

Untersuchung akustischer Resonatoren im Zeitbereich

Andreas Richter¹, Timo Grothe¹

¹Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, Technische Universität Dresden, Email: andreas.richter4@tu-dresden.de

Einleitung

Die numerische Untersuchung des akustischen Verhaltens von Resonatoren erfolgt typischerweise im Frequenzbereich, zum Beispiel durch die Lösung der Helmholtz-Gleichung. Dieser Ansatz vernachlässigt allerdings nicht-lineare Effekte, die beispielsweise beim Spielen eines Blasinstrumentes auftreten. Alternativ führen wir die experimentell oft eingesetzte Impulsreflektometrie numerisch durch. Die Untersuchung im Zeitbereich bietet hier eine Reihe von Vorteilen. So ist es möglich, einzelne akustische Wellen zu verfolgen, um einen besseren Einblick in instrumentenspezifische Details zu erlangen. Zusätzlich lassen sich viskose Effekte, nichtlineare Phänomene und transiente Vorgänge abbilden. Ebenso ist es möglich, inhomogene sowie instationäre Strömungen zu berücksichtigen. Bei der vorliegenden Arbeit handelt es sich um eine Konzeptstudie zur Untersuchung dieses Verfahrens. Am Beispiel eines zweidimensionalen Modells einer Sopran-Blockflöte wird die Einsatzmöglichkeit dieses Ansatzes demonstriert. Zur Lösung der kompressiblen strömungsmechanischen Gleichungen kommt dabei ein diskontinuierliches Galerkin-Spektralelemente-Verfahren zum Einsatz, das die für akustische Anwendungen notwendige Genauigkeit bereitstellt. Parallel durchgeführte Experimente dienen der Validierung des vorgeschlagenen Verfahrens.

Impulsreflektometrie

Bei der Impulsreflektometrie wird die Reaktion eines akustischen Systems auf einen Erregungsimpuls bewertet, um daraus Aussagen über die akustischen Eigenschaften des Systems zu treffen. Der Eingangsimpuls ist in der Regel als Dirac-Impuls $\delta_{in}(t)$ definiert (siehe Abb. 1), der eine über die Frequenz konstante Anregung des Systems bedingt. Dieser Impuls lässt sich allerdings sowohl experimentell als auch numerisch schwer realisieren und wird durch ein kontinuierliches Signal $p_{in}(t)$ (in der Regel eine Gauß-Verteilung oder einen Halbsinus-Impuls) ersetzt (Abb. 2). Gemessen wird das Antwortsignal des akustischen Systems $p(t)$ (Abb. 3(links)). Hierbei ist zu beachten, dass dieses Signal nur aus zurücklaufenden akustischen Wellen bestehen darf, d. h. es darf zu keinen (multiplen) Reflexionen an dem Messort kommen. Mit $\mathbf{P}(f) = \text{FT}(p(t))$ sowie $\mathbf{P}_{in}(f) = \text{FT}(p_{in}(t))$ berechnet sich die komplexe Reflexionsfunktion gemäß

$$\mathbf{R}(f) = \frac{\mathbf{P}(f)}{\mathbf{P}_{in}(f)}. \quad (1)$$

Mit

$$\mathbf{Z}(f) = Z_0 \frac{1 + \mathbf{R}(f)}{1 - \mathbf{R}(f)} \quad (2)$$

sowie der charakteristischen Impedanz $Z_0 = \rho a$ berechnet sich die gesuchte komplexe Eingangsimpedanz. Die Reflexionsfunktion, d. h. die Antwort des akustischen Systems auf einen einfallenden Dirac-Impuls (Abb. 3(rechts)) berechnet sich gemäß $\delta(t) = \text{FT}^{-1}(\mathbf{P}(f))$, die Impulsantwortfunktion mit $h(t) = \text{FT}^{-1}(\mathbf{Z}(f))$ (Abb. 4). Diese Funktion stellt die Antwort des akustischen Systems auf einen Dirac-Impuls dar unter der Zusatzbedingung, dass an der Messstelle eine schallharte Wand gesetzt wird. Hierin unterscheiden sich Impulsantwortfunktion und Reflexionsfunktion signifikant. Bei der Reflexionsfunktion verlässt der zurücklaufende Impuls unmittelbar das Untersuchungsgebiet, während er bei der Impulsantwortfunktion an der Messstelle reflektiert. Aus diesem Grund benötigt die Impulsantwortfunktion einen deutlich größeren Zeitraum, bis das Signal abgeklungen ist. Aus diesem Grund gestaltet sich die numerische Bestimmung der Reflexionsfunktion als deutlich effizienter. Die hier gezeigten Grafiken gelten für die lineare Ausbreitung akustischer Wellen in einem Rohr unter Vernachlässigung von Reibungseffekten und einem Reflexionsfaktor an dem offenen Ende des Rohres von 0,5, d. h. unabhängig von der gewählten Wellenlänge beträgt die Amplitude des zurücklaufenden Impulses die Hälfte des Testimpulses.

