

Regelalgorithmen zur Schallreduktion

Kay Kochan, Delf Sachau, Thomas Kletschkowski

Professur f. Mechatronik, Fakultät Maschinenbau, Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg, 22043 Hamburg, Deutschland, Email: kay.kochan@hsuhh.de

Einleitung

Lärm ist heutzutage ein ständiger Begleiter. Tonaler Lärm wird als besonders lästig wahrgenommen. Systeme zur aktiven Schallreduktion (engl. Active Noise Control (ANC)) bieten die Möglichkeit gezielt den Lärm zu beeinflussen. Die Regelungsaufgabe kann hierbei von adaptiven Filteralgorithmen übernommen werden. Im Folgenden wird auf Teilaspekte der Auswahl und robuster Parametrisierung solcher echtzeitfähiger Regler eingegangen.

Anwendungsbeispiel Propellerflugzeug

In propellergetriebenen Transportflugzeugen werden im Laderaum hohe tonale Lärmpegel durch die am Rumpf vorbeistreichenden Propellerblätter induziert. Um die Arbeitsschutzbestimmungen und die Komfortansprüche des Lademeisters zu erfüllen, wird derzeit ein ANC-System entwickelt. Die Systemkonfiguration umfasst 8-10 Lautsprecher, bis zu 20 Fehlermikrofone und einen adaptiven Regler zur Minimierung der Schallpegel der ersten Ordnungen der Blattwiederholungsfrequenz ($f < 300\text{Hz}$). Der experimentelle Regler wurde auf einem dSPACE 1103 realisiert.

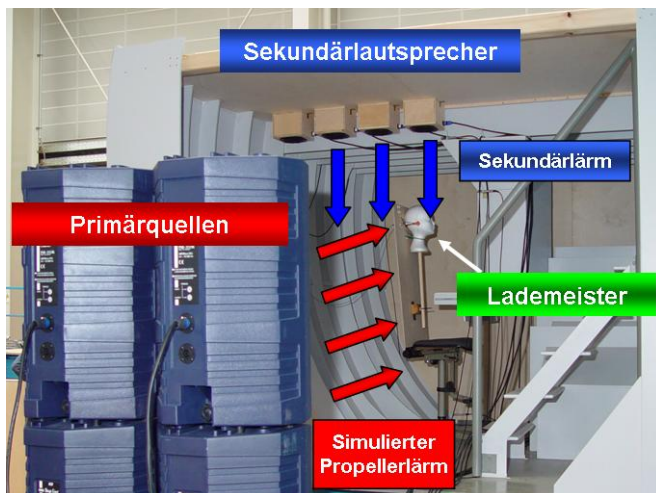


Abbildung 1: Akustisches Mock-up der Lademeisterstation mit ANC-System und Messequipment.

Auswahl geeigneter Adaptionsalgorithmen

Die Auswahl eines geeigneten Filteralgorithmus orientiert sich im Wesentlichen an den Gesichtspunkten Lärmcharakteristik, Konvergenz- bzw. Nachführgeschwindigkeit, numerische Komplexität sowie Robustheit. Für den obigen Anwendungsfall wird ein tonales, nahezu stationäres Schallfeld angenommen, weshalb die Konvergenzgeschwindigkeit von nachrangiger Bedeutung ist. Wesentlich wichtiger sind hier die Anforderungen an die Reglerrobustheit. Dies bedeutet, dass der Algorithmus einerseits selbst numerisch stabil sein

muss. Andererseits müssen beschränkte Abweichungen zwischen Sekundärstrecke und Sekundärstreckenmodell zulässig sein. Für den filtered-x LMS Algorithmus (FXLMS) ist bekannt, dass die Phasenwinkelfehler zwischen Sekundärstrecke und deren Modell kleiner 90° sein muss, um Stabilität zu garantieren [1].

Eine Alternative zum FXLMS ist der modifizierte filtered-x LMS Algorithmus (mFXLMS). Im Vergleich zum FXLMS wurde dieser um eine Sekundärstreckenschätzung $\hat{S}(z)$ ergänzt, um das nicht messbare Primärschallsignal $d(n)$ zu schätzen (vgl. Abbildung 2). Wie bereits in [2] nachgewiesen, ist unter der Bedingung $S(z) = \hat{S}(z)$ der zurückgeführte Fehler $e_m(n)$ direkt abhängig von Änderungen des adaptiven Filters $W(z)$. Der Algorithmus ist somit in Parametrisierung und Konvergenzgeschwindigkeit für beliebige Signaltypen unabhängig von Totzeiten in der Sekundärstrecke. Für die zulässige Schrittweite gilt somit $0 < \mu < 2$. Eine Einschränkung der maximal zulässigen Schrittweite μ_{\max} erfolgt durch Fehler des Sekundärstreckenmodells und wird im Folgenden für stationäre tonale Signale untersucht.

