

„Schallteilchen - Beugung“ – möglich und sinnvoll ?

Vergleich und Diskussion des „Stuttgarter“ und des „Trondheimer“ Modells

Uwe M. Stephenson

Hochschule für angewandte Wissenschaften, Hamburg; email: U.M.Stephenson@t-online.de

Problematik

Die aus der raumakustischen Simulation bekannten effizienten Strahlen- bzw. Teilchenmodelle [1] versagen naturgemäß, wenn Welleneffekte wie Beugung wichtig werden. Die Berechnung der Abschirmwirkung von einfachen Schirmen im Freien andererseits ist zwar kein Problem (Umwegmodell [2]) - aber nicht bei Mehrfachbeugungen an Gebäudekanten nach- oder nebeneinander. Hier ergeben sich zahlreiche Widersprüche (wie viele Wege ? welche ? [3]). Das Spiegelquellenmethode könnte zwar im Prinzip damit kombiniert werden (weil sie entsprechend dem Fermat'schen Prinzip auch nach kürzesten Wegen sucht), jedoch würde wegen der noch weiter wachsenden Anzahl zu prüfender Kombinationen die Rechenzeit noch weiter exponentiell steigen. Geometrische Theorien der Beugung (als hochfrequente Näherungen) sind zwar auch bekannt [4], können jedoch nicht mit einem Strahlenmodell kombiniert werden, weil sie exaktes Treffen von Kanten voraussetzen, was jedoch bei Teilchenmodellen nie eintritt. Ziel ist deshalb seit langem die Kombination von Strahlverfolgungsalgorithmen mit einem Beugungsmodell bzw. die Erweiterung auf niedrigere Frequenzen, m.a.W. das Schließen der „Wellenlängenlücke“ zu FEM/BEM-Methoden für Räume, die zwar groß, aber nicht mehr sehr groß gegen die Wellenlänge sind. Gesucht ist ein einheitlicher, universeller Algorithmus für Raumakustik und auch Lärmimmissionsprognose im Freien, der die beliebige Kombination von Reflexionen und Beugungen höherer Ordnung ohne Rechenzeitexplosion ermöglicht. Im Folgenden sollen zwei bereits veröffentlichte Schallteilchenbeugungsmodelle (aus Platzgründen nur) qualitativ vorgestellt und hinsichtlich Eignung zum Einbau in Strahlverfolgungsprogramme verglichen werden.

Arbeitshypothesen waren in beiden Modellen:

- Grundelement der Beugung sind Kanten.
- Teilchen oder Strahlen spalten sich in der Nähe einer Kante auf oder werden entsprechend einer Ablenkwinkelwahrscheinlichkeitsdichtefunktion (AWWD) gebeugt ;
- zur Konsistenz soll mindestens das Umweg-Gesetz erfüllt werden;
- es bleibt beim Strahlenmodell bzw. energetischer (inkohärenter) Addition; im Falle des „Vorbeiflugs“ an Kanten soll also nur ein „Ausflug“ in die Wellentheorie unternommen werden;
- gleichzeitige Beugung an mehreren Kanten, neben- oder nacheinander, soll aus jener baukastenartig zusammengesetzt werden.

Das „Stuttgarter“ Schallteilchen-Beugungs Modell [5]

Idee dieses heuristischen Modells war, inspiriert von der Unschärfelation („je kleiner die Ortsunschärfe, desto größer die Richtungsunschärfe“): Desto kleiner der Vorbeiflugabstand a , desto breiter die AWWD, genauer:

- bei Vorbeiflug an einer Kante „sieht“ ein Schallteilchen einen Spalt; aus einer Selbstkonsistenzüberlegung (im Mittel muss sich ja bei Vorbeiflug an zwei Kanten eines Spaltes dessen tatsächliche Beugungswirkung ergeben): Die Spaltbreite b (in Wellenlängen) ist gleich **der sechsfachen Breite seines Vorbeiflugabstands**: $b=6a$.
- eine „Kantenbeugungswirkung“ (KBW) ist: $B(a)=1/b=1/(6a)$
- die KBW mehrere naher Kanten sollen addierbar sein zu einer gesamten: $B_{ges} = \sum B_i$ dann ist $b_{ges}=1/B_{ges}$.

