

# Aktive Schallreduktion ohne Sekundärstreckenmodell mit dem „Time-Averaged-Error“ Algorithmus

Kay Kochan, Delf Sachau, Sten Böhme

Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg,  
22043 Hamburg, Deutschland, Email: kay.kochan@hsuhh.de

## Einleitung

Aktive Schallreduktion, engl. Active Noise Control (ANC), basiert auf dem Prinzip der Überlagerung eines primären Störschallfeldes  $d(n)$  mit einem Sekundärschallfeld  $y'(n)$  mit dem Ziel, das primäre Störschallfeld auszulöschen. Das Sekundärschallsignal  $y(n)$  wird mittels eines adaptiven Filters aus einem Referenzsignal  $x(n)$  berechnet. Aufgrund der Einfachheit und Robustheit ist hierzu der filtered-x LMS Algorithmus am weitesten verbreitet. Ein Nachteil des filtered-x LMS Algorithmus und seiner Variationen ist die Notwendigkeit eines Sekundärstreckenmodells zur Filterung des Referenzsignals. Für die Stabilität des filtered-x LMS Algorithmus ist dieses Sekundärstreckenmodell entscheidend, da der Phasenfehler zwischen Sekundärstreckenmodell und realer Sekundärstrecke maximal  $90^\circ$  betragen darf [1]. Das Sekundärstreckenmodell welches die Übertragungsstrecke zwischen Sekundärlautsprecher und den Fehlermikrofonen repräsentiert, kann offline oder online ermittelt werden.

In diesem Artikel wird der neue Time-Averaged-Error Algorithmus (TAE – Algorithmus) vorgestellt. Der TAE-Algorithmus weist durch Meidung des Sekundärstreckenmodells die oben beschriebenen Stabilitätsprobleme nicht auf. Der Artikel ist wie folgt strukturiert: Im ersten Abschnitt wird eine Auswahl von Algorithmen ohne Sekundärstreckenmodell diskutiert und zum TAE-Algorithmus abgegrenzt. Im zweiten Abschnitt wird das Prinzip des TAE Algorithmus beschrieben. Im dritten Abschnitt folgen schließlich erste Ergebnisse der Simulation.

## Adaptive Regler ohne Sekundärstreckenmodell

Abbildung 1 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Feedforward-Controllers ohne Sekundärstreckenmodell. Solche Adaptionalgorithmen ohne Sekundärstreckenmodell wurden in den letzten Jahren zunehmend erforscht. Zum Beispiel von D. L. Kewley et. al. wurde in [2] der higher-harmonic, time-averaged gradient descent Algorithmus (HTAG Algorithmus) beschrieben. Dieser basiert auf der zeitlichen Mittelung des quadratischen Fehlers und dem eindimensionalen Newton-Verfahren. Der Algorithmus zeigt Schwächen bezüglich der Stabilität in der Nähe der optimalen Filterkoeffizienten aufgrund der Approximation des Gradienten mittels zentraler Differenzenapproximation. Ein weiteres Beispiel ist die von Y. Kajikawa in [3] beschriebene Methode der simultanen Störung der Filterkoeffizienten. Hier erfolgt der Adaptionvorgang durch sukzessive Störung sich überlappender, aber stets gleicher Teile des adaptiven Filters und dem Vergleich eines Fehlerkriteriums. Weiterhin stellt Muneyasu et. al. in [4] einen Algorithmus vor, der durch gespeicherte Fehler- und Sekundärsignale die unbe-

kannte Sekundärstrecke aus der bekannten Adaptionsgleichung eliminiert. Nachteilig an diesem Algorithmus ist die hohe Anzahl an numerischen Berechnungen. Der TAE-Algorithmus verfolgt hier einen neuen Weg gegenüber den oben beschriebenen Algorithmen.

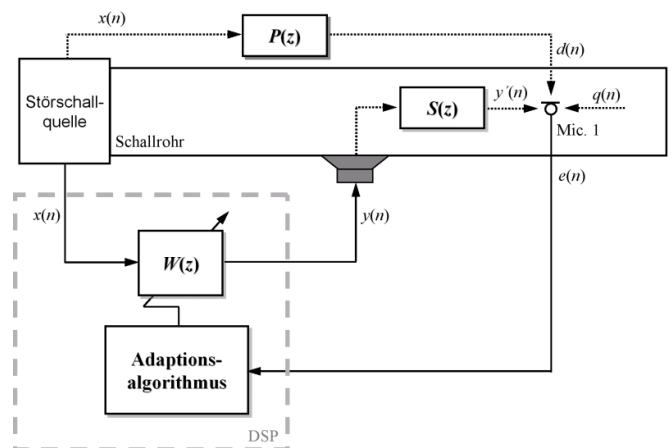


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau eines einkanaligen Feedforward-Controllers ohne Sekundärstreckenmodell für aktive Schallreduktion.

