

## Synthetische Turbulenz für numerische Aeroakustik

Malte Siefert<sup>1,2</sup>, Roland Ewert<sup>1</sup>, Oliver Kornow<sup>1</sup>, Jürgen Dierke<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, 38108 Braunschweig, Deutschland

<sup>2</sup> Email: malte.siefert@dlr.de

### Einleitung

Turbulenz erzeugt in vielen technischen Anwendungen störende Geräusche. In der Industrie besteht daher eine Nachfrage, die strömungsinduzierten Geräusche bereits während des Designs berechnen zu können. Die Berechnung einer Konfiguration darf allerdings nicht länger als einige Stunden dauern. Besonders die Berechnung der turbulenten Strömung ist der zeitkritische Faktor. Typische Strömungen haben hohe Reynolds-Zahlen und die Berechnung aller Wirbelstrukturen in der Strömung kann Monate dauern, auch wenn man sich auf die Berechnung der großen, Energie tragenden Strukturen beschränkt, wie es in der Large Eddy Simulation (LES) oder der Detached Eddy Simulation (DES) der Fall ist.

In dieser Arbeiten stellen wir eine Methode vor, die zwei Anforderungen erfüllen soll: Zum einen soll sie komplexe Geometrien und komplexe Strömungen beschreiben können, wie sie in praktischen technischen Anwendungen vorkommen. Zum anderen soll sie schnell genug sein, um Parametervariationen innerhalb von Stunden oder Tagen durchführen zu können.

Um die erste Anforderung zu erfüllen, fällt die Wahl auf Numerische Aeroakustik (CAA). Da es bei der Umwandlung von turbulenten Fluktuationen in Schall meist nicht auf alle Details der Strömung ankommt, ersetzen wir die extrem rechenintensive Lösung der Strömungsgleichung durch ein synthetisches Turbulenzmodell.

Der Artikel ist wie folgt strukturiert: Zunächst erklären wir die Zufalls-Partikel-Gitter Methode (Random Particle Mesh, kurz RPM) zur Generierung synthetischer Turbulenz. Wir fokussieren uns auf die Konvektionseigenschaften und auf die räumlich-zeitlichen Eigenschaften des synthetischen Turbulenzfeldes. Abschließend geben wir ein Beispiel, wie dieses Modell für die Vorhersage von Lärm verwendet werden kann, der an einer Vorflügelseitenkante entsteht.

### Mathematische Formulierung der Methode

Zur Zeit ist RANS das einzige Verfahren, um realistische Strömungen in ausreichend kurzer Zeit berechnen zu können. Allerdings werden in der Aeroakustik die instationären Fluktuationen der Turbulenz benötigt. Es geht im Folgenden darum, diese Fluktuationen ausgehend von einem konvektierenden stochastischen Feld so zu konstruieren, dass das gemittelte Feld wieder die Größen der RANS ergeben.

Im Folgenden benutzen wir die Reynolds-Zerlegung des

Strömungs-Feldes  $\mathbf{U} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}$  mit  $\langle \mathbf{u} \rangle = 0$ . Die Eingabegrößen der Methode werden von den Reynolds gemittelten Größen hergeleitet: die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{\mathbf{u}}$ , die Integrale Längenskala  $l_i$  in verschiedene Richtungen und der Reynoldschen Spannungstensor  $\langle u_i u_j \rangle$  der Strömung. Umgekehrt müssen die gemittelten Größen der synthetischen Turbulenz die Reynolds gemittelten Größen reproduzieren.

