Der perfekte Sweep – Ein neues Anregungssignal zur adaptiven Systemidentifikation zeitvarianter akustischer Systeme

Aulis Telle, Christiane Antweiler, Peter Vary
Institut für Nachrichtengeräte und Datenverarbeitung, 52056 Aachen, Deutschland,
Email: {telle,antweiler,vary}@ind.rwth-aachen.de

Einleitung

Zur Identifikation und Nachverfolgung zeitvarianter Systeme werden häufig adaptive Filter mit dem Normalized Least Mean Squares (NLMS) Algorithmus eingesetzt. Das eingesetzte Anregungssignal hat dabei entscheidenden Einfluss auf die Konvergenzeigenschaften.

Wie bereits gezeigt wurde [1], sind sog. perfekte Sequenzen das im Sinne einer maximalen Konvergenzgeschwindigkeit optimale Anregungssignal für den NLMS-Algorithmus. Das entscheidende Merkmal dieser periodischen Signale ist dabei ihre perfekte periodische Autokorrelation (PAKF), bei der alle Nebenwerte gleich Null sind.

Beim Entwurf geeigneter Anregungssignale für die Systemidentifikation wird üblicherweise eine hohe Energieeffizienz angestrebt. Binäre und spezielle ternäre Pseudo-Rauschsequenzen erfüllen diese Forderung zumindest in der Theorie optimal bzw. annähernd optimal. Müller und Massarani konnten 2001 allerdings zeigen [2], dass Sweeps bei realer Audio-Hardware weniger Verzerrungen provozieren als solche Pseudo-Rauschsequenzen und somit, neben weiteren Vorzügen, eine bessere effektive Energieeffizienz aufweisen. Jedoch besitzen die in der Praxis eingesetzten Sweeps in der Regel keine perfekte PAKF.

In diesem Beitrag wird die Konstruktion eines Sweeps mit perfekter PAKF vorgestellt, der in Kombination mit dem NLMS-Algorithmus die maximale Konvergenzgeschwindigkeit ermöglicht und darüber hinaus viele der günstigen Eigenschaften von Sweeps besitzt.

Definition eines *perfekten* Signals

Ein zeitdiskretes Signal $p(n)$ der Länge N_p und dem Zeitindex n wird als *perfekt* bezeichnet, wenn bei periodischer Wiederholung alle zeitlichen Verschiebungen des Signals zueinander orthogonal sind. Formal ausgedrückt bedeutet dies, dass alle Nebenwerte der periodischen Autokorrelationsfunktion (PAKF) $r_{pp}(\lambda)$ gleich Null sind, d.h.

$$\begin{aligned} r_{pp}(\lambda) &= \sum_{i=0}^{N_p-1} p(i) \cdot p(i+\lambda \bmod N_p) \\ &= \begin{cases} E_p, & \lambda \bmod N_p = 0 \\ 0, & \lambda \bmod N_p \neq 0, \end{cases} \end{aligned} \tag{1}$$

wobei E_p, die Energie des Signals $p(n)$, gegeben ist durch

$$E_p = \sum_{i=0}^{N_p-1} p^2(i). \tag{2}$$

Für die Frequenzdarstellung eines Signals $p(n)$ bedeutet dies, dass ein Signal in diesem Sinne genau dann perfekt ist, wenn das Betragsspektrum $|P(k)|$ mit Frequenzindex k über alle Frequenzen konstant ist

$$|\mathrm{DFT}\{p(n)\}| = |P(k)| = \sqrt{E_p}. \tag{3}$$

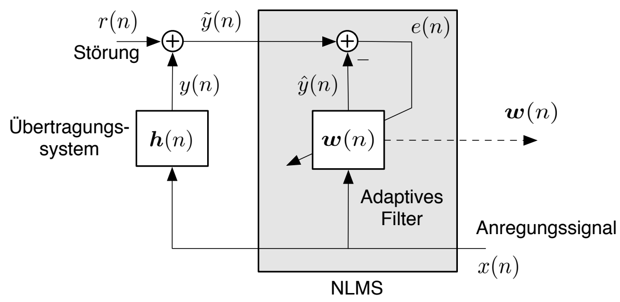

Abbildung 1: NLMS-Algorithmus mit dem Anregungssignal $x(n)$, der Systemimpulsantwort $h(n)$, der Systemantwort $y(n)$, dem Störsignal $r(n)$, der gestörten Systemantwort $\tilde{y}(n) = y(n) + r(n)$, dem Fehlersignal $e(n) = \tilde{y}(n) - \hat{y}(n)$ und dem adaptiven Filtervektor $\boldsymbol{w}(n)$.