Die AWWD ergibt sich dann aus einer oktavbandgemittelten Spaltbeugungsfunktion ($\propto \sin^2(u)/u^2$ mit $u = \pi b \epsilon$, ϵ =Ablenkwinkel.).Mit diesem frühen, einfachen Modell ergaben sich im numerischen Experiment mit ca. 100, dicht an den Kanten „vorbeigeschossenen Schallteilchen“, gezählt in Detektoren [1] hinter dem Schirm und verglichen mit den Immissionen ohne Schirm

erstaunlich gute Übereinstimmungen (0.5dB) mit den bekannten Winkelfunktionen des Transmissionsgrades [2] am Schirm **und** gleichzeitig auch am Spalt – und zwar für eine breiten Abstandsreich Quelle –Kante(n) R von 3- 300 Wellenlängen.

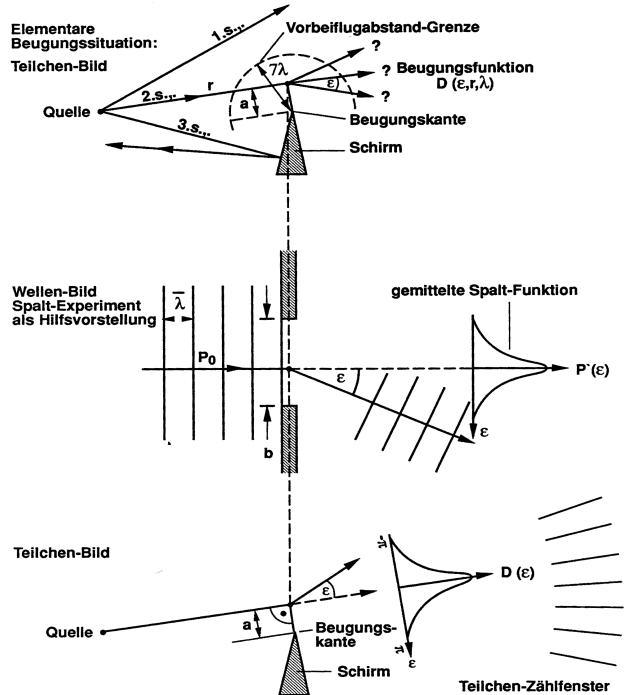


Abbildung 1. Zum „Stuttgarter“ Schallteilchen-Beugungsmodell:

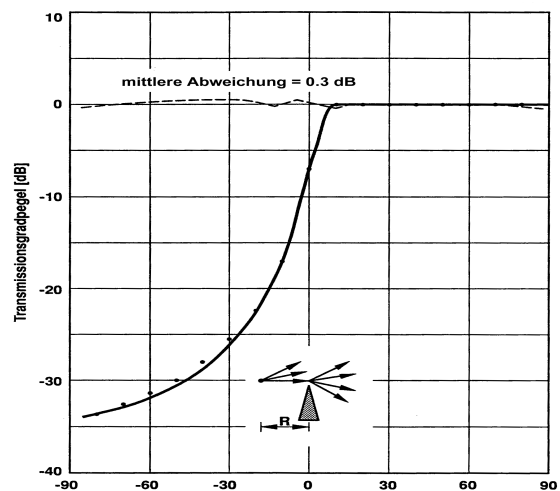


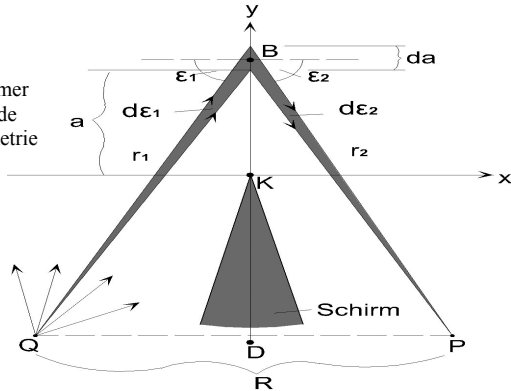
Abbildung 2. Gute Übereinstimmung mit der Winkelfunktion des Schirms, nach rechts aufgetragenen Beugungswinkel, im „Schatten“ negativ

