

Bestimmung eines mittleren Schalleistungsspektrums von offenen Flammen mittels BEM

Haike Brick¹, Martin Ochmann¹, Wolfgang Kropp²

¹Beuth Hochschule für Technik Berlin - University of Applied Sciences, FB II, Computational Acoustics, D-13353 Berlin, Germany, Email: brick@beuth-hochschule.de, ochmann@beuth-hochschule.de

²Chalmers University of Technology, Division of Applied Acoustics, SE-41296 Göteborg, Schweden, Email: wolfgang.kropp@chalmers.se

Einleitung

Die experimentelle Bestimmung der Schalleistungsspektren L_W beliebiger Schallquellen basiert auf der Messung der mittleren Schallintensitätsspektren auf einer Kontrollfläche, die die Schallquellen vollständig einschließt. Die numerische Simulation der Schalleistung von Flammen folgt derselben Idee. Zur Ermittlung der Schallintensität müssen Schnelle und Druck auf der Kontrollfläche bekannt sein. Die Schnelle wird durch eine Large Eddy Simulation (LES) der Verbrennungszone ermittelt. Der Schalldruck wird mit einer nachfolgenden Boundary Element Method (BEM) Simulation berechnet. Die Schnelldaten der LES dienen dabei als Randbedingungen für die BEM. Dieser hybride Ansatz wurde in der Vergangenheit detailliert untersucht [1, 2, 3]. Die Schnelldaten der LES weisen eine hohe spektrale Varianz auf, die auch zu einer großen Varianz des Schalleistungsspektrums führt, siehe Abb. 1. Um die Varianz der daraus ermittelten Schallin-

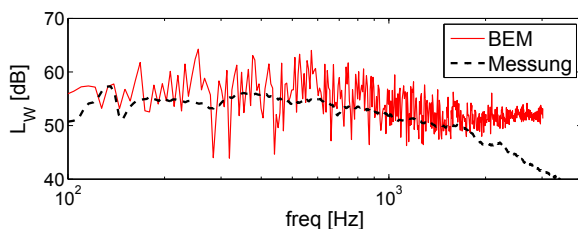


Abbildung 1: Die hohe spektrale Varianz der Schnelldaten führt zu einem „verrauschten“ Schalleistungsspektrum. Die Messung zeigt nach einer großen Anzahl von Mittelungen ein geglättetes Schalleistungsspektrum derselben Flamme.

tenzität zu reduzieren, kann, wie im experimentellen Fall, auf die Mittelung der Intensitätsspektren zurückgegriffen werden. Das führt zu einer deutlichen Erhöhung des Rechenaufwandes, da für jedes Einzelspektrum das BEM-Gleichungssystem gelöst werden muss. Eine Alternative zu diesem Vorgehen ist die Verwendung von gemittelten Schnelle-Transferfunktionen als Eingangsdaten für die BEM. Durch diese Vorgehensweise wird die Mittelung vor der BEM-Berechnung durchgeführt, so dass nur noch ein BEM-Durchlauf notwendig ist. Im Folgenden wird der theoretische Hintergrund dieses Mittelungsansatzes diskutiert und die Ergebnisse der beiden Mittelungsstrategien verglichen. Bei richtiger Wahl der Kontrollfläche ist die Verwendung der Transferfunktionen eine akkurate und effiziente Strategie.

Theorie

Die abgestrahlte Schalleistung einer Quelle folgt aus der Integration der Schallintensität über eine geschlossene Oberfläche um die Quelle

$$P_W = \int_S I_n dS, \quad (1)$$

d.h. für die Untersuchungen zur Mittelung der Schalleistungsspektren ist es ausreichend, sich mit der Mittelung der Schallintensitätsspektren zu beschäftigen. Ausgehend von der Definition der mittleren Intensität eines stationären, stochastischen Signals im Zeitbereich kann eine Formulierung des Erwartungswertes der Intensität $\overline{I_n}$ aus N unabhängigen Zeitsignalsequenzen im Frequenzbereich hergeleitet werden,

$$\overline{I_n} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lim_{T^i \rightarrow \infty} \frac{1}{T^i} p^i(\omega) v_n^{i*}(\omega) \quad (2)$$

