

Vorhersage der Kanaldämpfung von Absorptionsschalldämpfern anhand von im Impedanzrohr gemessener Absorberkennwerte

Jörn Hübel¹, Thomas Geyer², Ennes Sarradj³

¹ Gesellschaft für Akustikforschung mbH, 01099 Dresden, Email: joern.huebelt@akustikforschung.de

² TU Dresden, Institut für Akustik und Sprachkommunikation, 01062 Dresden, Email: Elfgard.Kuehnicke@ias.et.tu-dresden.de

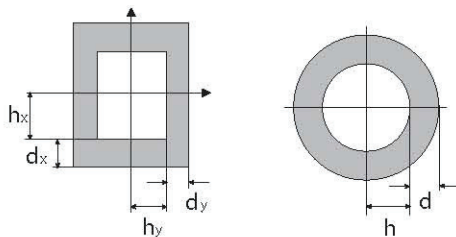
³ Brandenburgische Technische Universität Cottbus, 03046 Cottbus, Email: ennes.sarradj@btu.de

Einleitung

Grundidee des hier vorgestellten Verfahrens ist die Vorhersage der Kanaldämpfung von absorbierend ausgekleideten Kanälen auf der Basis von gemessenen Absorberkennwerten, der charakteristischen Wellenzahl \underline{k}_A und der charakteristischen Impedanz (Wellenwiderstand) \underline{Z}_A .

Die Kennwerte werden dazu an homogenen Absorber-Prüflingen (z.B. Zylinder) in einem erweiterten Kundt'schen Rohr bestimmt (Bild 2). Mit Hilfe der Beschreibung der Schallausbreitung in absorbierend ausgekleideten Kanälen kann anschließend die Kanaldämpfung für Schalldämpfer mit unterschiedlichen Querschnittsformen vorhergesagt werden.

Modell des absorbierenden Kanals



(a) Freie Kanalhöhe h_x , freie Kanalbreite h_y (b) Freie Kanalbreite h

Bild 1: Rechteckkanal, Kreiskanal

An dieser Stelle soll beispielhaft die Herleitung der charakteristischen Gleichung nach Mechel [1] zur Beschreibung des Schallfeldes im absorbierend ausgekleideten Schlitzkanal (Bild 1(a), $d_x=0$) angegeben werden. Die Herleitungen für die in den Bildern 1(a) und 1(b) angegebenen Querschnittsformen können [1] entnommen werden.

Gleichung (1) beschreibt die Schalldruckverteilung innerhalb des Schlitzkanals für eine sich in axialer Richtung (+z) ausbreitende und in der y-Richtung symmetrische Welle:

$$\underline{p}(y, z) = \cos(\underline{k}_y y) \cdot e^{-j\underline{k}_z \cdot z}. \quad (1)$$

Auf den Absorberoberflächen an den Stellen $y = \pm h_y$ lässt sich eine Randbedingung mit:

$$\underline{v}_y(x, \pm h_y, z) \stackrel{!}{=} \pm \underline{G}_{W,y} \cdot \underline{p}(x, \pm h_y, z) \quad (2)$$

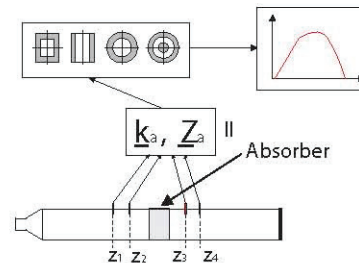


Bild 2: Messprinzip: 1. Messung der Absorberkennwerte, 2. Vorhersage der Kanaldämpfung für unterschiedliche Schalldämpfer-Querschnitte

formulieren.

Unter Verwendung der Bewegungsgleichung

$$-\text{grad } \underline{p}(x, y, z, t) = \rho_0 \frac{\partial \underline{v}(x, y, z, t)}{\partial t}$$

ergibt sich nach Umformung die charakteristische Gleichung für symmetrische Wellen im Schlitzkanal:

$$\underline{k}_y h_y \cdot \tan(\underline{k}_y h_y) = j k_0 h_y \cdot Z_0 \cdot \underline{G}_{W,y}. \quad (3)$$

Für die Wandmittanz \underline{G}_W einer Absorberauskleidung der Dicke d vor schallharter Fläche gilt:

$$\underline{G}_{W,y} = \frac{\underline{v}}{\underline{p}} = \frac{1}{\underline{Z}_A} \cdot \tanh(\underline{k}_A d). \quad (4)$$

Darin sind \underline{Z}_A die charakteristische Impedanz (Wellenwiderstand) und \underline{k}_A die charakteristische Wellenzahl einer sich im Absorbermaterial ausbreitenden ebenen Welle.

Mit Hilfe der Wellenzahlkomponente \underline{k}_z in axialer Richtung des Schalldämpfers lässt sich die Kanaldämpfung D_h berechnen. Zur Lösung der charakteristischen Gleichung (3) ist die Kettenbruchentwicklung nach Mechel [1] anwendbar.

Messverfahren

Das zur Beschreibung der Kanaldämpfung eines mit Absorbermaterial ausgekleideten Schalldämpfers benötigten Absorberkennwertpaar $(\underline{k}_A, \underline{Z}_A)$ wird unter Verwendung des Übertragungsmatrixverfahrens (ÜTMV) gemessen [2]. Grundidee dieses Verfahrens ist die Bestimmung der Übertragungsmatrix \underline{T}_{nm} eines Schallabsorber-Prüflings der Länge L im erweiterten Kundt'schen Rohr.

