

Holographische Modalanalyse mit Skalierbarem Kugelarray

Anton Schlesinger¹, Giovanni Del Galdo², Bernhard Albrecht², Stephan Husung², Jörg Lotze²,
Hans-Peter Schade², Martin Haardt²

¹ Delft University of Technology, P.O.B.5046, 2600 GA Delft, Niederlande, a.schlesinger@tudelft.nl

² Technische Universität Ilmenau, 98693 Ilmenau, Max-Planck-Ring 14, Deutschland, bernhard.albrecht@tu-ilmenau.de

Einleitung

Für die akustische Untersuchung kleiner bis mittelgroßer Räume, ist die Modalanalyse notwendig und gleichzeitig eine Herausforderung. Anders als bei rein zeitabhängigen Parametern, kann dabei die Frequenzantwort nicht aus punktuellen Messungen oder Mittelungen punktueller Mehrfachmessungen abgeleitet werden. Der Schalldruck hat im tiefrequenten modalen Bereich keine homogene und isotrope Verteilung. Abhängig von der Messposition im Eigentonnetz variieren die Schallfeldgrößen stark, weshalb Modalanalysen aus punktuell vorgenommenen Messungen die physikalische Grundlage fehlt.

Im hier vorgestellten Lösungsansatz für dieses Problem wird mit Hilfe eines Oberflächen-Arrays, das Eigentonnetz im modalen Frequenzbereich rekonstruiert, holographisch dargestellt und quantifiziert. Erste Simulationen und experimentelle Messungen haben das Potential und die Funktionalität des vorgestellten Messverfahrens nachgewiesen.

Holographische Modalanalyse

Analog zu den Methoden der „Nearfield Acoustical Holography“ wurde analytisch für ein Kugelvolumen V ein internes Problem formuliert [3]. Unter der Bedingung, dass keine Quellen in V liegen, kann der Schalldruck $p(r, \theta, \phi, \omega)$ in V aus der Druckinformation auf einer konzentrischen Oberfläche S_0 ($r_{S_0} \leq r_V$) vollständig rekonstruiert werden. Radius r , Elevationswinkel θ und Azimutwinkel ϕ bestimmen den geometrischen Ort in V , ω ist die Kreisfrequenz der Impulsantwort.

Das Schallfeld auf S_0 kann in einer Reihe sphärischer Harmonischer (SH) $Y_n^m(\theta, \phi)$ [3][5] entwickelt werden:

$$p(r_{S_0}, \theta, \phi, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n K_n^m(r_{S_0}, \omega) Y_n^m(\theta, \phi), \quad (1)$$

wobei n die Ordnung und m der Modus der SH ist. Unter Nutzung der Orthogonalität der SH lassen sich die Reihenkoeffizienten $K_n^m(r_{S_0}, \omega)$ berechnen und nach [3] durch Multiplikation mit einem Quotienten aus sphärischen Besselfunktionen $j_n(x)$ erster Art und Ordnung n auf beliebige Radien r innerhalb von V extrapolieren:

$$K_n^m(r, \omega) = \frac{j_n(kr)}{j_n(kr_{S_0})} \int p(r_{S_0}, \theta, \phi, \omega) Y_n^m(\theta, \phi) d\Omega, \quad (2)$$

wobei $d\Omega$ ein Raumwinkelement, $k = \omega/c$ und c die Schallgeschwindigkeit ist. Die Integration wird über die gesamte Kugeloberfläche vorgenommen. Mit (1) lässt sich nun p in jedem Punkt (r, θ, ϕ) innerhalb von V extrapolie-

ren. Damit kann das Schallfeld holographisch dargestellt und ortsabhängig quantitativ ausgewertet werden [2][4].

Die räumliche Abtastung auf S_0 und die Berechnung des Integrals in (2) wurde mit einem effizienten Quadraturalgorithmus nach Lebedev vorgenommen [1]. Dieser ermöglicht die Berechnung von Reihenkoeffizienten hoher Ordnung n bei vergleichsweise geringer Anzahl an Messpunkten auf S_0 und spart damit Zeit- und Rechenressourcen.

Mechanischer Aufbau

Ein skalierbares Ein-Mikrophon-Array wurde entwickelt, welches über zwei rotatorische Freiheitsgrade ein virtuelles Kugelarray ($r_{S_0} = 1\text{ m}$) bildet. Die räumliche Abtastung wird durch fortlaufende Messung der Raumimpulsantwort an den Stützstellen des Quadraturalgorithmus auf S_0 vorgenommen (Abb. 1). Das Rekonstruktionsvolumen hat bei dieser Messanordnung einen Radius $r_V = 1.2\text{ m}$, da ab diesem Abstand der Boden als Quelle wirkt.

Konstruktionstechnische Anforderungen an den Messroboter waren eine hochgenaue Positionierung des Mikrophons, sowie eine hohe akustische Transparenz des Aufbaus.