T^i ist die Dauer des i -ten Zeitsignals, p bezeichnet das Druckspektrum und v_n das Schnellespektrum, * kennzeichnet die komplex konjugierte Größe.¹

Die Matrixgleichung der BEM für das gegebene Neumann-Randwertproblem lautet²

$$(\mathbf{C} - \mathbf{H})\mathbf{p} = +j\omega\rho_0\mathbf{G}\mathbf{v}. \quad (3)$$

Um die Mittelung nach (2) ausführen zu können, muss das Gleichungssystem für N rechte Seiten gelöst werden. Günstiger wäre es allerdings die Randbedingung des BEM-Problems wäre schon eine gemittelte Größe $\overline{v_n}$ aus der direkt die Erwartungswerte \overline{p} und $\overline{I_n}$ ermittelt werden könnten. Bekanntermaßen ist es nicht sinnvoll, die Eingangsdaten v_n direkt zu mitteln. Daher werden im Folgenden die Transferfunktionen \hat{v}_n eingeführt:

$$\hat{v}_{n,j} = \frac{v_{n,j}}{v_{n,m}}. \quad (4)$$

j und m sind Elementindizes, m ist beliebig wählbar, aber nicht variierend, d.h. ein Element wird Referenzelement bzw. eine Referenzschnelle ausgewählt.³ Bilden die Transferfunktionen $\hat{v}_{n,j}$ die Randbedingung auf der

¹Die Herleitung kann im Anhang B von [3] nachgelesen werden.

²Nähere Erläuterungen dazu auf S. 13 von [3].

³Der verwendete BEM-Ansatz benutzt konstante Elemente, d.h. es existiert ein konstanter Schnelle- bzw. der Druckwert auf dem gesamten Element.

Oberfläche S , so erhält man durch Lösen des Randwertproblems die Transferfunktionen \hat{p}_j als Lösung,

$$\hat{p}_j = \sum_{k=1}^M A_{kj} \hat{v}_{n,k} \quad (5)$$

(5) folgt aus einer Umformulierung von (3). M ist die Anzahl der Oberflächenelemente. Mit beiden Größen \hat{p}_j und $\hat{v}_{n,j}$ folgt für den Erwartungswert der Intensität auf den Oberflächenelementen

$$\overline{I_{n,j}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\lim_{T^i \rightarrow \infty} \frac{1}{T^i} |v_{n,m}^i|^2 \hat{v}_{n,j}^{i*} \sum_{k=1}^M A_{kj} \hat{v}_{n,k}^i \right) \quad (6)$$

Liegt ein lineares, zeitinvariantes System vor, kann davon ausgegangen werden, dass das Amplitudenspektrum der Referenzschnelle $|v_{n,m}^i|^2$ und die Transferfunktionen $\hat{v}_{n,j}^i$ stochastisch unabhängige Variablen sind. In diesem Fall kann von der Produktregel für unabhängigen Zufallsvariablen gebraucht gemacht werden, welches den Mittelungsansatz deutlich vereinfacht:

$$\overline{I_{n,j}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \overline{|v_{n,m}|^2 \hat{v}_{n,j}^*} \sum_{k=1}^M A_{kj} \overline{\hat{v}_{n,k}}. \quad (7)$$

Konkret bedeutet das, dass die gemittelten Transferfunktionen $\overline{\hat{v}_{n,j}}$ als Eingangsdaten für die BEM-Berechnung genutzt werden können. Das Referenzspektrum $|v_{n,m}^i|^2$ kann davon unabhängig gemittelt werden. Theoretisch ist damit die Zulässigkeit dieser Mittelungsstrategie gezeigt, die Anwendung beider Strategien auf die Flammendaten wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

Anwendung und Diskussion

Die Schnelldaten auf der Oberfläche S resultieren aus einer Large-Eddy-Simulation (LES) der Quellregion. Für die BEM-Berechnung liegen Daten auf verschiedenen Kontrollflächen vor, die in ihren Radien variieren, siehe Abb. 2. Der Vergleich der beiden Mittelungsstrategien

