

## Randelementeverfahren für akustische Innenraumprobleme

Norbert Gorenflo<sup>1</sup>, Haike Brick<sup>2</sup>, Martin Ochmann<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin, Luxemburger Str. 10, E-Mail: gorenflo@beuth-hochschule.de

<sup>2</sup>Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin, Luxemburger Str. 10, E-Mail: brick@beuth-hochschule.de

<sup>3</sup>Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin, Luxemburger Str. 10, E-Mail: ochmann@beuth-hochschule.de

### Einleitung

Die adäquate Berechnung von Schallfeldern in Arbeitsräumen zum Zwecke der Erarbeitung von Maßnahmen zur Lärminderung ist immer noch ein nicht zufriedenstellend gelöstes Problem. Die für einfachere Geometrien erfolgreich angewandten Ray-Tracing-Methoden sind wegen ihrer mangelhaften Berücksichtigung von Beugungseffekten hier zu ungenau. Aufbauend auf der früher vom 2. und 3. Autor entwickelten BEM-Toolbox BEMLAB ([1]) wurden daher erste Versuche zur Behandlung raumakustischer Probleme mit Hilfe eines direkten BEM-Verfahrens mit stückweise konstanten Ansatzfunktionen durchgeführt. Dazu wurde BEMLAB um ein vorgeschaltetes Frontend zur interaktiven Eingabe eines Raumes samt Einrichtungsgegenständen, automatischen Erzeugung einer Triangulierung der Raumflächen sowie Definition von (Impedanz-)Randbedingungen erweitert. Einige Modellrechnungen werden im Folgenden präsentiert.

### Grundlagen

Die Behandlung von Schallquellen in einem Raum  $\Omega$  wird wie folgt durch eine Transformation auf die von BEMLAB behandelbare Lösung der homogenen Helmholtzgleichung mit inhomogenen Randbedingungen zurückgeführt (hier o.B.d.A. für nur eine Quelle): Die gesuchte Lösung von

$$\Delta p(x) + k^2 p(x) = q\delta(x-y) \text{ für } x \in \Omega, \quad (1)$$

$$a(x)p(x) + b(x)\frac{\partial p}{\partial n}(x) = 0 \text{ für } x \in \partial\Omega \quad (2)$$

ist gegeben durch  $p(x) = p^*(x) - qg(x,y)$ , wobei

$$g(x,y) = \frac{1}{4\pi} \frac{\cos(k|x-y|)}{|x-y|} = \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ik|x-y|}}{|x-y|} \right], \quad i := \sqrt{-1},$$

und  $p^*$  Lösung ist von

$$\begin{aligned} \Delta p^*(x) + k^2 p^*(x) &= 0 \text{ für } x \in \Omega, \\ a(x)p^*(x) + b(x)\frac{\partial p^*}{\partial n}(x) &= 0 \text{ für } x \in \partial\Omega. \end{aligned}$$

Für den zeitharmonischen Faktor wurde  $e^{i\omega t}$  gesetzt, für die Schallgeschwindigkeit  $c=343$  m/s und für die Dichte der Luft  $\rho=1.21$  kg/m<sup>3</sup>. Der Schalldruckpegel  $L_p$  wurde mit dem Referenzdruck  $p_0=2 \cdot 10^{-5}$  Pa und der Schallleistungspegel  $L_W$  mit der Referenzleistung  $W_0=10^{-12}$  Watt berechnet.

Die Raumflächen wurden als lokal reagierend angenommen und zum Aufstellen der Impedanzrandbedingung (2) wurde die Formel von Paris verwendet ([3, (2.42)]), welche von

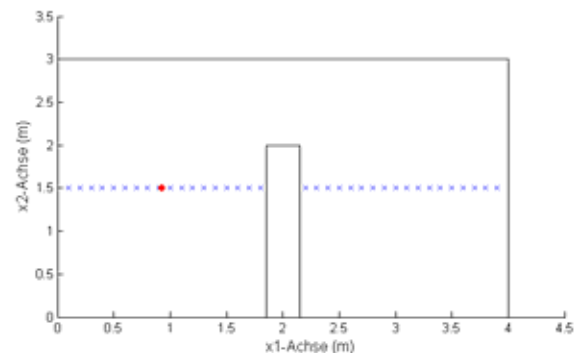
folgendem Zusammenhang zwischen spezifischer Impedanz  $\zeta=|\zeta|e^{i\mu}$  und mittlerem Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  ausgeht:

$$\alpha = \frac{8}{|\zeta|^2} \cos(\mu) \left[ |\zeta| + \frac{\cos 2\mu}{\sin \mu} \arctan\left(\frac{|\zeta| \sin \mu}{1+|\zeta| \cos \mu}\right) - \cos(\mu) \ln(1+2|\zeta| \cos(\mu) + |\zeta|^2) \right]. \quad (3)$$

Da  $\zeta$  durch  $\alpha$  gemäß (3) nicht eindeutig bestimmt ist, müssen im konkreten Anwendungsfall neben den Absorptionskoeffizienten noch weitere Eigenschaften der Flächen bekannt sein, um wohldefinierte Koeffizientenfunktionen  $a$  und  $b$  in (2) zu erhalten.