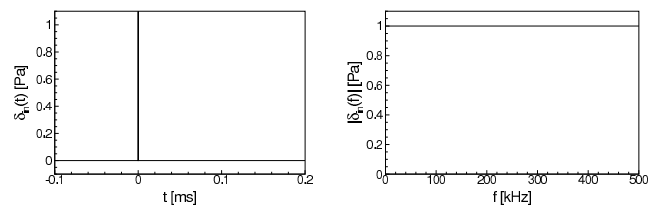


Abbildung 1: Dirac-Impuls im Zeit- und Frequenzbereich.

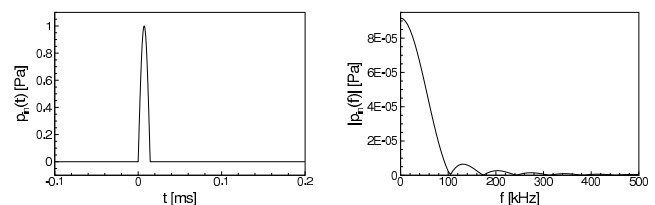


Abbildung 2: Halbsinus-Impuls im Zeit- und Frequenzbereich.

Numerische Impulsreflektometrie

Die numerische Abbildung der Impulsreflektometrie verlangt den Einsatz hinreichend exakter Methoden, da beispielsweise dissipative Effekte des numerischen Verfahrens die berechneten Reflexionsfunktionen deutlich verfälschen können. Aus diesem Grund ver-

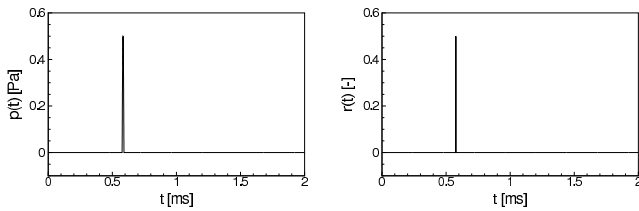


Abbildung 3: Impulsantwort und Reflexionsfunktion im Zeitbereich für ein reibungsfreies Rohr mit einem konstanten Reflexionsfaktor am Ende von 0,5.

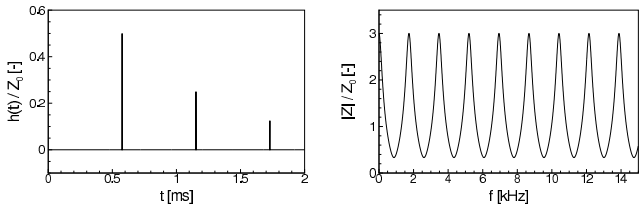


Abbildung 4: Impulsantwortfunktion und Betrag der Impedanz für ein reibungsfreies Rohr mit einem konstanten Reflexionsfaktor am Ende von 0,5.

wenden wir ein diskontinuierliches Spektralelemente-Verfahren zur Lösung der zweidimensionalen, reibungsfreien Strömungsgleichungen (Euler-Gleichungen), das die notwendige Genauigkeit bereitstellt [1, 2, 3]. Die Abbildung 5 zeigt die Startkonfiguration und einen Zeitpunkt bei der Berechnung der Eingangsimpedanz einer Sopran-Blockflöte bei geschlossenen Tonlöchern. Neben der Kontur der Blockflöte ist ein zylinderförmiges Anschlussstück erkennbar, das als Einlaufstrecke für den Eingangsimpuls bzw. als Auslauf für die reflektierte akustische Welle dient. Im Außenbereich der Blockflöte ist der am Labium abgestrahlte Anteil des Eingangsimpulses sichtbar und an den geschlossenen Tonlöchern treten zusätzliche Reflexionen auf. Der dazugehörige Druck-Zeitverlauf an der Verbindungsstelle zwischen Blockflöte und Einlaufstrecke ist in der Abb. 6 dargestellt. Deutlich lässt sich der einlaufende Druckimpuls sowie die Reflexionen, die am Labium sowie an dem offenen Ende auftreten, erkennen. Zusätzlich bedingen geschlossene Tonlöcher kleinere, höherfrequente Oszillationen.