Die Zufälligkeit wird in die synthetische Turbulenz eingeführt durch eine Hierarchie von stochastisch normalverteilten Feldern  $\eta_i^{(n)}(\mathbf{x})$ , die erstens einen verschwindenden Mittelwert haben, zweitens räumlich und wechselseitig unkorreliert sind und drittens einer Konvektionsgleichung gehorchen:

$$\langle \eta_i^{(n)}(\mathbf{x}) \rangle = 0 \quad (1)$$

$$\langle \eta_i^{(m)}(\mathbf{x}) \eta_j^{(n)}(\mathbf{x}') \rangle = \delta_{mn} c_{ij}^{(n)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \quad (2)$$

$$\frac{D}{Dt} \eta_i^{(n)}(\mathbf{x}) = 0, \quad (3)$$

wobei  $\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)$  die substantielle Ableitung ist. Der Grund für die Benutzung von einer Hierarchie von Feldern wird weiter unten klar; dies erlaubt die Konstruktion von synthetischen Feldern mit vorgegebenen Spektren. Die dritte Gleichung (3) definiert ein stochastisch weisses Feld, welches von dem Feld  $\mathbf{U} \equiv \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}$  konvektiert wird. Die zeitlichen Eigenschaften der Strömung werden auf verschiedene Arten berücksichtigt: erstens wird die Konvektion durch die mittlere Strömung durch die Konvektion der stochastischen Felder berücksichtigt. Zweitens können auch die turbulenten Geschwindigkeiten sich selber transportieren. Dies ist ein Effekt, der Sweeping genannt wird und gerade in der Akustik eine Rollen spielen kann. Dieser Effekt lässt sich als eine Art Rückkopplung verstehen: turbulente Strukturen werden durch die Turbulenz selber transportiert und verändern wiederum die Turbulenz. Sweeping wird berücksichtigt als der Transport des stochastischen Feldes durch das synthetische Turbulenzfeld. Drittens können zeitliche Änderungen direkt modelliert werden, indem das Zufallsfeld zeitlich durch eine Langevin-Gleichung geändert wird.

Nachdem wir den Zufall und die zeitliche Dynamik des synthetischen Feldes eingeführt haben, kommen wir zu der Realisierung der räumlichen Eigenschaften: Jedes Feld  $\eta^{(n)}$  wird mit einem Gaußschen Filter gefaltet <sup>1</sup> (Summe über doppelte Indizes)

$$g^{(n)}(\mathbf{x}) = e^{-\frac{\pi}{2} \left( \frac{x_i}{l_i^{(n)}} \right)^2}, \quad (4)$$

<sup>1</sup>Das Koordinatensystem wird so gewählt, dass die Faltung entlang der Hauptachse der Längenskalentensors verläuft.

was das gefilterte Feld ergibt:

$$\phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) = \int g^{(n)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \eta_i^{(n)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'. \quad (5)$$

Die Stufen der Hierarchie unterscheiden sich im Wesentlichen durch die Längenskala  $l_i^{(n)}$ .

Die Verwendung des Gauss-Filters hat hauptsächlich technische Gründe, da diese die Berechnung drastisch vereinfachen können. Dies bedeutet allerdings keine wesentlichen Einschränkungen für die Klasse der möglichen Wellenzahlspektren, da durch eine Überlagerung allgemeinere Felder konstruiert werden können:

$$\phi_i = \sum_{n=0}^{N-1} \phi_i^{(n)} = \sum_{n=0}^{N-1} g^{(n)} * \eta_i^{(n)}. \quad (6)$$

Wir interpretieren  $\phi$  als die Stromfunktion eines turbulenten Feldes  $\mathbf{u} = \nabla \times \phi$ . Wenn z.B. ein Kolmogorov-Spektrum realisiert werden soll, können die Amplituden gemäß  $c_{ij}^{(n)} = \beta^{n(\alpha-3)} c_{ij}^{(0)}$  und die Längenskalen gemäß  $l_i^{(n)} = l_i^{(0)} / \beta^n$  gewählt werden, wobei  $\beta > 1$  und  $\alpha$  ist der Exponent des Energiespektrum, d.h.  $\alpha = -5/3$  für das Kolmogorov-Energiespektrum.