Bez.	L in m	d in m	$\Lambda = \frac{d}{h}$
SD1	0,4	0,05	1
SD2	0,35	0,02	0,4

Tabelle 1: Verwendete Schalldämpfer zur Messung der Kanaldämpfung, L Länge des Schalldämpfers, d Auskleidungstiefe (Absorbermaterial), h halbe freie Kanalweite (Radius), Λ normierte Auskleidungstiefe

Hierzu wird der Schalldruck an vier Mikrofonpositionen z_1 bis z_4 gemäß Bild 2 gemessen. Aus diesen Messwerten lässt sich der Schalldruck und die -schnelle vor (Index „0“) und hinter (Index „L“) dem Prüfling berechnen

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ v_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_L \\ v_L \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Für den Zusammenhang zwischen der Wellenzahl k_A sowie der charakteristischen Impedanz Z_A des Schallabsorbers und der Übertragungsmatrix gilt:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_A L) & j Z_A \sin(k_A L) \\ \frac{j}{Z_A} \sin(k_A L) & \cos(k_A L) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Somit ist beispielsweise:

$$k_A = \frac{1}{L} \arccos(T_{11}) \quad (7)$$

angebar. Eine Vorschrift zur Beseitigung der Mehrdeutigkeit der Funktion \arccos in Gleichung (7) kann [3] entnommen werden.

Ergebnisse

In Tabelle 1 sind die Eigenschaften der beiden zur Messung der Kanaldämpfung verwendeten Modell-Absorptionsschalldämpfer angegeben. Beide Schalldämpfer weisen einen runden Querschnitt auf und sind mit dem porösen Absorber **Akustik TP1** ausgekleidet.

Die Graphen im Bild 3 zeigen die am Schalldämpfer SD1 bzw. SD2 in [4] direkt bestimmte Kanaldämpfung D_h . Diese Messwerte sind den auf der Basis des gemessenen Absorberkennwertpaares berechneten Werten für die Kanaldämpfung der Modellschalldämpfer gegenübergestellt. Hierbei ist deutlich erkennbar, dass die direkt gemessenen Werte sehr gut mit den hier vorhergesagten Werten übereinstimmen.

In den vorliegenden Untersuchungen war die zulässige obere Grenzfrequenz des Messrohres auf ca. 1600 Hz beschränkt. Aufgrund der gewählten normierten Auskleidungstiefen $\Lambda = 1$ sowie $\Lambda = 0,4$ der Modellschalldämpfer ist daher im Bild 3 die Kanaldämpfung für Werte des Frequenzparameters η von 0,01 - 0,4 dargestellt. Der Verlauf (Anstieg) der Kanaldämpfung in dem hier gezeigten Bereich des Frequenzparameters η wird stark von den Absorberkennwerten der schallabsorbierenden Auskleidung bestimmt. Dies erlaubte einen kritischen Vergleich mit den direkt gemessenen Werten.

In Folgeuntersuchungen soll die obere Grenzfrequenz des Messrohres erweitert werden, sodass die Kanaldämpfung bis $\eta = 1$ berechnet werden kann.

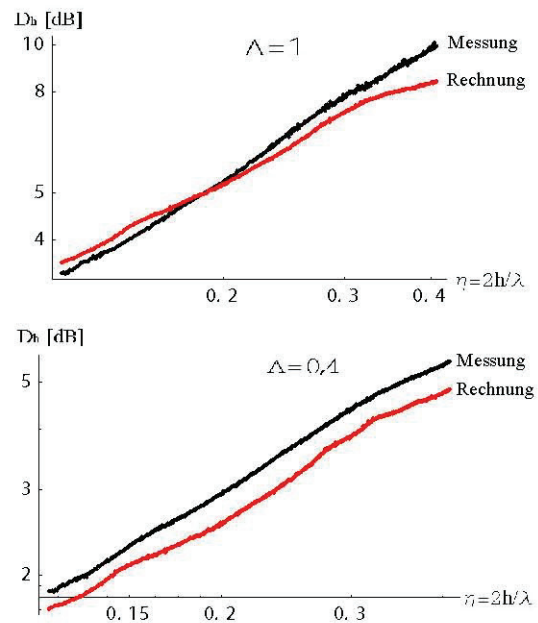


Bild 3: Kanaldämpfung Modellschalldämpfer SD1 ($\Lambda=1$) und SD2 ($\Lambda=0,4$): Vergleich direkte Messung (Daten in [4]) und Berechnung auf der Basis der Absorberkennwerte (rot Rechnung, schwarz Messung), λ Luftschall-Wellenlänge, h halbe freie Kanalbreite des Schalldämpfers

Literatur

- [1] MECHEL, F. P.: *Schallabsorber Band III: Anwendungen*. S. Hirzel Verlag Stuttgart, 1998
- [2] SONG, B. H. ; BOLTON, J. S.: A transfer-matrix approach for estimating the characteristic impedance and wave numbers of limp and rigid porous materials. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 107 (3) (2000), März, S. 1131 – 1152
- [3] HUEBELT, J. ; BOEHM, M. ; HOFFMANN, R.: Using an extended impedance measuring method for the estimation of porosity and flow resistance of porous materials. In: *12. ICSV, Lisbon* (2005)
- [4] GEYER, T. ; HUEBELT, J. ; KÜNIGKE, E.: Messung der Kanaldämpfung von Schalldämpfern in einem erweiterten Kundt'schen Rohr mit Hilfe des Übertragungsmatrixverfahrens. In: *DAGA, Braunschweig* (2006)