## Prinzip des Time-Averaged-Error Algorithmus

Das Prinzip des TAE-Algorithmus wird hier kurz für den einkanaligen Fall eines adaptiven Filter der Länge  $L$  dargestellt. Für annähernd zeitlich konstante Schallfelder kann angenommen werden, dass die Güte des Adaptionserfolges eines adaptiven Filters sich mittels einer konstanten Fehlerfläche darstellen lässt. Dabei ist jedem Filterkoeffizientensatz  $\mathbf{w} = [w_1, w_2]$  ein entsprechender Fehler  $\xi(\mathbf{w})$  zugeordnet und dem globale Minimum die optimalen Filterkoeffizienten  $\mathbf{w}^{opt} = [w_1^{opt}, w_2^{opt}]$ . Die Idee des TAE-Algorithmus basiert auf der direkten Optimierung entlang dieser Fehlerfläche  $\xi(\mathbf{w})$ . Grundsätzlich könnte eine Vielzahl von Optimierungsverfahren zum Einsatz kommen. Vorteilhaft sind hier gradientenfreie Optimierungsverfahren, da sich diejenigen durch besonders hohe Robustheit auszeichnen (vgl. [2]). Weiterhin sind für die aktive Schallreduktion nur diese gradientenfreien Optimierungsverfahren geeignet welche sukzessive bessere Lösungen finden und sich somit an der Fehlerfläche  $\xi(\mathbf{w})$  zum Optimum bewegen.

Der Fehler  $\xi(\mathbf{w}(k))$  zum Zeitpunkt  $k$  kann durch Mittelung über  $M$  Abtastwerte des Fehlersignals  $e(n)$  ermittelt werden:

$$\xi(\mathbf{w}(k)) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M |e(n)| \quad (1)$$

Die Liniensuche kann unter Annahme des stationären Schallfeldes entlang einer Suchrichtung  $\mathbf{u}_i$  durch Austesten und Vergleich der zu unterschiedlichen Zeitpunkten  $k$  ermittelten Fehler  $\xi(\mathbf{w}(k))$  erfolgen. Hierzu wird jeweils von der aktuellen Position  $\mathbf{w}_i$  ein Schritt (Schrittweite  $\Delta$ ) in Richtung  $\mathbf{u}_i$  und anschließend in Richtung  $-\mathbf{u}_i$  ausgeführt. Die Auswahl der Suchrichtung  $\mathbf{u}_i$  erfolgt mittels Powell's Direction Set Methode[5]. Die Suchrichtungen  $\mathbf{u}_i$  werden dabei in jedem Zyklus annähernd dem steilsten Abstieg angepasst. Der TAE-Algorithmus ist daher wie folgt für einen Zyklus definiert:

I. speichere Startposition  $\mathbf{w}(0)$

II. für  $i = 1 \dots L$

o ermittle die Fehler:  $f = \begin{cases} \xi(\mathbf{w}(i)) \\ \xi(\mathbf{w}(i) + \Delta \cdot \mathbf{u}_i) \\ \xi(\mathbf{w}(i) - \Delta \cdot \mathbf{u}_i) \end{cases}$

o setze:

$$\mathbf{w}(i+1) = \begin{cases} \mathbf{w}(i) + \Delta & \text{für } \min\{f\} = \xi(\mathbf{w}(i) + \Delta \cdot \mathbf{u}_i) \\ \mathbf{w}(i) - \Delta & \text{für } \min\{f\} = \xi(\mathbf{w}(i) - \Delta \cdot \mathbf{u}_i) \\ \mathbf{w}(i) & \text{für } \min\{f\} = \xi(\mathbf{w}(i)) \end{cases}$$

o setze  $i \leftarrow i+1$

III. für  $i = 1 \dots L-1$  setze  $\mathbf{u}_i \leftarrow \mathbf{u}_{i+1}$

IV.  $\mathbf{u}_L \leftarrow \mathbf{w}(L) - \mathbf{w}(0)$

V. wiederhole Schritt I bis IV.

Da Powell's Direction Set Methode nach einigen Zyklen zu linear abhängigen Suchrichtungen führt, werden die Suchrichtungen alle  $L$  Zyklen zurückgesetzt.