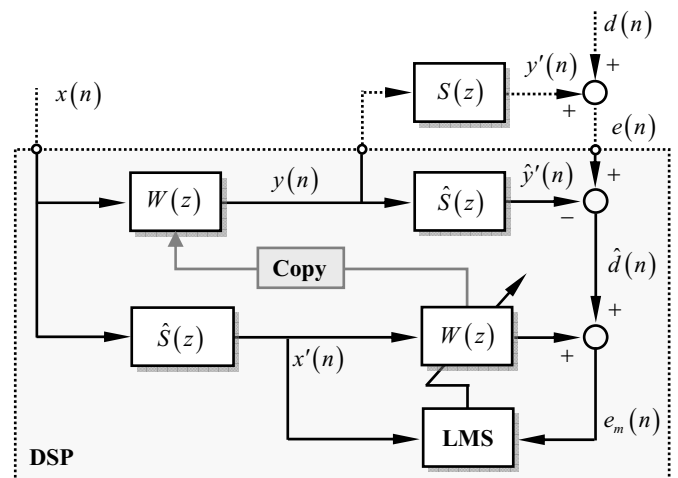


Abbildung 2: Signalflussdiagramm des modified FxLMS Algorithmus.

Einkanalige Regelung

Erste Erkenntnisse zur Wahl einer geeigneten Schrittweite für den mFXLMS Algorithmus können am einfachen Beispiel eines einkanaligen ANC-Systems gewonnen werden (Abbildung 2).

Für eine analytische Untersuchung der Sensitivität gegenüber relativen Sekundärstreckenfehlern $\Delta(z) = S(z)/\hat{S}(z)$ kann der normalisierte mFXLMS Algorithmus als zeitinvariantes lineares Übertragungsglied $H(z) = E(z)/D(z)$ betrachtet werden. Dies gilt unter der Bedingung $\sin(\omega_0 I)/\sin(\omega_0) = 0$ für die normierte Referenzsignalfrequenz ω_0 und der Länge I des adaptiven Filters $W(z)$. Für

das Fehlersignal $E(z) = Z\{e(n)\}$ des ANC-Systems folgt in Abhängigkeit vom Primärschallsignal $D(z) = Z\{d(n)\}$:

$$E(z) = \frac{z^2 - 2z \cos \omega_0 + 1}{\underbrace{z^2 - 2z \cos \omega_0 + 1 - \mu(1 - z \cos \omega_0) \cdot \Delta(z)}_{H(z)}} D(z). \quad (1)$$

Dies ist dieselbe Gleichung, welche sich auch für den FXLMS ergibt. Es ist deshalb zu erwarten, dass sich mFXLMS und FXLMS für tonale stationäre Signale äquivalent verhalten.

Eine stabile Schrittweite μ des mFXLMS bzw. FXLMS kann nach Anwendung der Bilineartransformation und des ROUTH-Kriteriums anhand der Lage der Nullstellen des charakteristischen Polynoms von $H(s)$ bestimmt werden. Zum Beispiel folgt für einen relativen Amplitudenfehler $\Delta(z) = C$ nach Auswertung der Stabilitätsbedingungen die stabile Schrittweite μ mit $0 < \mu < 2/C$. Weiterhin kann man z.B. für den relativen Fehler ein Übertragungsglied $\Delta(z) = az + b$ mit

$$\Delta(z) = S(z)/\hat{S}(z) = C \cdot e^{j(\varphi - \hat{\varphi})} \quad (2)$$

ansetzen. Die Stabilität des mFXLMS bzw. des FXLMS ist dann garantiert, wenn für die Schrittweite gleichzeitig gilt:

$$0 < \mu < \frac{2}{|a+b|} \quad \text{und} \quad 0 < \mu < \frac{2}{|a-b|}. \quad (3)$$

Identifiziert man nun neben der nominalen Sekundärstrecke des Arbeitspunktes einen Satz gestörter Sekundärstrecken, ist man in der Lage eine Schrittweite μ zu berechnen, die bei den angenommenen Unsicherheiten im Sekundärstreckenmodell Stabilität für die Regelung garantiert.