Der NLMS-Algorithmus und seine optimale Anregung

Wegen seiner Einfachheit und guten Stabilitätseigenschaften ist der NLMS-Algorithmus [3] zur Identifikation zeitvarianter Systeme weit verbreitet. Abbildung 1 zeigt schematisch den Signalfluss des NLMS.

Ein beliebiges Anregungssignal $x(n)$ wird sowohl auf das zu untersuchende Übertragungssystem als auch auf ein adaptives Filter gegeben. Die gegebenenfalls verrauschte Systemantwort $\tilde{y}(n)$ wird dann mit der geschätzten Systemantwort $\hat{y}(n)$ verglichen. Abhängig vom festgestellten Fehler $e(n)$ wird dann das adaptive Filter $\boldsymbol{w}$ entsprechend der folgenden Adaptionsregel iterativ angepasst

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \alpha \cdot e(n) \frac{\boldsymbol{x}(n)}{E_x(n)}. \tag{4}$$

Damit der Algorithmus stabil bleibt, muss für den Schrittweitefaktor α die Bedingung $0 < \alpha < 2$ erfüllt sein. Die maximale Konvergenzgeschwindigkeit wird erreicht, wenn die Schrittweite $\alpha = 1$ gesetzt wird. Weiterhin hängt die Konvergenzgeschwindigkeit entscheidend vom Anregungssignal ab. Es kann gezeigt werden, dass perfekte Signale im Sinne einer maximalen Konvergenzgeschwindigkeit für den NLMS-Algorithmus optimal sind [1].

Von Pseudo-Rauschsequenzen zu Sweeps

Bei den in der Praxis zur Messung zeitvarianter Systeme verwendeten perfekten bzw. annähernd perfekten Signalen handelt es sich häufig um binäre [4] bzw. ternäre [5] Pseudo-Rauschsequenzen, da diese eine sehr hohe Energieeffizienz, d.h. einen sehr kleinen Crest-Faktor aufweisen. Wie Müller und Massarani [2] zeigen konnten, ist diese theoretisch sehr hohe Energieeffizienz dieser Signale in der Praxis nicht zu erreichen, da bei hohen Amplituden teils erhebliche Verzerrungen z.B. im DA-Wandler auftreten. Weiterhin sind diese Signal nur in verhältnismäßig

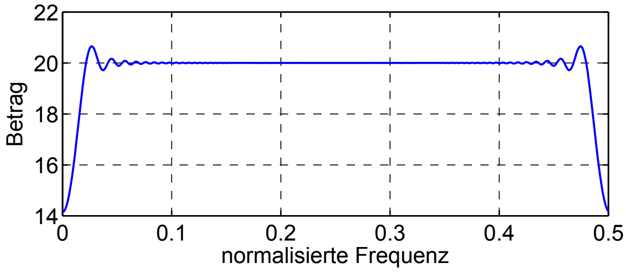

Abbildung 2: Betragsfrequenzgangz eines im Zeitbereich konstruierten linearen Sweeps.

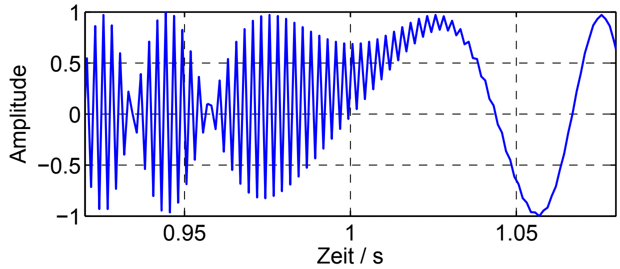

Abbildung 3: Rückfaltungen im Zeitbereich von hohen und tiefen Frequenzen gezeigt am Übergang von einer Periode zur nächsten (Periodendauer $T = 1\,\mathrm{s}$, $\tau_G(0) = 0$, $\tau_G(f_g) = T$).

wenigen Längen erzeugbar, wobei insbesondere Zweierpotenzlängen nicht möglich sind.

Wie ebenfalls in [2] gezeigt wurde, sind Sweeps in diesen beiden Punkten deutlich überlegen. Sie bieten eine bessere „effektive“ Energieeffizienz und können in beliebiger Länge erzeugt werden. Eine weitere herausragende Eigenschaft von Sweeps ist, dass bei ihrer Verwendung als Anregungssignal die harmonischen Verzerrungen in der Impulsantwort getrennt von den linearen Anteilen vorliegen, so dass diese Information getrennt z.B. zur Berechnung des Klirrfaktors verwendet werden kann.

Mit einem Sweep, der nach obiger Definition perfekt wäre, könnte zusätzlich zu diesen Eigenschaften die maximale Konvergenzgeschwindigkeit des NLMS-Algorithmes erreicht und genutzt werden. Dafür soll im Folgenden betrachtet werden, wie ein solcher Sweep konstruieret wird.