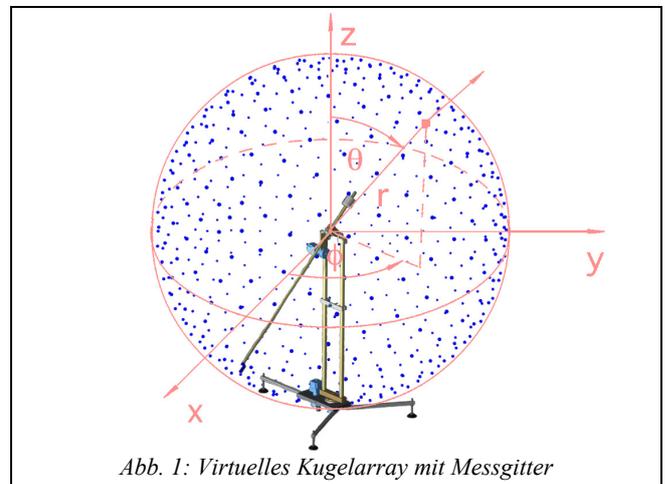


Abb. 1: Virtuelles Kugelarray mit Messgitter

Experimentelle Messung

Eine experimentelle Messung zur Evaluierung des theoretischen Ansatzes wurde im Aufnahmestudio der Hochschule der Künste, Bern (HKB) realisiert. Raummaße und Messanordnung sind in Abb. 2 ersichtliche.

Die Schroeder-Frequenz von $f_{\text{Schroeder}} = 120\text{ Hz}$ ergibt sich mit gegebener Nachhallzeit $T_N = 1.1\text{ s}$ und gegebenem Raumvolumen $V_{\text{Raum}} = 340\text{ m}^3$ durch:

$$f_{\text{Schroeder}} = 2000 \sqrt{\frac{T_N}{V_{\text{Raum}}}}. \quad (3)$$

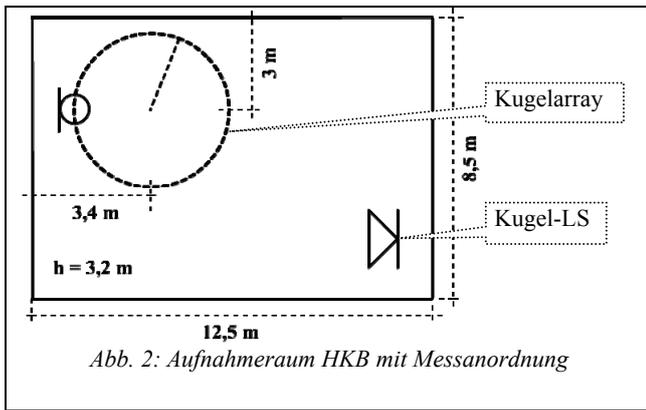


Abb. 2: Aufnahmeraum HKB mit Messanordnung

Durch Lösung der Helmholtz-Gleichung für den Quader-raum kann die Modenverteilung mit (4) berechnet werden [6], das Ergebnis ist in Abb. 3 dargestellt.

$$f = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{o_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{o_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{o_z}{l_z}\right)^2} \quad (4)$$

(o_x, o_y, o_z - Knotenpunkte von Moden [m]; l_x, l_y, l_z - Raummaße [m]
 c - Schallgeschwindigkeit [m/s]; f - Resonanzfrequenz [Hz])

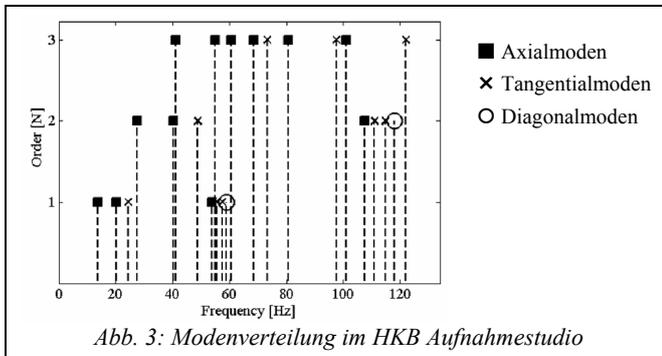


Abb. 3: Modenverteilung im HKB Aufnahmestudio

Die Kugeloberfläche S_0 wurde an 974 Positionen auf einem Lebedev-Gitter der Ordnung $n=26$ abgetastet (vgl. Abb. 1). Die Extrapolation erfolgte in einem Rekonstruktionsvolumen von $2 \times 2 \times 2$ m mit einer Gitterdichte von 0,1m.

Im Folgenden wird das Ergebnis der holographischen Analyse exemplarisch für $f = 32$ Hz dargestellt.