Simulationen zeigten, dass der Betrieb an der Stabilitätsgrenze nicht zur schnellsten Konvergenzgeschwindigkeit führt. Im praktischen Einsatz ist deshalb eine Schrittweite zwischen $\mu = 0.01 \cdot \mu_{\max}$ und $\mu = 0.1 \cdot \mu_{\max}$ zu wählen.

Mehrkanalige Regelung

Durch das äquivalente zeitinvariante lineare Übertragungsglied könnte im Prinzip auch das Verhalten des mehrkanaligen mFXLMS Algorithmus untersucht werden. Die Ordnung des charakteristischen Polynoms steigt jedoch auch für sehr einfache Systeme sehr schnell an. Eine Untersuchung im Frequenzbereich ist deshalb vorzuziehen.

Nach Einführung der komplexen Spaltenmatrizen für den adaptiven Filter \mathbf{W} , des Primärsignal \mathbf{D} und des Referenzsignals $X = 1$ folgt mit der komplexen Übertragungsmatrix der Sekundärstrecken \mathbf{S} bzw. deren Schätzung $\hat{\mathbf{S}}$ der Fehler \mathbf{E}_m (vgl. Abbildung 2)

$$\mathbf{E}_m(n) = \mathbf{D}(n) + [\mathbf{S}\mathbf{W}(n) - \hat{\mathbf{S}}\mathbf{W}(n) + \hat{\mathbf{S}}\mathbf{W}(n)]X. \quad (4)$$

Die Filterupdategleichung für den mFXLMS wird mit der Gewichtung der Ansteuerung β wie folgt angegeben:

$$\mathbf{W}(n+1) = (1 - \mu\beta)\mathbf{W}(n) + \mu\hat{\mathbf{S}}^H \mathbf{E}_m(n) \quad (5)$$

Auch hier kann man an den obigen Gleichungen die Äquivalenz des mFXLMS und des FXLMS für stationäre tonale Signale erkennen.

Unter Annahme $\omega_0 = 1/4$ können die Stabilitätsbedingungen aus dem Frequenzbereich auf den mFXLMS im Zeitbereich übertragen werden. Die maximal zulässige Schrittweite (vgl. [3]) folgt aus dem größten der komplexen Eigenwerte λ_k der Matrix $[\hat{\mathbf{S}}^H \mathbf{S} + \beta \mathbf{I}]$ mit

$$\mu < \frac{2 \operatorname{Re}\{\lambda_{\max}\}}{|\lambda_{\max}|^2}. \quad (6)$$

Der Parameter β ist mindestens so groß zu wählen, dass die Realteile aller Eigenwerte λ_k größer als null sind.

Reglerparameter für das Anwendungsbeispiel

Für das Beispiel der Lademeisterstation (vgl. Abbildung 1) wurde die maximal zulässige Schrittweite für unterschiedliche Besetzung der Lademeisterstation bestimmt. Dabei wurde beobachtet, dass bei unterschiedlicher Besetzung der Lademeisterstation die Stabilitätsgrenzen für die ersten 3 Ordnungen der Blattwiederholfrequenz nur um maximal ± 10 Prozent verschoben werden.

Ein Verfahren zur Nachführung der Übertragungsmatrix des Sekundärstreckenmodells $\hat{\mathbf{S}}$ ist deshalb für diese angenommene Unsicherheit nicht notwendig, solange die Schrittweite kleiner $0.9 \cdot \mu_{\max}$ gewählt wird. Da die Konvergenzgeschwindigkeit hier von nachrangiger Bedeutung ist, wurde die Schrittweite mit $\mu = 0.01 \cdot \mu_{\max}$ festgelegt. Der Parameter β wurde empirisch bestimmt, sodass sich die maximale Reduktion an den Ohren des Lademeisters einstellt.

Ausblick

Es wurden Methoden zur Untersuchung der Reglerrobustheit und zur Festlegung robuster Reglerparameter dargestellt. Dabei hat sich gezeigt, dass der mFXLMS und der FXLMS äquivalente Stabilitätsgrenzen bei stationär tonalen Signalen besitzen. Im Weiteren sollen nun weitere alternative Systemkonfigurationen untersucht werden.

Literatur

- [1] Kuo S. M., Morgan, D. R.: Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP Implementations. John Wiley & Sons, Inc. 1996
- [2] Bjarnson, E.: Active noise cancellation using a modified form of the filtered-x LMS algorithm. Signal Processing VI: Theories and Applications. Elsevier Science, 1992
- [3] Elliott, S. J., Boucher, C. C, Nelson, P. A.: The Behaviour of a Multiple Channel Active Control System. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, No. 5, 1992