

Bestimmung der Randbedingungen von numerischen Simulationen der Schallausbreitung aus computertomographischen Daten

Frank Ranostaj, Arild Lacroix

Institut für Angewandte Physik, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main

Email: {Ranostaj,Lacroix}@iap.uni-frankfurt.de

Kurzfassung

Ziel der Untersuchung ist die Bestimmung der akustischen Eigenschaften eines Objekts anhand computertomographischer Daten. Hierbei wird die durch die Computertomographie vorgegebene Diskretisierung genutzt, und es wird berücksichtigt, daß die sich aus der Diskretisierung ergebenden Elemente an der Objektoberfläche nur partiell mit Material gefüllt sind. Durch ein geeignetes Verfahren wird für diese Elemente die durch die Computertomographie erfaßte Röntgendichte in adäquate akustische Eigenschaften umgesetzt. Diese Untersuchung wird am Beispiel des Nasaltrakts erläutert, dessen Akustik für die Sprachproduktion relevant ist.

Einleitung

Für die Problemstellung, die Akustik eines Objekts aus Konstruktionsdaten zu bestimmen, sind eine Reihe von Methoden bekannt, anhand der Geometrie des Objekts dieses zu untergliedern und dann die akustischen Eigenschaften zu bestimmen. Erschwert wird die Problemstellung, falls keine geometrische Beschreibung vorliegt, sondern diese durch eine andere Untersuchung wie Magnetresonanz- oder Computertomographie gegeben ist.

Eine Herangehensweise besteht darin, einen Algorithmus zur Oberflächenrekonstruktion zu wählen und mit diesem Zwischenschritt die oben genannte Methode zu erweitern. Vorteilhaft hierbei ist die Verfügbarkeit kommerzieller Produkte, wie in [1] gezeigt. Es zeigt sich allerdings daß eine Reihe von Freiheiten bei der Auswahl und Parameterisierung der Algorithmen bestehen.

Im folgenden wird ein Verfahren gezeigt, daß diese Mehrdeutigkeit der Methodik und die damit verbundene Unsicherheit der Ergebnisse vermeidet. Die mit der Computertomographie gegebene Diskretisierung wird genutzt und akustisch zutreffend umgesetzt. Dieses Verfahren wird auf den Nasaltrakt angewandt, um dessen akustische Wirkung in der Sprachproduktion zu bestimmen.

Adaptierte Finite Differenzen

Computertomographische Daten beschreiben die Röntgendichte eines Objekts räumlich aufgelöst in quaderförmige uniforme Volumenelemente. Die Röntgendichte des Hohlraums liegt hierbei definitionsgemäß bei 0 Hounsfield. Die Röntgendichte des umliegenden Gewebes, das größtenteils aus Wasser besteht, ist nahe bei 1000 Hounsfield. Am Rand liegende Volumenelemente sind nur teilweise durch Gewebe gefüllt, ihre Röntgendichte liegt entsprechend zwischen diesen Werten. Abbildung 1 zeigt hierfür ein Beispiel: Die in der rechten Abbildung grau dargestellten Volumenelemente sind proportional ihrer Röntgendichte mit Gewebe gefüllt. Der verbleibende Hohlraum, normiert auf den Bereich [0..1],

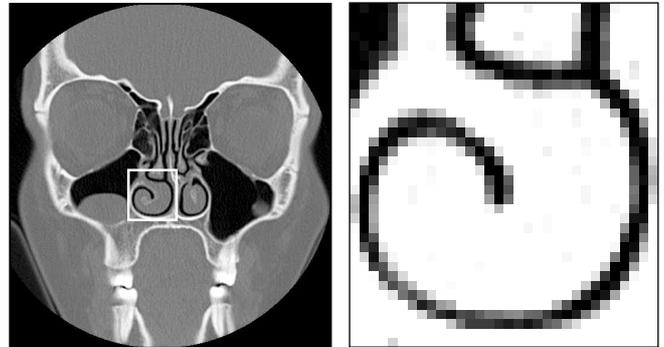


Abbildung 1 Links: Computertomographie eines Frontalschnittes des Kopfes, mittig zusehen der Nasaltrakts. Rechts: ein vergrößerter Ausschnitt in normierter Helligkeit: Schwarz entspricht der Röntgendichte des Hohlraums, 0 Hounsfield, Weiß der des Gewebes, etwa 1000 Hounsfield.

wird im folgenden mit \bar{V} abgekürzt:

$$\bar{V} = 1 - \frac{V}{V_Z} = \frac{q^G - q}{q^G - q^0}$$

V_Z ist hierbei das Volumen eines Elements, V das anteilige Volumen des Gewebes. q bezeichnet die gemessene Röntgendichte des betrachteten Elements, q^0 und q^G die gemessenen Röntgendichten eines vollständig leeren beziehungsweise gefüllten Elements.

