

Schallquellenortung in einer Flugzeugsektion mit inverser Finite-Elemente-Methode

Matthias Weber, Thomas Kletschkowski, Delf Sachau

Professur für Mechatronik, Helmut-Schmidt-Universität, 22043 Hamburg, E-Mail: mweber@hsuhh.de

Einleitung

Der konstante Lärmpegel in Flugzeugkabinen stört das Wohlbefinden der Fluggäste. Insbesondere tiefe Frequenzen ($f < 500\text{Hz}$) werden von der Kabinenverkleidung nicht ausreichend absorbiert. Um den Schall mit passiven oder aktiven Methoden zu dämmen, benötigt man Informationen über Lage und Art der Quellen. Zur Schallquellenortung haben sich verschiedenste Techniken etabliert, von der einfachen Schalldruck- und Intensitätskartierung bis zu hoch entwickelten Methoden wie Beamforming, Nahfeldholographie, inverse Randelement-Methode (IBEM) oder Least-Squares-Methode (LSM) [1]. Die meisten dieser Methoden sind jedoch im tieffrequenten Bereich und in Innenräumen nicht oder nur eingeschränkt verwendbar, da Reflexionen und stehende Wellen die Ortung der Quellen erschweren.

Ein neuer Ansatz, basierend auf einer inversen Finite-Elemente-Methode (IFEM) im Frequenzbereich, ermöglicht die Rekonstruktion der akustischen Randgrößen (Schalldruck und Schnelle) unabhängig von den akustischen Randbedingungen. Daraus können Rückschlüsse auf Schallquellen gezogen werden. Die Eingangsdaten liefern Schalldruckmessungen in einem Teilbereich innerhalb des gesamten Berechnungsgebiets sowie ein Finite-Elemente-(FE-)Modell des eingeschlossenen Luftvolumens, dessen Knoten die gemessenen Drücke zugeordnet werden. Befinden sich keine Quellen auf dem Gebietsrand, kann das aus dem FE-Modell resultierende Gleichungssystem so umsortiert werden, dass die Berechnung der Randgrößen möglich ist. Die genaue Funktionsweise des IFEM-Verfahrens sowie seine Validierung anhand eines 2D-Laborexperiments sind in [2] beschrieben, [3] zeigt seine Anwendung auf eine Flugzeugsektion.

Anpassung der Lösungsnorm

Das IFEM-Verfahren führt für die Rekonstruktion des Schalldrucks zu einem reduzierten Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (1)$$

wobei \mathbf{A} als reduzierte Steifigkeitsmatrix betrachtet werden kann, \mathbf{x} dem Vektor der unbekanntenen Schalldrücke und \mathbf{b} dem mit einer Submatrix der ursprünglichen Steifigkeitsmatrix multiplizierten Vektor der gemessenen Schalldrücke \mathbf{p}_M entspricht. Gebräuchliche Lösungsverfahren wie z.B. die LSQR-Methode arbeiten mit einer Minimierung der Lösungsnorm $\mathbf{x}^H\mathbf{x}$. Da in der reduzierten Steifigkeitsmatrix \mathbf{A} nicht mehr alle Nachbarschaftsbeziehungen des ursprünglichen FE-Problems enthalten sind, kann es vorkommen, dass diese keinen vollen Rang mehr besitzt. Die Minimierung der Lösungsnorm kann dann dazu führen, dass die Beiträge bestimmter Knoten im

Lösungsvektor verschwinden. Dies gilt insbesondere für Knoten in konvexen Geometrie-Ecken oder -Kanten, da ihnen aufgrund nur weniger Nachbarschaftsbeziehungen kleine Einträge in der Steifigkeitsmatrix entsprechen. Es bietet sich also an, durch Einbeziehung der ursprünglichen Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} in die Lösungsnorm dem Problem diese fehlenden Informationen wieder zuzuführen. Dies führt zur Minimierung der neuen Lösungsnorm $\mathbf{p}^H\mathbf{K}\mathbf{p}$, wobei mit \mathbf{p} nun der Vektor aller Schalldrücke einbezogen wird. Wie in [4] ausgeführt, handelt es sich dabei um eine Energienorm. Das ist sinnvoll, da die FE-Methode ebenfalls auf Energieminimierung basiert. Aus dem ursprünglich zu lösenden Gleichungssystem wird so ein Minimierungsproblem mit Nebenbedingung:

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_M \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}^H \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_M \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \rightarrow \min., \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b} = \mathbf{0}. \quad (2)$$

Dieses lässt sich mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren formulieren als

$$h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_M \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}^H \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_M \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\lambda}^H (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}) \rightarrow \min., \quad (3)$$

wobei die λ_i den neben \mathbf{x} zu bestimmenden Lagrange-Multiplikatoren entsprechen. Wenn \mathbf{K} reell und somit symmetrisch ist (es wird ein ungedämpftes System angenommen), ergibt Umformung sowie Ableitung nach \mathbf{x} und $\boldsymbol{\lambda}$ das erweiterte Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 2\mathbf{K}_1^H & \mathbf{A}^H \\ \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\mathbf{K}_2^H \mathbf{p}_M \\ -\mathbf{b} \end{bmatrix} \quad \text{oder} \quad \mathbf{A}_E \mathbf{x}_E = \mathbf{b}_E, \quad (4)$$

wobei \mathbf{K}_1 und \mathbf{K}_2 Submatrizen von \mathbf{K} darstellen (siehe [4]). Dieses ist zwar größer als das ursprüngliche Gleichungssystem, im Gegensatz zu jenem jedoch quadratisch und sogar symmetrisch.

Verifikation anhand 2D-Simulation

Um das erweiterte IFEM-Verfahren zu testen, wird es zunächst auf eine einfache, mit Matlab realisierte 2D-Simulation angewendet. Mit einer FE-Rechnung („Vorwärtsrechnung“) werden Daten erzeugt, die anschließend in die IFEM-Rechnung („Rückrechnung“) eingespeist werden. Vorerst soll nur die Rekonstruktion des Schalldrucks betrachtet werden. Die Geometrie ist in Abbildung 1 dargestellt. Für die Diskretisierung werden dreieckige Lagrange-Elemente erster Ordnung verwendet. Zur Simulation eines Schallfeldes wird eine Randlinie mit einer Normalbeschleunigungs-Randbedingung (RB) des Betrags $|a_n| = 0,1\text{m/s}^2$ und der Frequenz $f = 250\text{Hz}$ belegt. Die restlichen Randlinien werden mit einer homogenen Dirichlet-RB ($a_n = 0$) als schallhart definiert.

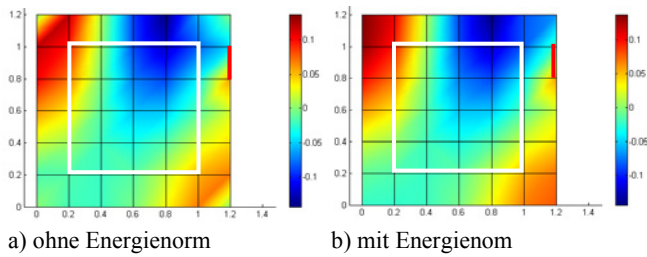


Abbildung 1: Aus Messgebiet (weiß) rekonstruierter Rand-Schalldruck in [Pa] ohne bzw. mit Integration der Energienorm. Rot markiert ist die Position der Quelle.

Die Wellenlänge beträgt $\lambda = 1.372\text{m}$, entsprechend 6,85 Knoten je Wellenlänge. Nun wird die IFEM-Rechnung durchgeführt. Das Messgebiet, aus dem die dafür nötigen Eingangsdaten übernommen werden, ist wie in Abbildung 1 dargestellt festgelegt. Für die Rückrechnung wird zuerst Gl. (1) mit dem LSQR-Verfahren gelöst. Der Schalldruck wird auf dem Rand gut rekonstruiert, mit Ausnahme der vier Ecken, in denen er nahezu Null beträgt. Wie im vorangegangenen Abschnitt ausgeführt, ist die Ursache dafür in der Struktur der reduzierten Steifigkeitsmatrix \mathbf{A} , in Kombination mit der Lösungsnorm des LSQR-Verfahrens, zu finden. Abhilfe schafft die neu eingeführte Energienorm, die zur Gl. (4) führt. Löst man diese mit dem LSQR-Verfahren, werden die Werte in den Ecken korrekt approximiert.

