

# Charakterisierung einzelner Ultraschallwandler für den Aufbau eines mehrelementigen parametrischen Lautsprechers

Jens Rautenberg, Bernd Henning<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universität Paderborn, 33098 Paderborn, Deutschland, E-Mail: Henning@emt.upb.de

## Einleitung

Bei der Erzeugung hörbaren Schalls durch Eigendemodulation amplitudenmodulierten Leistungsultraschalls (siehe u.a. Westervelt [1], Berktaf [2]) wird von zwei räumlich perfekt übereinander liegenden Wellen unterschiedlicher Frequenz im nichtlinearen Medium ausgegangen, so dass neben den Harmonischen auch Summen- und Differenzfrequenzen entstehen. Die perfekte räumliche Überdeckung der Wellen im Freifeld kann mit herkömmlichen Schallwandlern allerdings nur unzulänglich erreicht werden. In diesem Beitrag soll die Voraussetzung durch einen akustischen Monomodewellenleiter erfüllt werden. Seine geringen Abmessungen erlauben die – wenn auch nur leise – Hörschallerzeugung mit nur einem handelsüblichen Ultraschallwandler. Aus dem gemessenen Spektrum am Ende des Wellenleiters soll im Sinne kürzerer Entwicklungszeiten und –kosten eine Prognose für die Frequenzcharakteristik eines parametrischen Lautsprecherarrays abgeleitet werden.

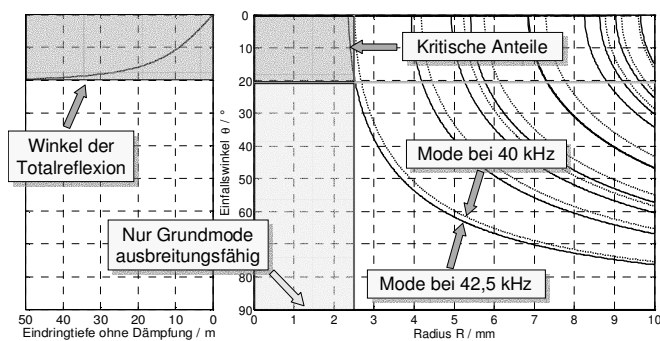
## Theorie

Die Ausbreitung der Ultraschallwelle durch den kreissymmetrischen Wellenleiter wird maßgeblich durch drei Faktoren bestimmt:

**1. Geometrische Dimensionierung:** Nur bestimmte Schallmoden sind in einem akustischen Wellenleiter vorgegebener Form und Größe ausbreitungsfähig. Gleichung 1 zeigt die Lösung  $p(z, r, \theta, t)$  der Wellendifferentialgleichung, hier in zylindrischen Koordinaten für Ausbreitung in positive  $z$ -Richtung. Dabei ist  $Ce^{j\omega t}$  die komplexe Amplitude,  $F_r$  und  $F_\theta$  beschreiben den Druckverlauf im Querschnitt, und  $\alpha_{m,n}$  ist die Wellenzahl.

$$p(z, r, \theta, t) = C \cdot e^{-j\alpha_{m,n}z} \cdot F_r(r) \cdot F_\theta(\theta) \cdot e^{j\omega t} \quad (1)$$

Ein Mode  $(m,n)$  ist nur dann ausbreitungsfähig, wenn die Wellenzahl  $\alpha_{m,n}$  reell ist. Daraus folgt die „Cut-On-Bedingung“ (Gleichung 2), die beschreibt, ab welchem Radius  $R$



**Abbildung 1:** Bei einer maximalen Bandbreite von 2500 Hz im Wellenleiter von 2,5 mm Radius sind weitere Moden über lange Strecken (bis ca. 50 m) ausbreitungsfähig.

ein neuer Schallmode ausbreitungsfähig wird. Dabei ist  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $c$  die Schallgeschwindigkeit im freien Medium und  $s_{m,n}$  das  $(n+1)$ -te Maximum der  $m$ -ten Besselfunktion.

$$\alpha_{mn} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{s_{mn}}{R}\right)^2} \in \Re \Rightarrow R > s_{mn} \frac{c}{\omega} \quad (2)$$

**2. Verluste durch Randreflexion:** Über den vom Einfallswinkel  $\varphi$  zur Wellenleiterwandnormalen abhängigen Reflexionsfaktor  $R(\varphi)$  (nach [3] unter Vernachlässigung von Dämpfung) lässt sich in Anlehnung an die 60dB-Abklingzeit eine Eindringtiefe  $T_E$  (in Richtung  $z$ ) definieren:

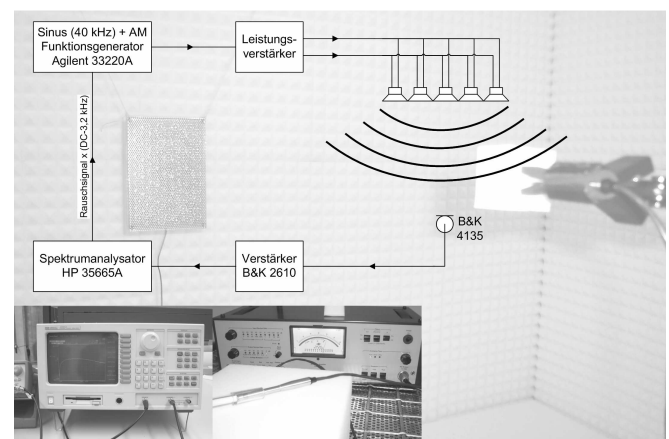
$$T_E = \frac{\lg\left(\frac{1}{1000}\right)}{\lg(R(\varphi))} \cdot 2R \cdot \tan \varphi \quad (3)$$

Der Reflexionsfaktor hängt ab vom Verhältnis der akustischen Kennimpedanzen sowie den Transversal- und Longitudinalwellengeschwindigkeiten im Wellenleiter. Angenommen wird ferner, dass sich die Welle im „Zickzack“ durch den Wellenleiter bewegt.

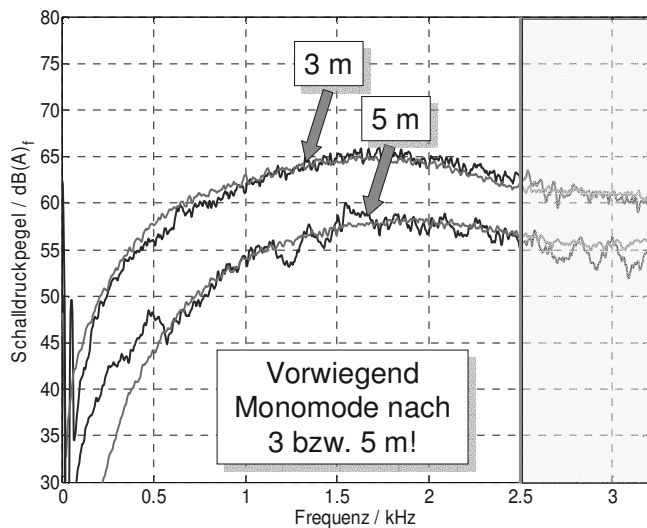
**3. Atmosphärische Einflüsse:** Die temperatur- und feuchteabhängige Schallgeschwindigkeit sowie Schalldämpfung in Luft sind bereits ausgiebig untersucht worden [4, 5]. Die Wirkung auf das nichtlineare Gesamtsystem ist aber nur schwer zu erfassen. Deshalb sollen mit dem hier vorgestellten Versuchsaufbau langfristig auch diese Einflussfaktoren untersucht werden.

## Experiment

Bei einer Trägerfrequenz von 40 kHz soll ein Schlauch aus Weich-PVC mit 2,5 mm Innenradius als Wellenleiter eingesetzt werden. Abbildung 1 stellt die Einfallswinkel zur Wellenleiterwand verschiedener Moden in Abhängigkeit vom Wellenleiterradius dar. Im vorliegenden Aufbau breiten sich somit bereits Anteile des aufmodulierten Schalls multimodal



**Abbildung 2 (Versuchsaufbau):** Der Kanal zwischen Ultraschallwandlerarray und Mikrofon (Foto im Hintergrund) wird durch einen Wellenleiter ersetzt.



**Abbildung 3:** Schalldruckpegel des parametrischen Arrays (schwarz) und aus Wellenleiterexperiment prognostizierter Pegel (grau) – Gute Übereinstimmung bis 2,5 kHz.

aus. Die Eindringtiefe dieser störenden Anteile kann mehrere Meter betragen. Abbildung 2 zeigt den prinzipiellen Aufbau der durchgeführten Experimente im reflexionsarmen Raum.

Einzelelement und Array werden mit derselben Elektronik (Generator, AM-Modulator mit Modulationsindex 0,9 sowie einem 70W-Leistungsverstärker) betrieben. Angeregt wird mit einem gleich verteilten Rauschen (DC bis 3,2 kHz bzw. 12,8 kHz), die Messung erfolgt mit einem 1/4"-Mikrofon. Ein Spektrumanalysator dient als Rauschquelle und zur Berechnung der Leistungsspektren mittels FFT.