Ausgehend von einer durch die Computertomographie vorgegebene Diskretisierung von $0,3 \text{ mm} \cdot 0,3 \text{ mm} \cdot 2,0 \text{ mm}$, wird eine vorteilhaftere kubische Diskretisierung mit einer Kantenlänge von $0,5 \text{ mm}$ erstellt. Basierend auf dieser Diskretisierung läßt sich die Akustik des Nasaltrakts mittels einer Finiten-Differenzen Approximation der Wellengleichung bestimmen. Die Randbedingungen werden hierfür durch einen an \bar{V} angepaßten Differenzenoperator berücksichtigt. Hierbei wird nicht versucht, innerhalb eines Volumenelements die Objektoberfläche zu rekonstruieren, sondern die akustischen Eigenschaften werden homogen angenommen: die teilweise gefüllten Elemente im Randbereich weisen eine höhere Impedanz $Z \sim 1/\bar{V}$ auf. Eine geometrische Interpretation zeigt Abbildung 2. Der Impedanzsprung an der Grenzschicht zweier Elemente wird durch den Reflexionsfaktor

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{\bar{V}_1 + \bar{V}_2}$$

Abbildung 2 Oben: Auftreffen einer Schallwelle auf einen Bereich höherer Impedanz; die zurücklaufende Welle ist die Superposition der Reflexionen. Unten: Auftreffen einer Schallwelle auf einen rekonstruierten Rand.

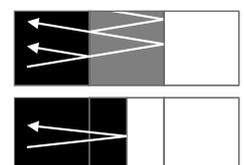


Tabelle 1 Vier Zeitschritte des Auftreffens eines normierten Druckimpulses auf einen Impedanzsprung, verdeutlicht durch eine dünne Linie zwischen x_1 und x_2 . Der Impedanzsprung ist durch den Reflexionsfaktor r charakterisiert.

	x_0	x_1	x_2	x_3
t_0	1			
t_1		1		
t_2		r	$1+r$	
t_3	r			$1+r$

charakterisiert. In Tabelle 1 ist die Ausbreitung eines auf einen Impedanzsprung auftreffenden Druckimpulses notiert. Ein Vergleich der Zeitschritte t_1 und t_2 mit den Koeffizienten eines eindimensionalen Differenzen-Operators

$$p_{t-1,x} - 2p_{t,x} + p_{t+1,x} = p_{t,x-1} + \alpha p_{t,x} + \beta p_{t,x+1}$$

ergibt

$$\alpha = -2 + r, \quad \beta = 1 - r.$$

Für eine senkrecht auf den Rand auftreffende Welle wird für zwei Fälle, $\bar{V}_a = 0, 2$ und $\bar{V}_b = 0, 5$, die gewonnene Beschreibung H^H des Randbereichs mit analytischen Lösungen der Wellengleichung H^A verglichen:

$$H_{a/b}^H(z) = \frac{1 + r_{a/b}z}{r_{a/b} + z},$$

$$H_a^A(z) = z^{-1/5}, \quad H_b^A(z) = z^{-1/2}.$$

Die Übertragungsfunktionen sind im z -Bereich definiert, dessen Zeitdiskretisierung ist gleich der Schalllaufzeit für das Durchqueren zweier Volumenelemente. H^H sind Allpässe während H^A Laufzeiten darstellen. In Abbildung 3 werden die Gruppenlaufzeiten von H^H und H^A verglichen. Es zeigt sich, daß der Fehler durch die hier vorgestellte Beschreibung des Randbereichs für den Frequenzbereich unter 50kHz gering und in dem für die Sprachakustik relevanten Frequenzbereich bis 8kHz vernachlässigbar ist. Gleiches gilt auch für die durch die Diskretisierung hervorgerufene Dispersion [2].

Der dreidimensionale Differenzen-Operator wird auf dem gleichen Weg erstellt. Die Indizes bei r charakterisieren die Lage des Impedanzsprungs, wobei die tiefgestellten Indizes

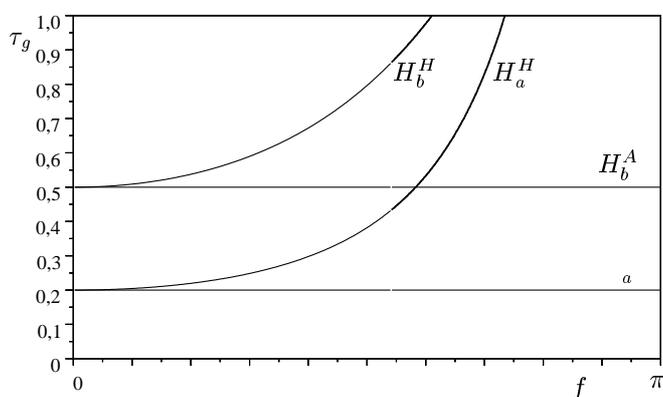


Abbildung 3 Vergleich der Gruppenlaufzeiten in Abhängigkeit der Frequenz. Bei der hier verwendeten Diskretisierung entspricht π einer Frequenz von 340 kHz; der Bereich der Gruppenlaufzeit ist einem Schallweg von 1mm äquivalent.