Anwendung auf eine Flugzeugsektion

Das erweiterte IFEM-Verfahren wird nun auf die bereits in [3] verwendete, bestuhlte Flugzeugsektion (siehe Abbildung 2) angewendet. Das Luftvolumen wird durch eine in die Gepäckablagen integrierte Volumenschallquelle breitbandig angeregt. Details zur Kartierung sind in [5] enthalten.



Abbildung 2: Messapparatur in der bestuhlten Flugzeugsektion mit Position der Volumenschallquelle (rot).

Das FE-Modell, welches die benötigten Systemparameter bereitstellt, ist mit der Simulationssoftware Comsol Multiphysics realisiert. Der Rechte-Seite-Vektor wird durch lineare Interpolation der Messwerte auf die FE-Knoten generiert. Aufgrund der Schlechtgestelltheit des Problems in Zusammenhang mit den fehlerbehafteten Eingangsdaten muss die Lösung durch Regularisierung stabilisiert werden.

Zur Darstellung der Ergebnisse werden Comsol-eigene Plot-Funktionen verwendet. Abbildung 3 zeigt einen Schnitt durch das kartierte Schallfeld bei $f = 200\text{Hz}$ und das zugehörige Ergebnis der Rückrechnung unter Anwendung der CGLS-Regularisierung und des NCP-Verfahrens zur Bestimmung des Regularisierungsparameters [6]. Das Schallfeld wurde auch zwischen den Sitzen physikalisch sinnvoll rekonstruiert. Die Darstellung der Normalintensität auf dem Rand gibt eindeutig die Position der Quelle wieder (blau entspricht nach innen gerichteter Intensität). In der näheren Umgebung der Quelle ist die Intensität nach außen gerichtet.

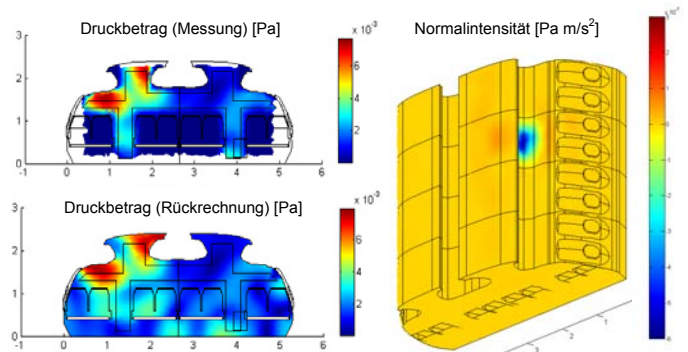


Abbildung 3: Gemessener und rekonstruierter Druckbetrag (links) sowie rekonstruierte Normalintensität (rechts).

Fazit

Die Integration einer Energienorm in die IFEM ermöglicht eine gute Rekonstruktion der akustischen Größen sowohl auf dem Rand als auch in größeren Gebieten, in denen keine Messwerte vorliegen. Dies schafft gute Voraussetzungen für eine mögliche Reduktion des Mess- und Modellierungsaufwands bei gleichbleibender Qualität der Quellenlokalisierung.

Literatur

- [1] S. F. Wu, *Methods for reconstructing acoustic quantities based on acoustic pressure measurements*, J. Acoust. Soc. Am. 124(5), 2680–2697, 2008.
- [2] M. Weber, D. Sachau, T. Kletschkowski, *Identifikation von Schallquellen mittels inverser FEM mit realen Messdaten*, DAGA, Dresden, 2008.
- [3] M. Weber, T. Kletschkowski, D. Sachau, *Noise Source Identification in a Cross-Section of a Long-Range Airliner by Means of the Inverse Finite Element Method*, NAG/DAGA, Rotterdam, 2009.
- [4] M. Weber, *Inverse Schallquellenortung in stehenden Wellenfeldern*, Diss., Hamburg, 2010.
- [5] K. Simanowski, T. Kletschkowski et al., *Acoustic Ground Tests in a Cross-Section of a Long-Range Airliner for Validation of the Inverse Finite Element Method*, NAG/DAGA, Rotterdam, 2009.
- [6] P. C. Hansen, *Regularization Tools Version 4.1 (for Matlab Version 7.3)*, <http://www2.imm.dtu.dk/~pch/Regutools/>, 01.03.2010.