

## PML für vibroakustische Probleme im Frequenz- und Zeitbereich

Martin Meiler<sup>1</sup>, Hermann Landes<sup>2</sup>, Manfred Kaltenbacher<sup>3</sup>

<sup>1</sup> SIMetris GmbH, 91058 Erlangen, E-Mail: martin.meiler@simetris.de

<sup>2</sup> SIMetris GmbH, 91058 Erlangen, E-Mail: hermann.landes@simetris.de

<sup>3</sup> Institute for Applied Mechatronics, Alps-Adriatic University Klagenfurt, A-9020 Klagenfurt, E-Mail: manfred.kaltenbacher@uni-klu.ac.at

### Einleitung

Zur Berücksichtigung absorbierender Randbedingungen bei Finite Elemente Simulationen in der Akustik haben sich Perfectly Matched Layer (PML) Verfahren in den letzten Jahren als ein sehr geeignetes Mittel erwiesen. Die größten Beschränkungen beim Einsatz der PML ergeben sich aus dem zusätzlichen Berechnungsaufwand, der Beschränkung auf den Einsatz im Frequenzbereich und Einschränkungen bei der geometrischen Form.

In diesem Paper wird die der PML zugrundeliegende Idee vorgestellt sowie eine Formulierung für die Anwendung im Zeitbereich vorgestellt. Im Weiteren wird ein Anwendungsbeispiel für die PML im Frequenzbereich vorgestellt sowie ein Anwendungsbeispiel aus dem Zeitbereich, welche beide mit der Finite-Elemente-Software NACS der Firma SIMetris berechnet wurden.

### Freifeld Abstrahlformulierungen

Es sind derzeit unterschiedliche Formulierungen zur Freifeldabstrahlung im Bereich der Finite-Elemente-Formulierungen vorhanden. Alle Verfahren beruhen auf der Sommerfeldschen Abstrahlbedingung und werden kurz aufgeführt.

**Kopplung von Finite-Elemente-Methode (FEM) und Rand-Elemente-Methode (BEM):** Sommerfeldsche Abstrahlbedingung wird von der BEM direkt erfüllt.

**Infinite Elemente:** Es existieren unterschiedliche Formulierungen der Infiniten Elemente, die teils auf einer (abgeschnittenen) Reihenentwicklung des akustischen Feldes im Außenraum oder auf der Ausdehnung ins Unendliche unter Verwendung singulärer, geometrischer Formfunktionen beruhen.

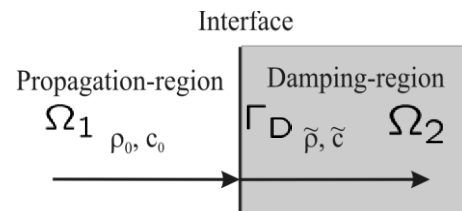
**Absorbierende Randbedingung:** Die Grundidee beruht darauf, dass abgestrahlte Wellen die Berandung nur in einer Richtung passieren können. Die Methode beruht auf einer unendlichen Reihenentwicklung von Differenzialoperatoren. Die Effizienz der Methode hängt von der jeweiligen Formulierung sowie der Näherungsordnung ab.

**Perfectly Matched Layers (PML):** Die PML wird im folgenden Kapitel näher beschrieben.

### Perfectly Matched Layers

Die PML benötigt eine zusätzliche Dämpfungsschicht um das Ausbreitungsgebiet herum. Die Methode realisiert durch Impedanzanpassung zwischen Abstrahl- und Dämpfungsgebiet sowie einer Dämpfung, welche nur auf das Dämpfungsgebiet angewendet wird, eine

Freifeldabstrahlung. Die Effizienz hängt von der Elementordnung sowie der Größe des Modells ab.



$\Omega_1$ : Ausbreitungsgebiet,  $\Omega_2$ : Dämpfungsgebiet,  $\Gamma_D$ : Interface

**Abbildung 1:** Domain Setup für eine PML Berechnung

Zur Erklärung der Wirkungsweise der PML wird das in Abbildung 1 dargestellte Beispiel herangezogen. Die Schallausbreitung wird durch die Helmholtz-Gleichung beschrieben. Der Reflektionskoeffizient an der Grenzschrift zwischen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  berechnet sich mittels

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (1)$$

anhand der akustischen Impedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$ ,

$$Z_1 = \rho_0 c_0 \quad (2)$$

$$Z_2 = \tilde{\rho} \tilde{c} \quad (3)$$

die durch die jeweilige Dichte ( $\rho_0, \tilde{\rho}$ ) sowie die Wellengeschwindigkeit ( $c_0, \tilde{c}$ ) berechnet werden, wobei die freien Parameter  $\tilde{\rho}$  und  $\tilde{c}$  komplexwertig sind und so gewählt werden, dass der Reflektionskoeffizient  $R = 0$  ist.

$$\tilde{\rho} = \rho_0 (1 - j\sigma_x) \quad (4)$$

$$\tilde{c} = c_0 \frac{1}{(1 - j\sigma_x)} \quad (5)$$

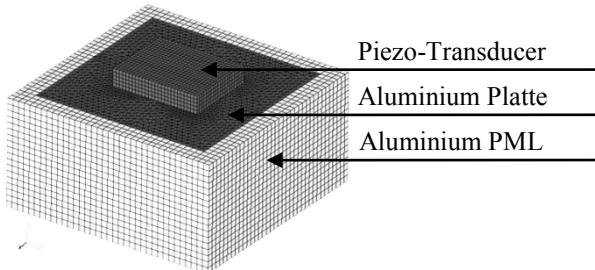
Zwei Bedingungen müssen für eine reflektionsfreie Ausbreitung der Welle erfüllt sein. Dies ist einerseits, dass der Reflektionskoeffizient  $R = 0$  ist und andererseits keine Reflektion an der Berandung der Dämpfungsregion  $\Omega_2$  stattfindet.