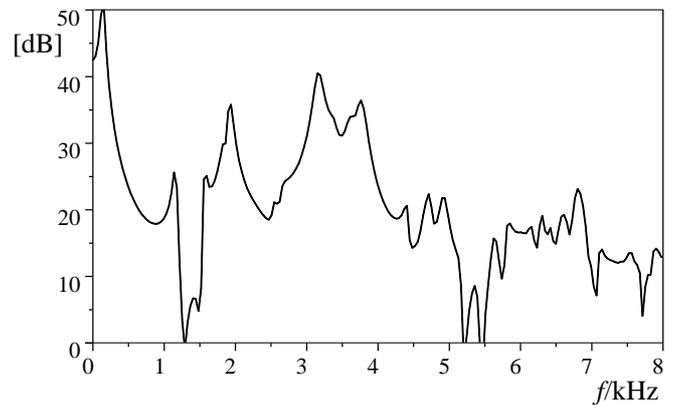


Abbildung 4 Betragsgang des Übertragungsverhaltens des Nasaltrakts. Die Anregung erfolgt am Velum. Die Abstrahlung an den Nasenlöchern wird durch einen schallweichen Abschluß erfaßt, Schallabsorptionen werden durch einen vereinfachten Dämpfungsmechanismus an der Wand des Nasaltrakts berücksichtigt.

das Bezugsэлеment spezifizieren und die hochgestellten Indizes das Nachbarэлеment bezeichnen:

$$\begin{aligned} & (1 + R/2)p_{t+1,x,y,z} - 2p_{t,x,y,z} + (1 - R/2)p_{t-1,x,y,z} \\ &= K \left[(-6 + r_{x,y,z}^{x+1,y,z} + r_{x,y,z}^{x-1,y,z} + r_{x,y,z}^{x,y+1,z} \right. \\ & \quad \left. + r_{x,y,z}^{x,y-1,z} + r_{x,y,z}^{x,y,z+1} + r_{x,y,z}^{x,y,z-1})p_{t,x,y,z} \right. \\ & \quad \left. + (1 - r_{x,y,z}^{x+1,y,z})p_{t,x+1,y,z} + (1 - r_{x,y,z}^{x-1,y,z})p_{t,x-1,y,z} \right. \\ & \quad \left. + (1 - r_{x,y,z}^{x,y+1,z})p_{t,x,y+1,z} + (1 - r_{x,y,z}^{x,y-1,z})p_{t,x,y-1,z} \right. \\ & \quad \left. + (1 - r_{x,y,z}^{x,y,z+1})p_{t,x,y,z+1} + (1 - r_{x,y,z}^{x,y,z-1})p_{t,x,y,z-1} \right]; \end{aligned}$$

die Konstante $K = c^2 g^2 / h^2 = 0,3$ ist ein Maß des Verhältnisses zwischen räumlicher und zeitlicher Schrittweite h bzw. g . R ist eine orts- und frequenzabhängige Dämpfung.

In Abbildung 4 ist ein hiermit bestimmter Betragsgang einer Übertragungsfunktionen des Nasaltrakts dargestellt.

Zusammenfassung und Ausblick

Das in diesem Beitrag entwickelte Verfahren zeigt, mit welcher Genauigkeit man die akustischen Eigenschaften eines Objekts aus einer computertomographischen Datensatz entnehmen kann. Insbesondere wird deutlich, daß für eine Oberflächenrekonstruktion in der behandelten Fragestellung keine Notwendigkeit besteht.

Ziel weiterer Untersuchungen ist es, Dämpfungsmechanismen der Schallausbreitung im Nasaltrakt präziser zu erfassen sowie durch einen computertomographischen Datensatz, der in allen drei Raumrichtungen die gleiche hohe Auflösung besitzt, verbliebene Ungenauigkeiten zu beseitigen.

Literatur

- [1] Suzuki, H., Nakai, T., Sakakibara, H.: Analysis of Acoustic Properties of the Nasal Tract using 3-D FEM, Proc. ICSLP, Philadelphia, USA, 1996.
- [2] Ranostaj, F., Lacroix, A.: Bestimmung des Übertragungsverhaltens des Nasaltrakts aus CT-Daten, ITG-Fachbericht 161, S. 58-63, Ilmenau, 2000.