### Simulationsergebnisse

Für die Simulation des einkanaligen TAE-Algorithmus wurden entsprechend Abbildung 1 die Primärstrecke  $P(z)$  und die Sekundärstrecke  $S(z)$  eines Schallrohres identifiziert und mittels IIR Filter modelliert. Die primäre Störschallquelle emittiert eine Primärschallwelle von 150 Hz, welche gleichzeitig als Referenzsignal  $x(n)$  genutzt wird. Das Fehlermikrofon wird zusätzlich mit einem Rauschen  $q(n)$  (Signal-Rausch-Abstand 40 dB) beaufschlagt. Die Parameter für den TAE - Algorithmus wurden mit dem COSA - Verfahren [6] eingestellt und sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Parameter des TAE-Algorithmus

Parameter	
Abtastrate	5000 Hz
Filterlänge $W(z)$	4
Schrittweite $\Delta$	$0,517 \cdot \xi(\mathbf{w}(0))$
Mittlungen $M$	231 Samples

Abbildung 2 zeigt die Simulationsergebnisse des TAE-Algorithmus. Das Frequenzspektrum nach dem Konvergie-

ren des TAE-Algorithmus zeigt, dass das Signal der Störschallwelle  $d(n)$  um eine Schallreduktion  $SR = 40$  dB gemäß:

$$SR = 10 \log \left( \frac{E\{e(n)\}}{E\{d(n)\}} \right) \quad (2)$$

reduziert wird. Um die Stabilität zu demonstrieren, wurde nach 25 Sekunden vom ursprünglichen Fehlermikrofon auf ein zweites Fehlermikrofon (Abstand 1. zu 2. Mikrofon 82 cm, Mikrofon 2 zwischen Primär- und Sekundärquelle) umgeschaltet. Die Strecken  $P(z)$  und  $S(z)$  ändern sich schlagartig. Der TAE-Algorithmus konvergiert auch hier erneut.

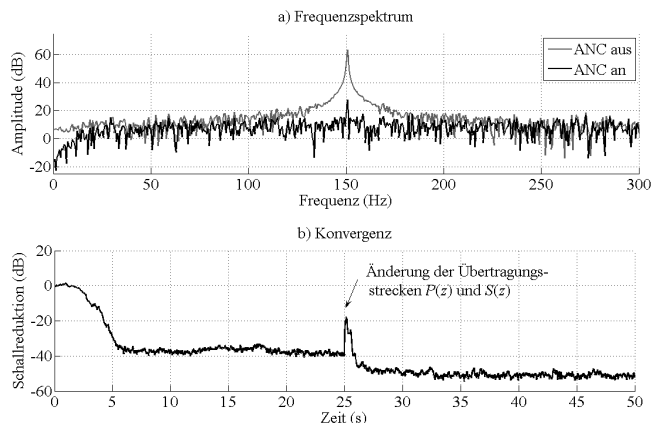


Abbildung 2: Simulationsergebnisse: a) Frequenzspektrum und b) Konvergenzverhalten schlagartiger Änderung der Sekundärstrecke

### Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde gezeigt, dass der TAE-Algorithmus gute Konvergenz und Stabilität besitzt. Erste Echtzeit-Experimente bestätigen die Ergebnisse der Simulation. Weitere geplante Untersuchungen sollen zeigen, ob der TAE-Algorithmus eine gute Alternative in Anwendungen mit besonders hohen Stabilitätsanforderungen ist.

### Literatur

- [1] Kuo, S. M; Morgan, D. R.: Active Noise Control Systems – Algorithms and DSP Implementations. Wiley Series in Telecommun. and Signal Proc., New York, 1996
- [2] Kewley, D. L. et. al.: Feedforward control using the higher-harmonic, time-averaged gradient descent algorithm. J. Acoustic Soc. of Am., 1995, 2892 - 2905
- [3] Kajikawa, Y. et. al.: Multi-channel active noise control with freely movable quiet zone. Proc. 8th ISSPA 2005, Volume 2, 767- 770
- [4] Muneyasu, M. et. al.: An Active Noise Control System Based on Simultaneous Equations Method without Auxiliary Filters. IEEE ISCAS 2005, 256- 259 Vol. 1
- [5] Press, W. H et. al.: Numerical recipes: the art of scientific computing; 2<sup>nd</sup>. Ed.; Cambridge University Press.
- [6] Böhme, S. et. al.: Optimization of actuator and sensor positions for an active noise reduction system; Proceedings of SPIE – Volume 6171