### Einige numerische Resultate

Es wurde ein quaderförmiger Modellraum der Abmessungen 4m x 3m x 2m mit einer Punktquelle der Frequenz 500 Hz im Punkt  $y=(0.925, 1.5, 1)^T$  betrachtet (Abbildung 1). Für die Quellstärke  $q$  in (1) wurde  $q=1$  gewählt, dies entspricht einem Schallleistungspegel von  $L_W \approx 79.82$  dB. Der Schalldruck wurde jeweils in Feldpunkten auf der Strecke  $0 < x_1 < 4, x_2=1.5, x_3=1$  berechnet.

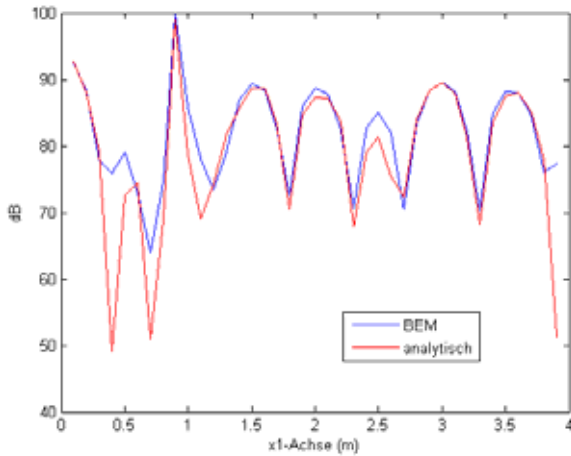


**Abbildung 1:** Grundriss des verwendeten Modellraums der Größe 4m x 3m x 2m. Quelle (rot) und Feldpunkte (blau) liegen auf halber Höhe ( $x_3=1$ ). Die eingezogene Mauer reicht vom Boden bis zur Decke und ist 0.3 m breit ( $1.85 \leq x_1 \leq 2.15$ ) und 2 m lang.

Für alle im Folgenden dargestellten BEM-Berechnungen wurde der Knotenpunktabstand 0.1 m gewählt, dies entspricht etwa 12000 Elementen.

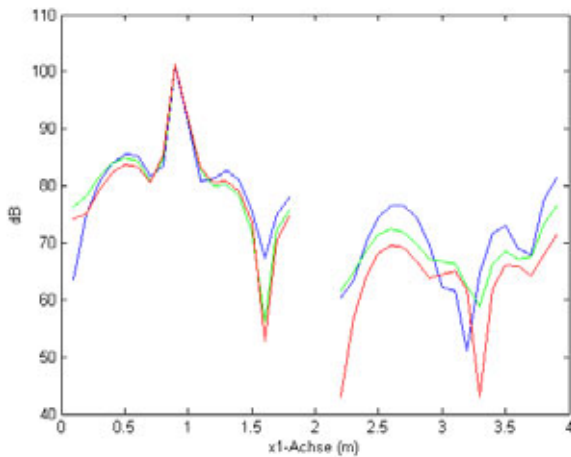
Zunächst wurde der Raum ohne die in Abbildung 1 dargestellte Mauer betrachtet und für den Fall schallharter Wände die BEM-Lösung mit der analytischen Lösung (Entwicklung nach Eigenmoden) verglichen (Abbildung 2).

Abbildung 3 zeigt Schalldruckpegel für die komplette Konfiguration in Abbildung 1, d.h. inklusive der eingezogenen Mauer. Hierbei wurden folgende spezifische Impedanzen  $\zeta$  mit gemäß (3) zugehörigen Absorptionskoeffizienten



**Abbildung 2:** Schalldruckpegel des Raums von Abbildung 1 ohne Mauer und für schallharte Wände bei 500 Hz.

$\alpha$  gewählt: gesamte Mauerfläche:  $\zeta_M=32.5$  bzw.  $\zeta_M=7.14$  ( $\alpha_M=0.2$  bzw.  $\alpha_M=0.6$ ); Raumbückwand  $x_2=3$ :  $\zeta_R=71.5$  bzw.  $\zeta_R=7.14$  ( $\alpha_R=0.1$  bzw.  $\alpha_R=0.6$ ); Raumboden:  $\zeta_B=32.5$  ( $\alpha_B=0.2$ ); sonstige Flächen:  $\zeta_S=71.5$  ( $\alpha_S=0.1$ ). Von den beiden gemäß (3) möglichen reellen Werten für die spezifische Impedanz wurde hier jeweils der größere Wert genommen. Die sich ergebenden unterschiedlich starken Dämpfungen hinter der Mauer sind gut erkennbar.