Das „Trondheimer“ Schallteilchen-Beugungs Modell [6]

Hierbei sollte nun die AWWD analytisch hergeleitet werden, und zwar, obwohl bekanntlich auch nur Näherung, aus der Fresnel-Kirchhoff'schen Theorie des durch die Kante ungestörten Schalleinfalls unter Verzicht auf die Erfüllung der Randbedingungen; denn es war ja ein reines Beugungsmodell gewünscht: Reflexionen bzw. Spiegelquellen sollten ja außerhalb abgehandelt werden. Zunächst wurde noch einmal der Transmissionsgrad des einfachen Schirmes hergeleitet, allerdings unter Verzicht auf übliche Näherungen auch für größere Beugungswinkel. Es ergibt sich ein modifiziertes Umweg-Gesetz, ähnlich [7], wie in [8] vergleichend darge-

stellt. Dabei wird, ausgehend vom Kirchhoff-Helmholtz-Theorem die Amplitude am Empfangspunkt P berechnet aus einem Integral über die Amplituden an allen Huygens'schen Punkten B auf der Apertur-Halbebene über der Kante, wobei die sich geometrisch ergebende Umwegwinkelfunktion bis zum quadratische Glied in y entwickelt wird. Allerdings wird hier nicht um die Kante K sondern um den fest stehenden Durchstoßpunkt D entwickelt. Der sich ergebende energetische Transmissionsgrad wird über ein Oktavband gemittelt.

Abbildung 3:
Dem Trondheimer Modell zugrunde liegende Geometrie



Die entscheidende Idee ist nun eine differenzielle Betrachtung, die „Kanten-Verschiebe-Hypothese“: Der Energiefluß in einem Abstand a oberhalb der beugenden Kante, in einem Bereich $dy=da$ (in Abb.3. grau), entspricht gerade der Änderung des Transmissionsgrades des Schirms, wenn dieser um dy verschoben wird.

Durch konsequente Ableitung der hergeleiteten Transmissionsgradfunktion nach y und Umrechnung nach der damit verbundenen Änderung des Beugungswinkels ϵ - wobei von Eigenschaften der Fresnelschen Hilfsfunktionen Gebrauch gemacht wird - gelangt man zu den AWWD-Funktionen, die nicht explizit, aber implizit vom Vorbeiflugabstand a abhängen (s. Abb. 4). So konnte ein qualitativ dem Stuttgarter Modell ähnliches Schallteilchen-Beugungsmodell erstmalig analytisch abgeleitet werden. Es erfüllt sogar Reziprozitätsprinzip (vertauschbarkeit von Q und P).

Auch das Trondheimer Modell brachte bei numerischen Experimenten für einen weiten Abstandswertebereich (ähnlich wie Abb.2.) sehr gute Übereinstimmung mit der Winkel-funktion des Schirms - versagt aber (wegen der Interferenzterme) bei mehreren Kanten, schon für den Spalt konnte keine AWWD abgeleitet werden. Das Trondheimer Modell ist also nicht modularisierbar (keine Addition von „Kantenbeugungswirkungen“).

Abbildung 4: „Richtungskeulen“ (Richtwirkungen bzw. AWWD) in verschiedenen Vorbeiflugabständen von der Oberkante eines Schirms (unten)



Vergleichstabelle	„Stuttgarter“ Modell	„Trondheimer“ Modell
Methodik bzw. Ziel:	„Heuristisch“, intuitiv	analytisch
Postulate:	Wechselwirkung mit Kante addierbare „Kantenbeugungswirkungen“	kein Rückeinfluß aufs Schallfeld (Kirchhoff/Fresnel)
Ideen:	„Teilchen sieht Spalt“ (Unschärfereleation)	Kantenverschiebe-Hypothese
Testergebnisse am einfachen Schirm:	gut	sehr gut
am Spalt	sehr gut	Widerspruch
Reziprozität erfüllt ?	nicht geprüft, implizit	Ja
modularisierbar ?	Ja	Nein
d.h. erweiterbar auf beliebige Aperturen	Ansatz, vermutlich besser	vermutlich nicht
Kombinationsmöglichkeit mit Spiegelquellenmethode	Theoretisch möglich, aber praktisch wegen zur vieler Kombinationen bzw. hoher Rechenzeit nur für niedere Ordnungen	
... mit Ray-Tracing –Methoden	Möglich durch „Fähnchentechnik“, besser durch Randzonen transparenter „Wände“	

