

# A Stable Time Explicit Impedance Model and its Applications

Christoph Richter und Frank Thiele

Technische Universität Berlin, Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik,

10623 Berlin, Deutschland, E-Mail: Christoph.Richter@TU-Berlin.de

## Einleitung

Die Verwendung von absorbierenden Materialien und Resonatoren zur Minderung der Schallabstrahlung gehört heute zum Standardrepertoire der passiven Lärmbekämpfung. Große Teile der Innenflächen von modernen Flugzeugtriebwerken sind daher mit akustischen Auskleidungen versehen. Zur Simulation ist die Implementierung einer Impedanz-Randbedingung im Zeitbereich wünschenswert, wie sie beispielsweise in [4] und [5] beschrieben ist. Hauptgegenstand der gegenwärtigen Untersuchung ist die Instabilität dieser Randbedingung, welche auch mit anderen Verfahren und anderen Formulierungen der Randbedingung beobachtet werden kann. Alle Autoren die sich bisher mit zeitexpliziten Impedanz-Randbedingungen beschäftigt haben, berichten über ähnliche Probleme [1, 4, 8]: Sobald die sogenannte Ingard/Myers-Randbedingung [3] zur Beschreibung des Einflusses der Strömung auf die Wand-Impedanz herangezogen wird, gibt es auch zeitlich anwachsende Lösungen. Die durch die Randbedingung beschriebene hydrodynamische Instabilität wurde zuerst von Tester [9] berichtet.

## Impedanzmodellierung im Zeitbereich

Als numerisches Verfahren wird ein sogenanntes CAA-Verfahren eingesetzt, welches die linearisierten Euler-Gleichungen löst. Das Verfahren ist für die Beschreibung der Schallausbreitung mit geringer Dispersion und Dissipation optimiert und beispielsweise in [4] beschrieben. Als Impedanzmodell findet ein erweitertes Helmholtz-Resonator-Modell [5] mit fünf Parametern Anwendung.

Die sogenannte Ingard/Myers-Randbedingung beschreibt darin den Einfluss der wandparallelen Strömung auf die Wandimpedanz. Das grundsätzliche Problem besteht darin, dass zwischen dem ruhenden Fluid in der Wand, für das die Impedanz bekannt ist und dem bewegten Fluid ein Zusammenhang formuliert werden muss. Die Kopplung macht die Existenz einer Scherschicht notwendig, welche die Strömungsgeschwindigkeit an der Wand Null werden lässt. Die Myers-Randbedingung [3] implementiert eine Koordinatentransformation unter der Annahme einer unendlich dünnen Scherschicht zwischen der wandparallelen mittleren Strömung  $\vec{u}_0$  und der Impedanz-Wand:

$$u_n(i\omega) = \frac{p(i\omega)}{Z(i\omega)} + \underbrace{\vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{p(i\omega)}{i\omega Z(i\omega)} \right)}_{\text{konvektiver Transport}} - \underbrace{\frac{p(i\omega)}{i\omega Z(i\omega)} \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}_0)}_{\text{Stromlinienkrümmung}}.$$

Obwohl diese Scherschicht vollständig modelliert wird und

von dem Rechenverfahren nicht aufgelöst werden muss, werden Fluidelemente beim Durchgang durch die Scherschicht in Rotation versetzt. Die Ingard/Myers Randbedingung beschreibt daher auch eine Scherschicht-Instabilität. Die Instabilität wird immer beobachtet, wenn Gitter verfeinert oder Impedanzen mit geringer Dämpfung verwendet werden. Wie in [7] gezeigt wurde existiert die Instabilität immer, wenn die Strömungsgeschwindigkeit an der Wand nicht verschwindet, offenbar aber mit unterschiedlicher Ausprägung. Der einzige bisher bekannte Weg zur Stabilisierung des Verfahrens ist die Filterung oder Dämpfung der gespeicherten Variablen [1, 4]. Da die Auswirkungen einer solchen Filterung weitestgehend unbekannt sind, soll hier mit Hilfe der akustischen Intensität untersucht werden welchen Einfluss die Filterung auf die Lösung hat.

