

Analytische Strukturmodellierung bei der Berechnung des Schalldurchgangs in einem Sandwichverbund mittels der SEA-Methode

Daniel Redmann¹, Alexander Peiffer

¹ EADS Deutschland GmbH, 81663 München, Email: Daniel.Redmann@eads.net

Einleitung

Sandwichstrukturen gewinnen aufgrund ihres niedrigen spezifischen Gewichts bezogen auf die Biegesteifigkeit des Materials immer mehr an Bedeutung im Bereich der Luft- und Raumfahrtanwendungen. Für eine akustische Bewertung dieser Strukturen ist die Berechnung des Schalldämm-Maßes bezogen auf eine Diffusfeldanregung sehr gut geeignet. Zu diesem Zweck wurde eine Methode zur Bestimmung der Eigenmoden einer einfach eingespannten, dreischichtigen, anisotropen und unsymmetrischen Struktur entwickelt. Das Verfahren basiert auf der Auswertung der Energiebilanz nach dem Hamilton-Prinzip und enthält lediglich analytische Ausdrücke zur Beschreibung des Systems. Die vorgestellte Methode gestattet es weiterhin, in Abhängigkeit der Frequenz den modalen Abstrahlgrad der Struktur zu ermitteln, so dass diese Methode auch für die Bestimmung des Transmission Loss eingesetzt werden kann. Das Verfahren stellt dabei alle relevanten Parameter, wie Abstrahlgrad, Wellenzahl und Modendichte, für SEA-Berechnungen zur Verfügung. Die Methode wurde anhand von FEM-Berechnungen verifiziert und lieferte sehr gute Übereinstimmung mit experimentellen Messwerten.

Bestimmung der Eigenfrequenzen

Nach der Wahl geeigneter analytischer Ansatzfunktionen für die Beschreibung der Einspannbedingungen sowie der unter Anregung zu erwartenden Schwingungen des Komplettaufbaus [1], kann unter Einbeziehung der Materialeigenschaften der einzelnen Schichten die Energiebilanz des Systems nach dem Hamilton Prinzip aufgestellt werden (siehe Gl. (1))

$$\delta \int_{\tau_1}^{\tau_2} (E_{\text{pot}} - E_{\text{kin}}) d\tau = 0 \quad (1)$$

mit E_{pot} und E_{kin} – potenzielle und kinetische Energien der Verbundschichten im Zeitraum zwischen τ_1 und τ_2 .

Wendet man auf diese Gleichung die Rayleigh-Ritz Beziehung für minimale Energie an, so ist es möglich, die Bewegungsgleichung in Matrizenform aufzustellen (vergleiche Gl. (2)-(4)), wobei $A_1, A_2, A_c, B_1, B_2, B_c, C_1, C_2$ die unbekanntenen Amplitudenfunktionen der einzelnen Schichten sind.

$$\frac{\partial(E_{\text{pot}} - E_{\text{kin}})}{\partial A_1} = \frac{\partial(E_{\text{pot}} - E_{\text{kin}})}{\partial A_2} = \frac{\partial(E_{\text{pot}} - E_{\text{kin}})}{\partial B_1} = \dots = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(E_{\text{pot}} - E_{\text{kin}})}{\partial A_1} = \bar{X}_1^T \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_c \\ \vdots \\ C_2 \end{pmatrix} = 0 \quad \dots \quad \frac{\partial(E_{\text{pot}} - E_{\text{kin}})}{\partial C_2} = \bar{X}_8^T \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_c \\ \vdots \\ C_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} X_1^T \\ X_2^T \\ X_3^T \\ \vdots \\ X_8^T \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_c \\ \vdots \\ C_2 \end{pmatrix} = \underline{\text{Mat}} \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_c \\ \vdots \\ C_2 \end{pmatrix} = \underline{0} \quad (4)$$

Um nichttriviale Lösungen der Bewegungsgleichung zu erhalten, muss die Matrix $\underline{\text{Mat}}$ die Singularitätsbedingung erfüllen (siehe Gl. (5)).

$$\text{Det}(\underline{\text{Mat}}) = 0 \quad (5)$$

Daraus folgt, dass ein charakteristisches Polynom achten Grades in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ausgewertet werden muss, wobei die erste Lösung (mit der niedrigsten Frequenz) eine Schwingung der Deckschichten in Phase darstellt. Im niederfrequenten Bereich ist diese Art der Schwingung dominant und hat direkten Einfluss auf das Verhalten des Schalldämm-Maßes des Gesamtverbundes.

Bestimmung des Transmission Loss

Das vorgestellte Verfahren gestattet es weiterhin, in Abhängigkeit der Frequenz den modalen Abstrahlgrad der Struktur zu ermitteln, so dass diese Methode auch für die Bestimmung des Transmission Loss eingesetzt werden kann.

Mit Hilfe der Definition der Modalen Impedanz Z_{mn} nach Graham [2], kann der Abstrahlgrad σ ohne weiteres angegeben werden (Gl. (6),(7)).

$$\sigma = \text{Re} \{ Z_{mn} \} \quad (6)$$

$$Z_{mn} = \frac{k_0}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S_{mn}(k_x, k_y)|^2}{\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}} dk_x dk_y \quad (7)$$

mit k_0 – Wellenzahl der Luft, k_x und k_y – Wellenzahlen der Struktur in die entsprechende Richtung. S_{mn} ist dabei die so genannte modale Formfunktion der Struktur, die eine

Kopplung zwischen der Komponente des Verschiebungsvektors senkrecht zur Strukturoberfläche und den geometrischen Abmaßen des Bauteils darstellt.