Beugungserfassung im Strahlenmodell

Ein besonderes Problem ist bei beiden Modellen schon die Erfassung „naher“ beugender Kanten. Das kann geschehen durch „Fähnchen“, an den Kanten, auf der Winkelhalbierende zwischen den flankierenden Wänden angesetzte „Transparente Wände“, etwa einer Wellenlänge Breite, die wie die echten Wände von Strahlen getroffen werden. Dabei bleiben aber Probleme und Widersprüche bei Mehrfachbeugung (Überlappung oder Nicht-Überlappung von Fähnchen bei nahen nebeneinander oder nacheinander liegenden Kanten [9]). Diese können jedoch behoben werden durch eine Zerlegung des Raumes in konvexe Zellen (auch für Rechenzeitminimierung gut) und das Einrichten von Randzonen auf den transparenten Wänden zwischen den Zellen. Das einfache „Stuttgarter Modell“ erscheint dabei besser einbaubar.

Ausblick

Es bleibt weiterhin das grundsätzliche Problem der Explosion von Strahlenanzahl und Rechenzeit. (Was nützt es, ein etwa richtiges Rechenmodell zu haben, dessen Implementierung dazu führt, dass der Rechner nie fertig wird ?)

Lösungsidee: Nicht nur Aufspaltung – sondern auch Wiedervereinigung von Strahlen (s. [10] und Folgebeitrag auf dieser DAGA).

Referenzen

1) Stephenson, U.; Eine Schallteilchen-Computer-Simulation zur Berechnung der für die Hörsamkeit in Konzertsälen maßgebenden Parameter. A-CUSTICA 59(1985), 1-20

2) Maekawa, Z.; Noise Reduction by Screens, Appl.Ac. 1 (1968)
 3) Stephenson, U.: Beugungssimulation mit Schallteilchen - der Schlüssel zum Fortschritt bei der Computersimulation der Schallausbreitung im Freien. In: Handbuch der Umwelttechnik '90, Proc. of UTEC '89, 3. Kongreßmesse für Umwelttechnik, Hrsg. W. Mayer, Trend Commerz GmbH, Linz (Österreich, 1990), S. 274-278
 4) Kouyoumjian, R.G., Pathak, P.H.: A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conduction Surface. Proc. of the IEEE, vol.62, (1974) 11, p. 1448-1461
 5) Stephenson, U., Mechel, F.P.: Wie werden Schallteilchen gebeugt ? In: Fortschritte der Akustik, DAGA 1986, Oldenburg, DPG-Verlag, Bad Honnef, 1986, 605-608.
 6) Stephenson, U.M.; Ein neuer Ansatz zur Schallteilchen-Beugung; In: Fortschritte der Akustik, DAGA 1993, Frankfurt, DPG-GmbH, Bad Honnef, 1993, 235-238
 7) Pierce, A.D.: Diffraction of Sound around corners and over wide barriers. Journal of the Acoustical Society of America (JASA); vol 55 (1974).
 8) Kirisits, H.; Berechnung und Optimierung schallabschirmender Objekte. Strassenforschung Heft 290, Forschungsgesellschaft für das Straßenwesen im OelAV, Wien 1986
 9) Stephenson, U; Naßhan, K.; „Berechnung der Schallausbreitung von Kraftwerksanlagen mit Hilfe der Schallteilchenmethode“, Bericht aus dem Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Stuttgart; B-BA 5 /1991; und „Schallteilchensimulation - Methoden zur Rechenzeitverkürzung und zur Beugung“ (Anhang dazu)
 10) Stephenson, U.; Quantized Pyramidal Beam Tracing - a new algorithm for room acoustics and noise immission prognosis; ACUSTICA united with acta acustica, vol. 82 (1996), 517-525