## Auswertung und Ergebnisse

### Akustische Intensität

Die akustische Intensität bietet eine sehr allgemeine und sehr genaue Möglichkeit die Güte der numerischen Lösung und die Dämpfung durch die Wandimpedanz zu bewerten. In experimentellen Untersuchungen wird zudem meist eine Energiedissipation aus der Intensität berechnet. Hier wird die Definition der akustischen Energie und Intensität nach Morfey [2] verwendet:

$$\frac{\partial \langle e_a \rangle_t}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \langle \vec{i} \rangle_t = \langle q \rangle$$

mit:

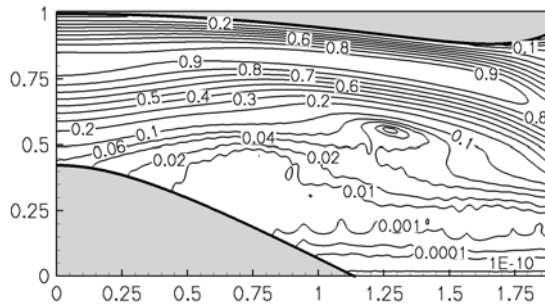
$$e_a = \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2} + \frac{\rho_0}{2} \vec{v}' \cdot \vec{v}' + \rho' \vec{u}_0 \cdot \vec{v}'$$

$$\vec{i} = (p' + \rho_0 \vec{u}_0 \cdot \vec{v}') \left( \vec{v}' + \frac{\rho'}{\rho_0} \vec{u}_0 \right)$$

Es wird davon ausgegangen, dass die spezifische akustische Energie pro Volumen  $e_a$  sich für eine eingeschwungene Lösung im zeitlichen Mittel (gekennzeichnet als  $\langle \cdot \rangle_t$ ) nicht ändert. Die akustischen Energie-Quellen  $q$  auf der rechten Seite verschwinden im Fall einer rotationsfreien isentropen mittleren Strömung [2]. In den betrachteten Beispielen können die Quellen daher als vernachlässigbar klein angesehen werden. Damit ist die Divergenz des zeitlichen Mittels der Intensität  $\vec{i}$  das Maß für die Dissipation der Wand oder numerische Fehler. Im Folgenden werden Bilanzen der akustischen Intensität gebildet, bei denen jeweils der Fluss der akustischen Intensität durch eine  $x = \text{const.}$ -Ebene im Rohr bilanziert wird. Zur Untersuchung des numerischen Fehlers und der Quellen aus der Strömung wird die gleiche Bilanz mit schallharten Wänden gebildet.

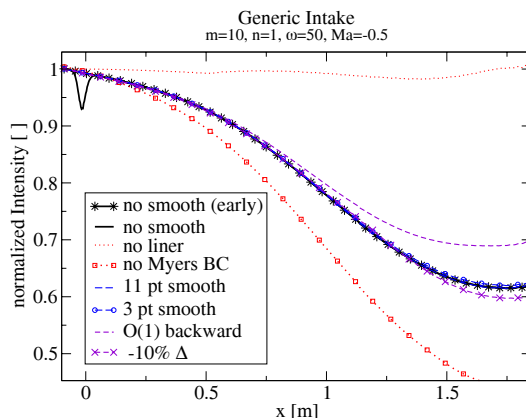
### Generischer Triebwerkseinlauf

Als Testfall wurde hier eine generische Triebwerkskonfiguration mit verfügbaren numerischen Ergebnissen aus der Litera-



**Abbildung 1:** Räumliche Verteilung der Schalldruckamplitude, bezogen auf das Maximum in einem generischen Triebwerkseinlauf.

tur [6] ausgewählt. Die näherungsweise eindimensionale Potentialströmung kommt mit  $Ma = 0.5$  von rechts in Abb. 1. Der Vergleich der relativen Druckamplitude mit den Referenzen aus der Literatur [6, 4] zeigt, dass das hier beschriebene Impedanzmodell im Zeitbereich in guter Übereinstimmung mit den im Frequenzbereich gewonnenen Ergebnissen ist. Bei einer Gitterverfeinerung zeigt sich, dass im Vergleich zu [4] die Instabilität auch ohne eine Sprungstelle in der Impedanz zu beobachten ist. Ein groberes Gitter zeigt das Problem nicht. Das grobe Gitter löst offensichtlich die Instabilität nicht mehr auf.



**Abbildung 2:** Mittlerer akustischer Leistungsfluss über eine Kreisfläche an der Stelle  $x$ , bezogen auf die eingebrachte Leistung.