Konstruktion eines perfekten Sweeps

Ein linearer Sweep kann sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich konstruiert werden. Im Zeitbereich wird dafür ein Sinus mit quadratisch anwachsender Phase berechnet, der in einer vorgegebenen Zeit alle Frequenzen von 0 Hz bis zur halben Abtastrate durchläuft. Ein so konstruierter Sweep hat bei periodischer Wiederholung den in Abbildung 2 gezeigten Betragsfrequenzgang. Wie man gut erkennen kann, ist dieser nicht ideal glatt, d.h. ein so konstruierter linearer Sweep ist nicht perfekt.

Wird ein linearer Sweep im Frequenzbereich konstruiert (siehe [2]), wird i.d.R. der Betragsfrequenzganz zunächst konstant gesetzt. Zusätzlich muss die Gruppenlaufzeit $\tau_G(f)$ für einen linearen Sweep linear ansteigen. Daraus folgt für die Phase $\Phi(f)$, dass diese quadratisch mit der Frequenz wachsen muss und gegeben ist durch

$$\Phi(f) = -\int_0^f \tau_G(f')\mathrm{d}f' = -\left(f \cdot \tau_G(0) + \frac{1}{2}f^2 \cdot \frac{\tau_G(f_g) - \tau_G(0)}{f_g}\right), \qquad (5)$$

wobei f_g die obere Grenzfrequenz des Sweeps ist. Ein solcher Sweep startet zum Zeitpunkt $\tau_G(0)$ und endet zum Zeitpunkt $\tau_G(f_g)$. Für eine Periodendauer von T ist somit $\tau_G(0) = 0$ und $\tau_G(f_g) = T$ zu wählen, wenn für den Sweep die volle Zeit ausgenutzt werden soll.

Die Transformation in den Zeitbereich liefert direkt einen nach obiger Definition perfekten Sweep. Ein solcher Sweep weist allerdings am Anfang und am Ende die in Abbildung 3 gezeigten Rückfaltungen von hohen respektive tiefen Frequenzen auf. In der bisherigen Praxis wird durch diverse Maßnahmen (z.B. Zeropadding) versucht, diese Rückfaltungen zu vermeiden. Diese Maßnahmen führen dazu, dass die Eigenschaft der Perfektheit verloren geht.

Bei genauerer Betrachtung sind die Rückfaltungen allerdings nicht störend. Die beschriebene Konstruktion im Frequenzbereich verursacht ein sanftes Überblenden von der höchsten zur niedrigsten Frequenz. Dadurch ist garantiert, dass bei periodischer Wiedergabe keine Knacklaute entstehen, die auf Unstetigkeiten des Signals oder dessen Ableitungen zurückzuführen wären. Die Eigenschaft, dass harmonische Verzerrungen von den linearen Anteilen in der Impulsantwort zu finden sind, bleibt weitgehend erhalten, wenn vorausgesetzt werden kann, dass Verzerrungen sehr hoher Ordnung vernachlässigbar sind. Folglich sind die Maßnahmen bei periodischer Anregung aus messtechnischer Sicht nicht notwendig.

Fazit

Ein perfekter Sweep kann auf sehr einfache Weise im Frequenzbereich erzeugt werden. Das Vorgehen ist dabei weitgehend identisch zur Konstruktion eines normalen linearen Sweeps. Im Gegensatz zur üblichen Praxis werden für den perfekten Sweep jedoch keine weiteren Maßnahmen ergriffen, um z.B. Rückfaltungen zu vermeiden. Damit erhält man ein Signal, mit dem die maximale Konvergenzgeschwindigkeit beim NLMS-Algorithmus erreicht wird. Gleichzeitig profitiert man von typischen Sweep-Eigenschaften. In bestehenden Anwendungen können diese perfekten Sweeps perfekte Pseudo-Rauschsequenzen ohne Modifikation der Anwendung ersetzen.

Literatur

[1] C. Antweiler and M. Antweiler, “System identification with perfect sequences based on the NLMS algorithm,” *International Journal of Electrics and Communications (AEÜ)*, vol. 3, pp. 129–134, May 1995.

[2] S. Müller and P. Massarani, “Transfer-function measurement with sweeps,” *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 49, no. 6, pp. 443–471, Jun. 2001.

[3] S. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.

[4] W. D. T. Davies, “Generation and properties of maximum-length sequences,” *Control*, Jun. 1966.

[5] H. D. Lüke and H. D. Schotten, “Odd-perfect, almost binary correlation sequences,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 495–498, Jan. 1995.