Transformiert man diese Kopplung in einen Fourier-Raum, so kann für diese Funktion folgendes angegeben werden:

$$S_{mn}(k_x, k_y) = \frac{2}{\sqrt{L_x L_y}} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cdot e^{-ik_x x} e^{-ik_y y} dx dy \quad (8)$$

mit L_x und L_y – Abmaßen der Struktur und m und n – Anzahl der Moden in x - und y -Richtung.

Nachdem alle relevanten Parameter, wie Abstrahlgrad, Wellenzahl und Modendichte, für die SEA-Berechnungen (Statistische Energieanalyse) zur Verfügung stehen, kann das Transmission Loss bestimmt werden.

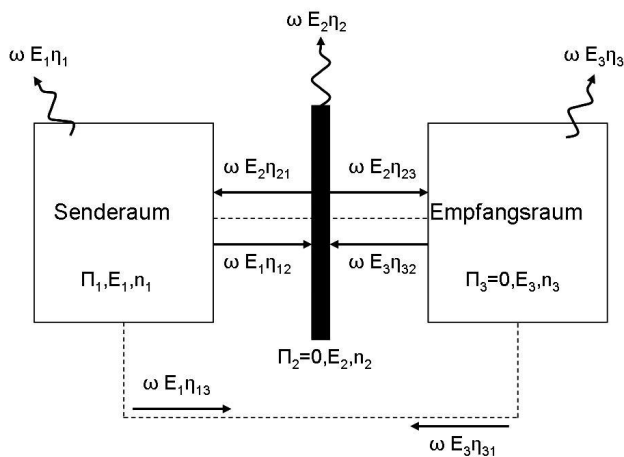


Abbildung 1: SEA-Modell für ein Dreikomponentensystem

Man geht dabei von einem Drei-Komponenten-System aus (siehe Abbildung 1) und stellt Energiebilanz für jedes Sub-System auf [3]. Anhand der ermittelten Intensitäten im Sende- und Empfangsraum kann das Schalldämm-Maß der Struktur über den beobachteten Frequenzbereich angegeben werden.

Validierung der Methode

Die Validierung der vorgestellten Methode erfolgte in zwei Etappen. Im ersten Schritt wurden die Eigenfrequenzen einer 1x1 m² großen Sandwichplatte mit Hilfe NASTRAN berechnet und mit den Lösungen der hier vorgestellten Methode verglichen (vergleiche dazu Tabelle 1). Man erkennt deutlich die guten Übereinstimmung der Ergebnisse

Tabelle 1: Vergleich der Eigenmodfrequenzen

n	m	f _{FEM} [Hz]	f _{neu} [Hz]
1	1	12,22	11,55
1	2	20,05	18,93
1	3	29,72	28,05
2	2	26,26	24,65
2	3	12,22	11,55
3	3	42,74	40,16

Im zweiten Schritt wurden gemessene TL-Kurven einer Sandwichstruktur mit den Berechnungsergebnissen verglichen.

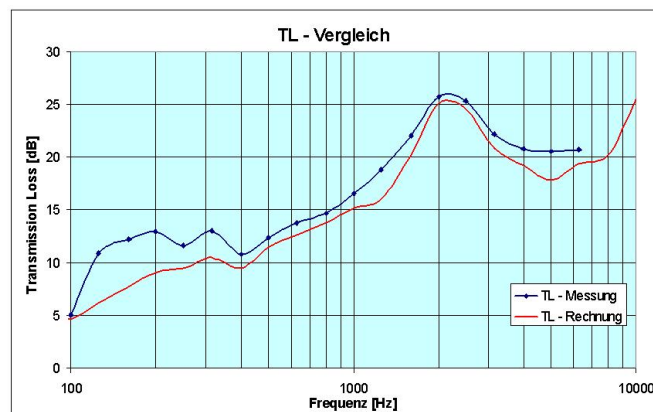


Abbildung 2: Vergleich zwischen Messung und Rechnung

Die Abbildung 2 zeigt, dass die neue Methode in der Lage ist, sowohl qualitativ wie quantitativ die wesentlichen Charakteristika des experimentellen Kurvenverlaufs wiederzugeben. Somit kann das Verfahren für eine schnelle Beurteilung der akustischen Eigenschaften von Sandwichstrukturen eingesetzt werden.

Zusammenfassung

Mit Hilfe der hier beschriebenen Methode ist es möglich, ohne Einschränkungen bei der Auswahl des Materials und, oder Lagenaufbaus, eine schnelle Bestimmung der Eigenfrequenzen von Sandwichstrukturen durchzuführen. Es können dabei neben anisotropen Werkstoffen auch Materialien, die nicht dem klassischen Materialgesetz entsprechen, berücksichtigt werden. Weiterhin zeichnet sich diese Methode durch eine hohe numerische Stabilität aus, welche aus der Einbeziehung von analytischen Ausdrücken folgt. Neben den Eigenfrequenzen ermöglicht das Verfahren auch die Berechnung weiterer, akustisch relevanter Parameter wie Wellenzahl, Modendichte, Abstrahlgrad und Schalldämm-Maß.

Literatur

- [1] A. Leissa, Vibration of Shells, Published for the Acoustical Society of America, 1993
- [2] W. R. Graham, Journal of Sound and Vibration (1997) 206(4), 541-565. A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures
- [3] M. Norton and D. Karczub, Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers, Cambridge University Press, 2003