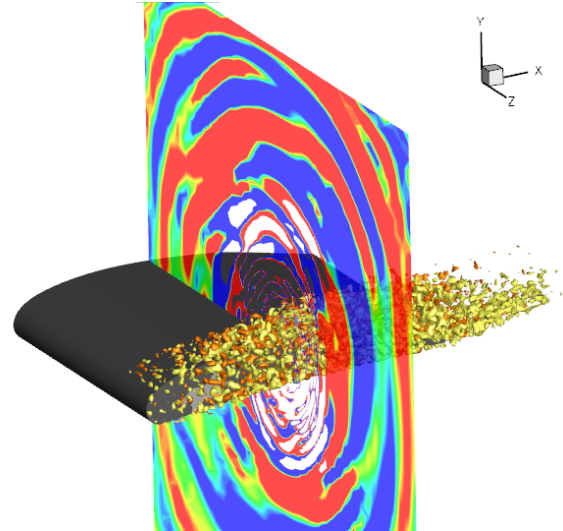
In diesem Abschnitt haben wir eine Möglichkeit beschreiben, eine instationäre turbulente Strömung  $\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}$  zu synthetisieren, dessen Reynolds-gemittelten Größen mit einer zugrundeliegenden RANS Simulation konform sind. Des Weiteren sind die Fluktuationen inkompressibel, sind exakt isotrop und haben die gewünschte Zweipunkt-Statistik. Aber auch Anisotropie sowohl in der Längenskala als auch im Reynoldschen Spannungstensors können modelliert werden. Besonders die dynamischen Eigenschaften sind für die Geräuscherzeugung von freien Strömungen relevant. Die zeitlichen Dynamiken und die raumzeitlichen Korrelationen entsprechen denen realistischer Strömungen. Zusammengefasst können inhomogene Strömungen mit komplexen Geomentrien mit Konvektion realisiert werden. Diese Eigenschaften sollten hinreichend sein, die meisten Anwendungen abzudecken, bei denen inkohärente kleinskalige Turbulenz eine Rolle in der Aeroakustik spielt.

Die obige Formulierung setzen wir Numerisch mit einer Random-Particle-Mesh Modethode um [1, 2, 3]. Das konvektierende weisse Feld wird durch Partikel dargestellt, welche durch die Strömung transportiert werden und Zufallswerte tragen. Diese Werte werden auf ein Hilfsgitter projiziert, auf dem die Filterung durchgeführt wird. Die Filterung kann numerisch sehr effizient durch die Verwendung von rekursiven Filtern durchgeführt werden.

### Schallabstrahlung an einer Vorflügelseitenkante

Als Beispiel zeigen wir die Schallgenerierung an der Seitenkante eines Vorflügels. Dieser hat einen Anstellwinkel von 20° zur Strömung bei einer Reynoldszahl von 1.9 Mill. Das struktuierte Gitter besteht aus 54 Blöcken mit einer Gesamt-Gitterpunktzahl von 7 Mill. Das Hilfsgitter

für die synthetische Turbulenz besteht aus 400.000 Gitterpunkten mit 2 Mill. Partikeln. Mit dem CAA-Code PIANO vom DLR wurde die resultierende Schallabstrahlung berechnet. Abb. 1 zeigt die Vorflügelseitenkante mit den Isokonturflächen der synthetischen Turbulenzquelle sowie auf einem Schnitt die Konturflächen des Druckfeldes.



**Abbildung 1:** Synthetische Turbulenz an der Vorflügelseitenkante und die resultierende Schallabstrahlung. In Gelb und Orange sind die Isokonturflächen der synthetischen Quellen dargestellt. Der Druck des Schallfeldes ist in Falschfarbendarstellung entlang eines Schnittes dargestellt. Im Quellgebiet wurde das Schalldruckfeld ausgespart, um die Quellen sehen zu können.

### Literatur

- [1] Ewert, R.: RPM - the fast Random Particle-Mesh method to realize unsteady turbulent sound sources and velocity fields for CAA applications. AIAA 2007-3506, Rome, Italy, 2007
- [2] Siefert, M. and Ewert, R.: A stochastic source model for turbulent noise prediction including sweeping time dynamics. In: Proceedings of the Acoustic conference, Paris, France, 2008
- [3] Siefert, M. and Ewert, R.: Anisotropic Synthetic Turbulence with Sweeping Generated by a Random Particle Mesh Method. Progress in Turbulence III: Proceedings of the Iti Conference in Turbulence, 2008