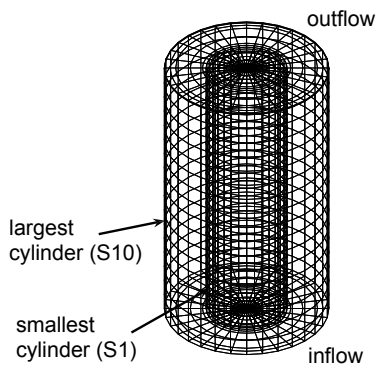


Abbildung 2: Die Quellregion der Flamme wird von Kontrollflächen verschiedener Radien umschlossen.

nach (2) und (7) fällt für die verschiedenen Kontrollflächen sehr unterschiedlich aus, siehe Abb. 3. Bezüglich der kleinen Kontrollflächen S1 und S5 treten erhebliche Abweichungen zwischen den gemittelten Schalleistungsspektren auf. Das Spektrum, das nach (7) gebildet wurde, zeigt zudem eine sehr viel größere Varianz. Im Falle

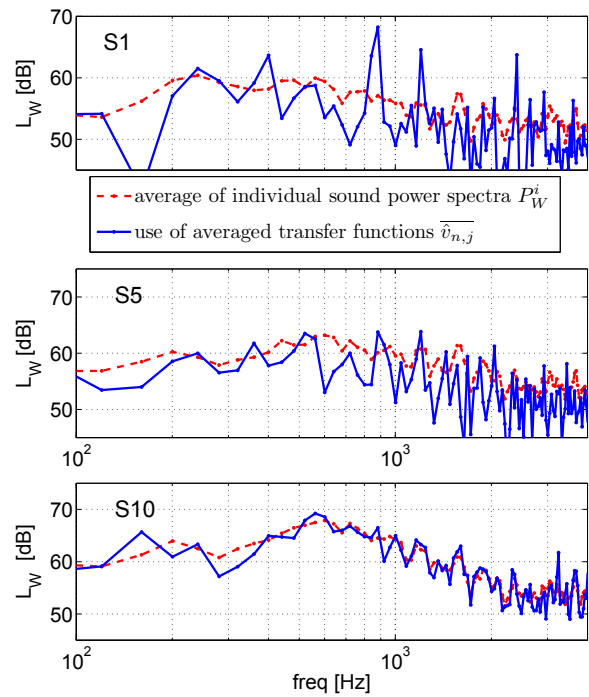


Abbildung 3: Gemittelte Schalleistungsspektren nach (2) und (7) im Vergleich für die Kontrollflächen S1, S5 und S10 um das Quellgebiet.

der größten Fläche S10 geben beide Mittelungsstrategien dagegen ein fast übereinstimmendes Spektrum. Das ist ein interessantes Ergebnis. Es lässt vermuten, dass die kleineren Kontrollflächen noch nicht im linearen Medium liegen, welches die Quellregion umgibt. Die Schnelldaten werden noch von den Dichte- und Temperaturschwankungen sowie von rein hydrodynamischen Turbulenzen in der Strömung gestört. Damit ist Anwendung der Produktregel für unabhängige Zufallsvariablen nicht zulässig. Im Falle der größten Kontrollfläche lässt sich diese Produktregel anwenden und führt mit hoher Effizienz zum gemittelten Schalleistungsspektrum.

Andererseits kann der Vergleich der Mittelungsstrategien auch aufzeigen, ob die verwendeten Oberflächendaten zu einem linearen System gehören. Die ermittelte Eignung der größten Kontrollfläche zur Berechnung der abgestrahlten Schalleistung bestätigt auch die entsprechenden Untersuchungen in [1, 2].

Literatur

- [1] R. Piscoya, H. Brick, M. Ochmann & P. Költzsch: Equivalent source method and boundary element method for calculating combustion noise. *Acta Acustica united with Acustica*, 94(4):514–527, 2008.
- [2] R. Piscoya, H. Brick, M. Ochmann & P. Költzsch: Modelling of the Sound Radiation from Flames by means of Acoustic Equivalent Sources. In: A. Schwarz, J. Janicka (editors): *Combustion Noise*. Chapter 4, 93–127, Springer-Verlag, Berlin, 2009.
- [3] Brick, H.: Application of the Boundary Element Method to Combustion Noise and Half-space Problems. PhD-Thesis, Chalmers University, Göteborg, Schweden, 2009.