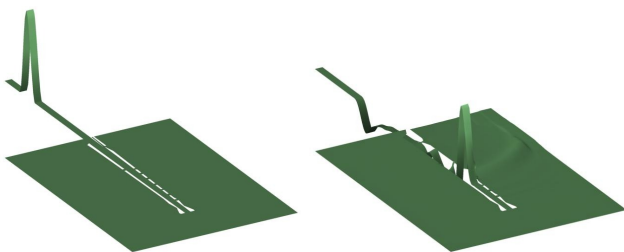


Abbildung 5: Instationäres Druckfeld bei der Berechnung der Reflexionsfunktion der Sopran-Blockflöte. Griffkombination: Grundton (alle Tonlöcher geschlossen). Links: Startverteilung, rechts: $t=1,1$ ms.

Die Abbildung 7 vergleicht die berechnete Impedanz mit Impedanzverläufen, die mittels eines Versuchstandes nach Backus [4] ermittelt wurden. Während die Positio-

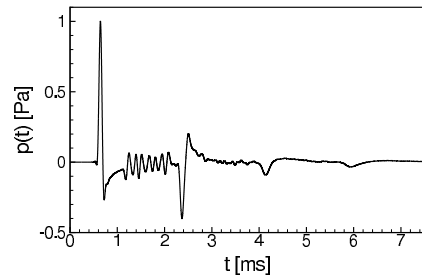


Abbildung 6: Druckverlauf am der Verbindungsstelle zwischen Blockflöte und Einlaufstrecke. Griffkombination: Grundton.

nen der Impedanzmaxima und der für den Spielzustand relevanten Impedanzminima gut übereinstimmen, treten deutliche Abweichungen in dem charakteristischen Verlauf auf. Diese Abweichungen lassen sich primär auf den zweidimensionalen Ansatz zurückführen, der vor allem die Abstrahlung an dem Labium deutlich überbewertet.

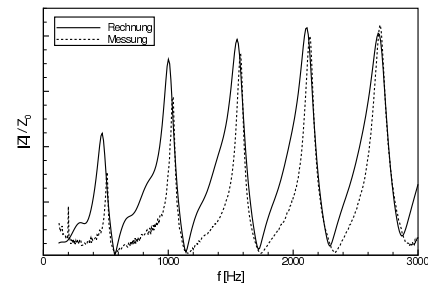


Abbildung 7: Vergleich zwischen gemessener und berechneter Impedanz für den Grundton der Sopran-Blockflöte.

Ausblick

Der hier vorgestellte Ansatz stellt eine Möglichkeit dar, akustische Resonatoren mit einer nichthomogenen und instationären Grundströmung im Zeitbereich untersuchen zu können. Allerdings zeigen die hier vorgestellten Ergebnisse die Einschränkungen einer zweidimensionalen Betrachtungsweise, sodass für zukünftige Studien der Einsatz eines dreidimensionalen Strömungslösers notwendig erscheint.

Literatur

- [1] A. Richter, J. Stiller und R. Grundmann, Stabilized discontinuous Galerkin methods for flow-sound interaction, *Journal of Computational Acoustics* **15**, S. 123–143, 2007
- [2] A. Richter, J. Stiller und R. Grundmann, Stabilized high-order discontinuous Galerkin methods for aeroacoustic investigations, ICCFD, Seoul 2008
- [3] A. Richter und J. Stiller, A two-dimensional DG-SEM approach to investigate resonance frequencies and sound radiation of musical woodwind instruments, ICOSAHOM, Trondheim 2009
- [4] J. Backus, Input impedance curves for the reed woodwind instruments, *JASA* **56**, S. 1266–1279