### Ergebnisse

Das Spektrum der Einzelelementmessung soll nun zwecks Übertragung auf das Array korrigiert werden. Ausgehend von einem kreisförmigen Kolbenschwinger mit dem Durchmesser  $D$  sei eine frequenzabhängige Nahfeldzone  $N(f)$  angenommen.

$$N(f) = \frac{\bar{D}^2}{4c} f \quad (4)$$

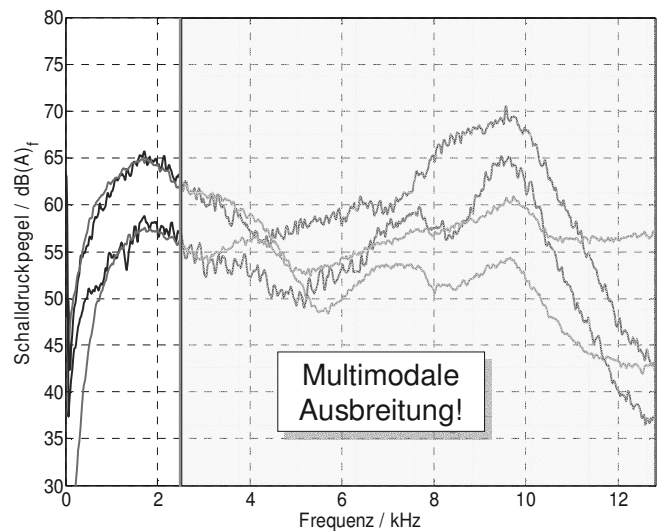
Ab hier gilt, dass die Schallintensität mit wachsender Entfernung von der Quelle etwa reziprok zur Fläche des Schallbündels abnimmt.

$$K_1 = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0} = 20 \cdot \lg \frac{A \cdot f}{c \cdot (z - N(f))} \quad (5)$$

Ebenfalls eine flächenbezogene Korrektur folgt aus Gleichung 6 [2], wonach der Sekundärschalldruck neben einer allgemeinen Konstante  $M$  direkt proportional der aktiven Sendefläche  $A$  und der 2. Ableitung des Signaleinhüllendenquadrates  $E(t)^2$  ist.

$$p_s = M \cdot A \cdot \frac{\delta^2 E(t)^2}{\delta t^2} \Rightarrow K_2 = 20 \cdot \lg \left( \frac{A}{\pi R^2} \right) \quad (6)$$

In den Abbildungen 3 und 4 dargestellt ist das jeweils um  $K_1$  und  $K_2$  korrigierte Spektrum (grau) gegenüber dem tatsächlichen am Array gemessenen Verlauf des Schalldruckpegels (schwarz). Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung der Spektren im unteren Frequenzbereich, d.h. solange keine multimodale Wellenausbreitung vorliegt. Sind



**Abbildung 4:** Jenseits der 2,5 kHz lassen sich die Ergebnisse dieses Wellenleiterexperiments mit 5 mm Durchmesser nicht auf das parametrische Array verallgemeinern.

mehrere Schallmoden gleichzeitig vorhanden, wird die anfangs erläuterte Bedingung räumlich perfekt übereinander liegender Wellen verletzt und die Ergebnisse der Untersuchung am Wellenleiter lassen sich nicht auf das parametrische Array übertragen. Damit werden auch die Grenzen des Verfahrens deutlich. Soll ein großer Frequenzbereich untersucht werden, muss der Durchmesser des Wellenleiters sehr klein werden, was die Messung angesichts geringerer Schalldruckpegel zunehmend erschweren würde. Es ist dann zu überlegen, ob mehrere parallele Wellenleiter zu ähnlichen Ergebnissen führen.

### Zusammenfassung und Ausblick

Mit dem akustischen Monomodewellenleiter steht ein Werkzeug zum kostengünstigen Vergleich verschiedener Ultraschallwandler für die parametrische Schallerzeugung zur Verfügung. Damit können beispielsweise Entwurfskriterien für eine möglichst gute Tiefenwiedergabe erarbeitet werden. Ein besonderes Augenmerk weiterer Arbeiten liegt demnach auf der Untersuchung der unteren Grenzfrequenz. Durch Konditionierung der Luft im Wellenleiter lassen sich aber auch die anfangs erwähnten atmosphärischen Einflüsse untersuchen.

### Literatur

- [1] Westervelt, P. J.: Parametric Acoustic Array. J. Acoust. Soc. Am. **35** (1963), 535-537
- [2] Berktaf, H. O.: Possible exploitation of non-linear acoustics in underwater transmitting applications. Journal of sound and vibration **2** (1965), 435-461
- [3] Krautkrämer, J. u. H.: Werkstoffprüfung mit Ultraschall. Springer-Verlag, Berlin, 1986
- [4] Cramer, O.: The variation of the specific heat ratio and the speed of sound in air with temperature, pressure, humidity, and CO<sub>2</sub> concentration. J. Acoust. Soc. Am. **93** (1993), 2510-2516
- [5] Bass, H. E.: Atmospheric absorption of sound: Further developments. J. Acoust. Soc. Am. **97** (1995), 680-683