**Abbildung 3:** Schalldruckpegel des Raums von Abbildung 1 mit Mauer bei 500 Hz für unterschiedliche Absorptionskoeffizienten, berechnet mit dem BEM-Verfahren.

blaue Kurve:  $\alpha_M = \alpha_B = 0.2, \alpha_R = \alpha_S = 0.1$

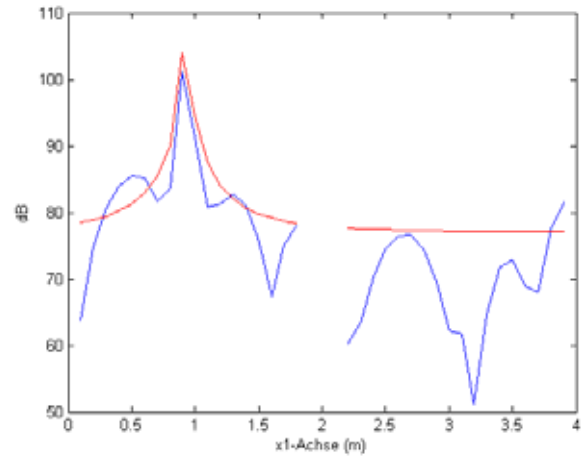
grüne Kurve:  $\alpha_M = 0.6, \alpha_B = 0.2, \alpha_R = \alpha_S = 0.1$

rote Kurve:  $\alpha_M = 0.6, \alpha_B = 0.2, \alpha_R = 0.6, \alpha_S = 0.1$

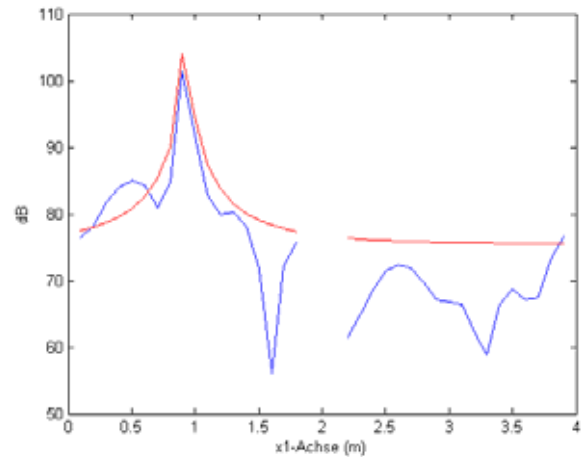
In den Abbildungen 4 und 5 werden die zuletzt erhaltenen Ergebnisse denen aus der folgenden Näherungsformel für annähernd kubische Räume ([2, (4.39)]) gegenübergestellt:

$$L_p = L_W + 10 \log_{10} \left( \frac{0.16}{r^2} + \frac{4}{A} \right). \quad (4)$$

Hierbei ist  $r$  der Abstand von der Quelle in m und  $A$  die äquivalente Absorptionsfläche in  $m^2$ . Die Näherungsformel liefert in beiden Fällen eine akzeptable obere Abschätzung.



**Abbildung 4:** Schalldruckpegel des Raums von Abbildung 1 mit Mauer bei 500 Hz für  $\alpha_M = \alpha_B = 0.2, \alpha_R = \alpha_S = 0.1$ .  
blaue Kurve: BEM-Lösung  
rote Kurve: Näherung nach (4)



**Abbildung 5:** Schalldruckpegel des Raums von Abbildung 1 mit Mauer bei 500 Hz für  $\alpha_M = 0.6, \alpha_B = 0.2, \alpha_R = \alpha_S = 0.1$ .  
blaue Kurve: BEM-Lösung  
rote Kurve: Näherung nach (4)

## Danksagung

Diese Arbeit wurde gefördert aus Mitteln der Europäischen Union (Europäischer Sozialfonds) und der Berliner Senatsverwaltung für Wirtschaft, Technologie und Frauen.

## Literatur

- [1] Brick, H., Ochmann, M.: Eine BEM-Toolbox zur Berechnung der Schallabstrahlung schwingender Strukturen vor Hindernissen und über absorbierendem Boden. Tagungsband DAGA 2003, Aachen, 542-543
- [2] Fasold, W., Veres, E.: Schallschutz und Raumakustik in der Praxis. 2. Auflage, HUSS-Medien GmbH Berlin, 2003
- [3] Kuttruff, H.: Room Acoustics. Fifth Edition, Spon Press, 2009