Der 2D-contour-plot in Abb. 4 (und als 3D-plot in Abb. 5) zeigt einen Schwingungsbauch bei $f = 32$ Hz. Dies entspricht einer Axialmode 2. Ordnung, die laut Abb. 3 bei $f = 28$ Hz liegt. Da die Trennung zwischen einzelnen Raumresonanzen in diesem Frequenzbereich vergleichsweise niedrig ist und sich die untersuchte Mode prominent aus-

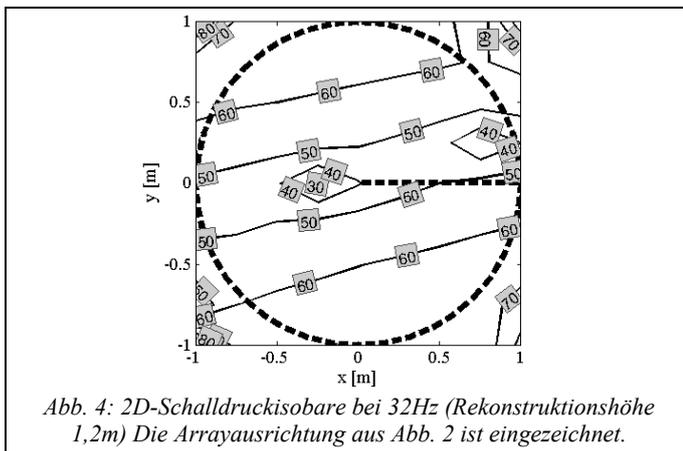


Abb. 4: 2D-Schalldruckisobare bei 32Hz (Rekonstruktionshöhe 1,2m) Die Arrayausrichtung aus Abb. 2 ist eingezeichnet.

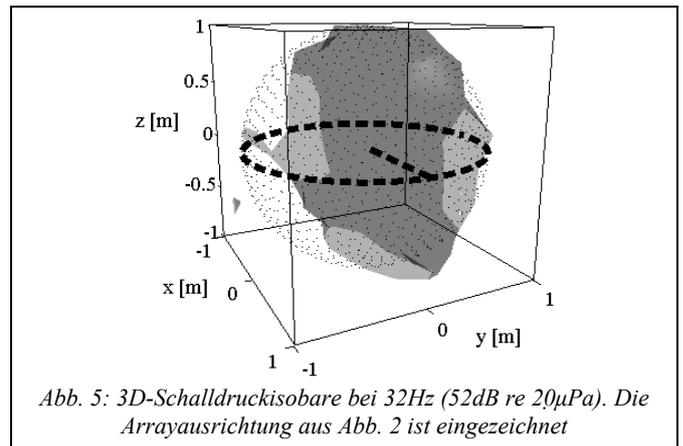


Abb. 5: 3D-Schalldruckisobare bei 32Hz (52dB re 20µPa). Die Arrayausrichtung aus Abb. 2 ist eingezeichnet

bilden kann, zeigt das Messergebnis in guter Näherung eine Übereinstimmung mit der mathematischen Lösung.

Um einen Einblick in den dreidimensionalen Schalldruckverlauf zu erhalten, ist die Schalldruckisobare bei $f = 32$ Hz und 52dB SPL in Abb. 5 dargestellt. Die Schalldruckverteilung zeigt die bei einer Axialmode (vgl. Abb. 3) erwarteten räumlichen Änderungen. Das rekonstruierte Schallfeld im Volumen enthält somit den Ausschnitt einer Überlagerung von Raummoden. Da das Schallfeld im stationären Zustand ein Gleichgewichtssystem ausprägt, kann es über den Rekonstruktionsbereich hinaus qualitativ bewertet werden.

Der Extrapolationsfehler wird an den Grenzen des Rekonstruktionsvolumens ersichtlich und steigt mit zunehmendem Radius ($r \geq r_V$). Erkennbar ist dies z.B. in den Ecken von Abb. 4; hier erhöht sich der rekonstruierte Schalldruck anomal.

Zusammenfassung und Ausblick

Der vorgestellte Ansatz bietet eine praktikable Möglichkeit, das tieffrequente Schallfeld über ein Volumen vollständig zu quantifizieren und somit die Arbeit des Akustikers bei der Betrachtung des modalen Bereiches wesentlich zu vereinfachen. So können Raumgeometrie und verwendete Materialien umfassend in ihren Auswirkungen auf die Modalstruktur des Raumes ausgewertet werden. Zukünftige Arbeiten zielen auf eine Erhöhung der Messgenauigkeit und eine weiterführende praktische Analyse der vorgestellten Methodik.

Quellen

- [1] LEBEDEV, V. I.: Quadratures on a sphere. In: USSR Comput. Math. And Math. 16 (1976), Nr. 2
- [2] WILLIAMS, E. G.; VALDIVIA, N.; HERDIC, P. C.; KLOS, J.: Volumetric acoustic vector intensity probe. In: J. Acoust. Soc. Am., proposal (2006), Januar
- [3] WILLIAMS, E. G.: Fourier acoustics - sound radiation and nearfield acoustical holography. Academic Press, 1999
- [4] PARK, M.; RAFAELY, B.: Sound-field analysis by plane wave decomposition using spherical microphone array. In: J. Acoust. Soc. Am. 118 (2005), Nr. 5
- [5] DEL GALDO, G.; LOTZE, J.; LANDMANN, M.; HAARDT, M.: Modelling and manipulation of polarimetric antenna beam patterns via spherical harmonics. European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Italien, 2006.
- [6] DEGA-Empfehlung 101; Akustische Wellen und Felder; 2006