Im 3D-Fall wird die Formulierung so erweitert, dass eine Zerlegung der Welle in drei Komponenten erfolgt und die Formulierung entsprechend für drei Raumrechnungen erweitert wird.

Wird die PML Formulierung auf Anwendungen im Zeitbereich angewendet, ergeben sich in der Formulierung Faltungsintegrale, die durch die Fourier-Rücktransformation entstehen. Durch das Hinzufügen von Hilfsvariablen im Frequenzbereich kann das Faltungsintegral im Zeitbereich umgangen werden.

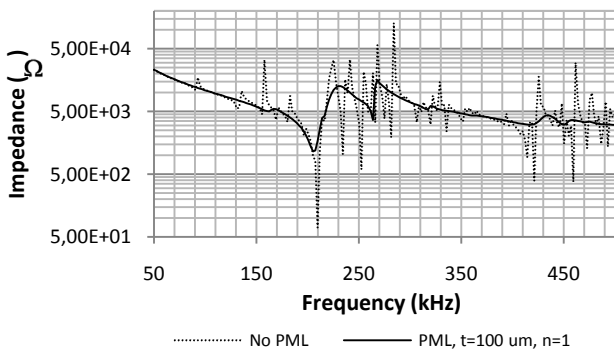
### Anwendungsbeispiel Frequenzbereich

Als Anwendungsbeispiel der PML im Frequenzbereich wird ein Piezo-Transducer herangezogen, bei welchem die Körperschallausbreitung untersucht werden soll sowie die Impedanz des Transducers. Hierfür wird die PML nicht auf eine akustische Region, sondern auf eine mechanische Region angewendet. Das entsprechende Modell ist in Abbildung 2 dargestellt.



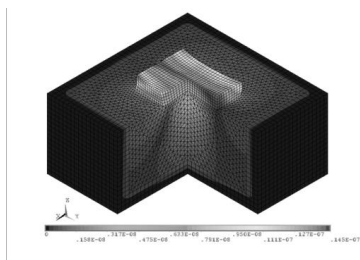
**Abbildung 2:** Domain Setup für die Körperschall-abstrahlung eines Piezo-Transducers unter Verwendung einer mechanischen PML

Ziel der Untersuchung ist die Ermittlung der Impedanz des Piezos sowie der abgestrahlten Körperschallwelle. Für die Berechnung wurden Elemente zweiter Ordnung verwendet sowie das vollständige 3D-Modell berechnet. Es wurden unterschiedliche Größen der PML Region untersucht. In der folgenden Abbildung beschreibt der Parameter t die Länge der PML Region in Ausbreitungsrichtung und der Parameter n die Anzahl der Elemente in Ausbreitungsrichtung.



**Abbildung 3:** Impedanz des Piezo-Transducers mit und ohne Verwendung der PML

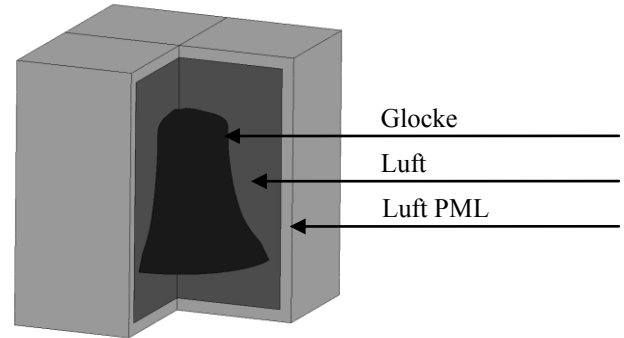
In Abbildung 4 ist die mechanische Auslenkung unter Verwendung der PML dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass keine Reflektionen der Körperschallwelle am Rand der PML-Region auftreten.



**Abbildung 4:** Mechanische Auslenkung des Piezo-Transducers unter Verwendung der PML

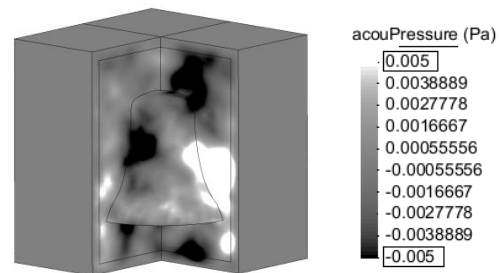
### Anwendungsbeispiel Zeitbereich

Als Anwendungsbeispiel im Zeitbereich wird eine Glocke herangezogen, die an einer Kante durch einen Hammerschlag angeregt wird. Wie in Abbildung 5 dargestellt, ist die Glocke von einer quaderförmigen Luftregion umgeben. An die Luftregion schließt eine quaderförmige PML Region an.



**Abbildung 5:** Domain Setup zur Berechnung der Schallabstrahlung einer Glocke im Zeitbereich

Abschließend wird eine Momentaufnahme der Schallabstrahlung der Glocke in Abbildung 6 gezeigt. Es sind keine Reflektionen zu erkennen.



**Abbildung 6:** Momentaufnahme der Luftschallabstrahlung einer schwingenden Glocke unter Verwendung einer PML

### Zusammenfassung

Es konnte gezeigt werden, dass die PML ein Verfahren ist, welches sowohl im Frequenz- wie auch im Zeitbereich sowie für Körperschall- wie auch Luftschallwellen Freifeldbedingungen realisiert. Durch die geeignete Wahl der Ausdehnung sowie der Elementordnung sind Reflektionsfaktoren im Promillebereich realisierbar.

Die Finite-Elemente-Software NACS, welche von SIMetris entwickelt und vertrieben wird, ermöglicht die Anwendung der Methode im industriellen Einsatz.