die Summe der Quadrate seiner Komponenten minimiert:

$$\underline{R}^T(t) \cdot \underline{R}(t) = Min.$$

Daraus folgt das folgende Gleichungssystem, in dem die Systemmatrix eine reguläre Matrix der Dimension 5x5 ist:

$$\underline{A}(t) = \left[\left(\underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{B}} \right)^{-1} \underline{\underline{B}}^T \right]_{5x5} \underline{M}(t)$$

Der Fehlervektor ist gleichzeitig ein Mass für die Qualität des Verfahrens. Die Komponenten des Fehlervektors sind klein im Vergleich zu den Messsignalen, solange der Bewegungsansatz mit den realen im Fahrzeug auftretenden Formen übereinstimmt und keine weiteren Formen auftreten. Diese Gleichung ist für jeden diskreten Zeitpunkt der Messung zu lösen. Es resultieren daraus die 5 globalen Bewegungsamplituden. Zur Veranschaulichung der Ergebnisse werden anschließend die Zeitsignale in den Frequenzbereich umgewandelt und als spektrale Dichte dargestellt.

3. Ergebnisse

Abb. 2 zeigt die resultierenden globalen Amplituden $\underline{A}(t)$ der 5 Bewegungsformen für ein reales Fahrzeug bei der Fahrt über eine unebene Straße. Bei $\underline{A}(t)$ handelt es sich um globale, den einzelnen Bewegungsformen zugehörende Größen. Sie werde im Folgenden auch etwas vereinfacht Modale Amplituden genannt. Weil sie keinem bestimmten Messpunkt zugeordnet sind, eignen sie sich deshalb zur Charakterisierung eines Fahrzeuges in einem bestimmten Betriebszustand.
Im Teil II dieses Beitrages [6] werden ausführliche Anwendungen dieser Methode und Interpretationen der Ergebnisse dargestellt.

4. Fazit

Diese Methode erlaubt eine Objektivierung der in einem definierten Betriebszustand auftretenden Schwingungen. Sie basiert auf der Annahme von auftretenden Bewegungsformen. Dadurch lassen sich auch nichtlineare und stark bedämpfte Strukturen analysieren, was mit einer klassischen Modalanalyse grundsätzlich nicht möglich ist.

5. Literatur

[1] Mitschke M. (1984). Dynamik der Kraftfahrzeuge, Band B: Schwingungen, Springer-Verlag.
[2] Ewins D. J. (1984). Modal Testing: Theory and Practice, Johm Wiley & Sons.
[3] Bathe K. J. (1982). Finite element procedures in engineering analysis, Prentice-Hall.
[4] Brincker R., Zhang L., Andersen P. (2000), Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition, Proceedings of The 18th International Modal Analysis Conference (IMAC) San Antonio, Texas.
[5] Draper N. R. und Smith H. (1981). Applied Regression Analysis, Johm Wiley & Sons.
[6] Kosfelder M. und Périard F. (2002). Ein Modalanalytischer Ansatz zur Bestimmung der globalen Bewegungsformen von Kraftfahrzeugen (Teil II: Verifikation und Anwendungen), DAGA 2002.

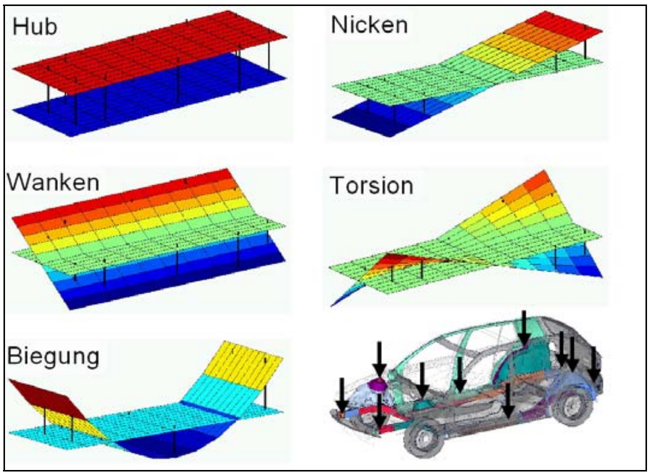

Abb. 1: Ansätze für die Bewegungsformen. Schwarze vertikale Balken: Position der Messpunkte. Unten rechts: Positionen der Beschleunigungsaufnehmer.

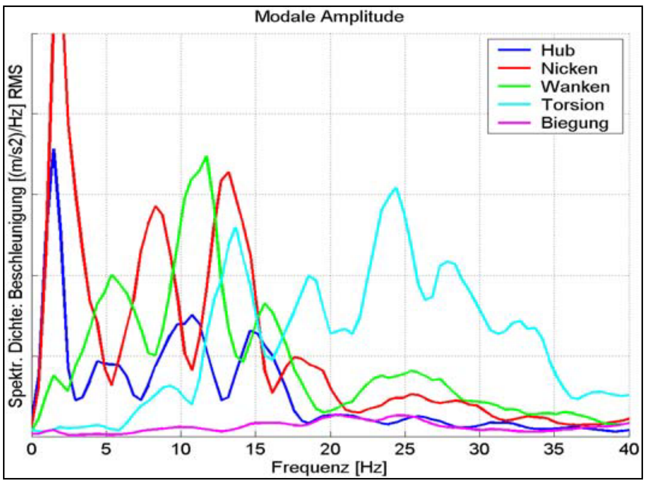

Abb. 2: Zerlegung der Schwingungen in globalen Bewegungsformen.