In Abb. 2 wurden am oben gewählten Beispiel verschiedene Methoden zur Stabilisierung der Impedanz-Randbedingung verglichen. Es werden verschiedene Filter, frequenzabhängige künstliche Dissipation ( $\Delta$ ) und rückwärtige Differenzen 1. Ordnung zur Diskretisierung des konvektiven Anteils untersucht. Zum Vergleich ist die Lösung mit schallharten Wänden und ein Ergebnisse ohne Berücksichtigung des Strömungseinflusses in Abb. 2 dargestellt. Als Referenz für die verschiedenen Stabilisierungskonzepte kann die nach 10000 Zeitschritten gewonnenen Lösung ohne Dämpfung herangezogen werden. Zudem wurden verschiedene Parametersätze für das Impedanzmodell untersucht, die jeweils bei  $\omega = 50$  die gleiche Impedanz ergeben. Dabei ist  $\omega$  die dimensionslose Kreisfrequenz der harmonischen Anregung. Es zeigt sich, dass die beobachtete Instabilität stark vom Frequenzgang der Impedanz im nicht angeregten Bereich abhängig ist. Einige der Impedanzen zeigen schon während des Einschwingvor-

gangs der Lösung im Zeitbereich die Instabilität. Die beobachtete Ausprägung der anwachsenden Lösung wird nicht allein vom Impedanzwert bei der harmonischen Anregungsfrequenz bestimmt.

## Schluss

Die akustische Intensität wurde benutzt um verschiedene numerische Lösungen für eine an der Außenwand komplett akustisch behandeltes Triebwerk zu vergleichen. Es wurde gezeigt, dass im Zeitbereich der gesamte Frequenzgang der Impedanz für die Lösung wichtig ist. Insbesondere lassen sich häufig Parameter für die Impedanzfunktionen finden, die im Bereich der Gitterauflösung für bestimmte Rechenzeiten keine Instabilitäten aufweisen, sofern nur eine Frequenz von Interesse ist. Die Filterung des konvektiven Anteils in der Randbedingung wurde erfolgreich zur Hemmung einer vorhandenen Instabilität eingesetzt. Allerdings muß ein stark dissipativer 3 Punkte Filter verwendet werden um die Instabilität sicher zu unterdrücken. Es konnte gezeigt werden, dass selbst eine solche stark dissipative Filterung der Hilfsvariablen des Impedanzmodells im Fall des Triebwerkseinlaufs keinen nennenswerten Einfluß auf das Ergebnis hat. Alternativ kann auch eine reale Scherschicht bei der Simulation der Schallausbreitung aufgelöst werden, wobei die Modellierung und die damit verbundene Instabilität entfallen. Aus der notwendigen Gitterverfeinerung ergeben sich dann allerdings wesentlich kleinere Zeitschrittweiten in der CAA-Simulation.

## Literatur

- [1] Nicolas Chevaugnon, Jean-Francois Remacle, and Xavier Gallez. Discontinuous Galerkin Implementation of the Extended Helmholtz Resonator Model in Time Domain. AIAA Paper 2006–2569, May 2006.
- [2] C.L. Morfey. Acoustic energy in non-uniform flows. *Journal of Sound and Vibration*, 14(2):159–170, 1971.
- [3] M. K. Myers. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. *Journal of Sound and Vibration*, 71(8): 429–434, August 1980.
- [4] C. Richter, F. Thiele, XD. Li, and M. Zhuang. Comparison of time-domain impedance boundary conditions by lined duct flows. AIAA Paper 2006–2527, May 2006.
- [5] S. W. Rienstra. Impedance models in time domain, including the extended helmholtz resonator model. AIAA Paper 2006–2686, May 2006.
- [6] S. W. Rienstra and W. Eversman. A numerical comparison between the multiple-scale and finite-element solution for sound propagation in lined flow ducts. *Journal of Fluid Mechanics*, 437:367–384, June 2001.
- [7] Sjoerd W. Rienstra. A classification of duct modes based on surface waves. *Wave Motion*, 37:119–135, 2003.
- [8] C. K. W. Tam and L. Auriault. Time-Domain Impedance Boundary Conditions for Computational Aeroacoustics. *AIAA Journal*, 34(5):917–923, May 1996.
- [9] B. J. Tester. The propagation and attenuation of sound in lined ducts containing uniform or plug flow. *Journal of Sound and Vibration*, 28:151–203, 1973.