

## A new and simple Blind Channel CSI Cancellation Calculus

Ivor Nissen <sup>a b</sup>

<sup>a</sup> Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD 71, Kiel, IvorNissen@BWB.org

<sup>b</sup> Information and Coding Theory Lab (ICT), Technische Fakultät, Universität Kiel, ini@tf.uni-kiel.de

### Schallausbreitung im Wasser

Die Schallausbreitung in der Wassersäule im Kontext von Detektion, Navigation und Kommunikation wird durch eine ausgeprägte zeitvariante Mehrwegespreizung dominiert. Die einzelnen Wege besitzen zudem unterschiedliche mittlere Schallgeschwindigkeiten, so daß sich eine Vielzahl von zeitlich verschobenen, gestauchten respektive gestreckten sowie schwundbehafteten Duplikaten des Sendesignals am Empfänger mit schwer modellierbaren Phasendrehungen überlagern.

Der gängige Vergleich von Empfangssignal mit dem dopplerverschobenen Replika - dem gesendeten Original - leidet unter diesem Mehrwegeeinfluß, da die Ähnlichkeit schwindet. Dabei ist Mehrwegeausbreitung kein schädlicher Effekt, führt er doch dazu, daß Energie in den Tiefen der Meere nicht durch Absorption verloren geht, sondern zum Empfänger gelenkt wird.

Die Meeressäuger beweisen uns mit ihrer adaptiven Signalverarbeitung, daß der Mehrwegeeffekt effektiv ausgenutzt werden kann. Einzig bei einem selten anzutreffenden zeitinvarianten Wasserschallkanal gelingt es der Technik durch beispielsweise „Time-Reversal“-Ansätze von der Überlagerung zu profitieren, in den meisten Fällen wird diese jedoch als störend empfunden.

In diesem Aufsatz wird nun ein einfaches analytisches Kalkül vorgestellt, das einen „blinden“ Zugang eröffnet.

### Mehrwege-Kanalmodell

Gegeben sei ein ausgesendetes Zeitsignal  $s : T \subset \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$  in einer Mehrwegenumwelt, welches am Empfänger inklusive seiner Co-Symbolinterferenzen [CSI] zyklisch und komplett abgetastet (diskret) vorliegt [ $\rightarrow$  keine ISI]:

$$\tilde{s}(t_\nu) = \sum_{\mu=1}^{\ell} \alpha_\mu s((1 + \beta_\mu)t_\nu - \tau_\mu) + r(t_\nu); \nu = 1..N$$

mit den  $N > 0$  diskreten Zeitpunkten  $t_\nu \in T$ , den Pfadintensitäten  $\alpha_\mu$ , den Dopplereinflüssen  $\beta_\mu$  auf den  $\ell$  Pfaden, den zugehörigen durch die Geometrie implizierten Laufzeitverschiebungen  $\tau_\mu$  und einer additiven farbigen Rauschkomponente  $r$ . Eine Transformation in den Frequenzbereich  $B$  liefert das Kanalmodell

$$\tilde{S}(\omega_\nu) = \sum_{\mu=1}^{\ell} \alpha_\mu S\left(\frac{\omega_\nu}{1 + \beta_\mu}\right) \frac{e^{-i\omega_\nu \tau_\mu}}{|1 + \beta_\mu|} + R(\omega_\mu)$$

mit den Kreisfrequenzen  $\omega_\nu = 2\pi f_\nu; f_\nu \in B; \nu = 1..N$ .

Fordern wir nun, daß das Signal  $s$  in jedem Frequenzunterband eine konstante Einhüllende  $S(\omega_\nu)\bar{S}(\omega_\nu) = 1$

besitzt, so liegt keine große Einschränkung vor; Modulationsverfahren, wie beispielsweise  $\kappa$ PSK-OFDM,  $\kappa$ FSK, continuous-wave (CW), GMSK und linear-frequency-modulation (LFM) fallen in diese große Klasse:

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\omega_\nu) &= \sum_{\mu=1}^{\ell} \alpha_\mu S\left(\frac{\omega_\nu}{1 + \beta_\mu}\right) \frac{e^{-i\omega_\nu \tau_\mu}}{|1 + \beta_\mu|} \\ &= S(\omega_\nu) \sum_{\mu=1}^{\ell} \underbrace{\frac{\alpha_\mu}{|1 + \beta_\mu|}}_{\alpha'_\mu} e^{-i\omega_\nu (\tau_\mu - \beta'_\mu)} \end{aligned} \quad (1)$$

mit den virtuellen Pfadintensitäten  $\alpha'_\mu$  und den virtuellen Laufzeitverschiebungen  $\tau'_\mu$ . Virtuell, da nicht die Geometrie der Mehrwegeausbreitung wiedergegeben wird, sondern Geometrie und Bewegung gemeinsam behandelt werden. Das vereinfachte Kanalmodell (1) schränkt die Systemschätzung nicht ein - eine geometrische Interpretation der Parameter ist nur schwieriger.

Da die  $N$  Werte  $\tilde{S}_\nu = \tilde{S}(\omega_\nu)$  als Messung im Empfänger (nach der Demodulation) vorliegen, wird die Gleichung üblicherweise für zwei getrennte Aufgaben herangezogen,

$$\tilde{S}(\omega_\nu) = S(\omega_\nu) \sum_{\mu=1}^{\ell} \alpha'_\mu e^{-i\omega_\nu \tau'_\mu}; \nu = 1..N$$

Entweder können bei Kenntnis der  $2\ell + 1$  Parameter  $\{\alpha'_\mu, \tau'_\mu\}_{\mu=1..l}$  und  $\ell$  diese zur Bestimmung des Sendesignals  $S_\nu = S(\omega_\nu)$  herangezogen werden. Umgekehrt kann bei Kenntnis der  $N$  Sendesignalkomponenten  $S(\omega_\nu)$ , den sogenannten Piloten, der Kanal beim Empfänger vermessen und Übertragungsfunktion respektive Impulsantwort bestimmt werden. Die Verwendung der dem Empfänger bekannten Kanalvermessungssignale - den Piloten - kostet Bandbreite. Gerade im Unterwasserschallkanal mit seiner hohen Variabilität im Zeit- und Frequenzbereich sind bei Kommunikationsanwendungen Kammstrukturen mit einem Piloten und einem benachbarten Nutzsignal zur Interpolation keine Seltenheit und halbieren die Effizienz [1, 2]. Zudem führt trotz dieser direkten Nachbarschaftsausmessung eine lineare Interpolationen zu Fehlern bei der nicht stetig differenzierbaren Transferfunktion. Ein nichtlineares Fitting mittels deProny-Ansätzen scheitert nach Niels Abel an der Genauigkeit der numerischen Nullstellensuche für  $\ell > 4$ .

Eine simultane Bestimmung der  $N + 2\ell + 1$  Unbekannten  $\{S_\nu, \alpha'_\mu, \tau'_\mu, \ell\}$  bei  $N$  Bekannten  $\{\tilde{S}_\nu\}$  wird aufgrund der Nichtlinearität und der Unterbestimmtheit nur zaghaft als „Blinde Kanalschätzung“ angegangen. Dabei ergeben sich einige analytische Ansatzmöglichkeiten. In diesem Aufsatz wird hierzu ein Zugang eröffnet:

## Kalkül zur „blinden“ Signalrestauration

Folgenden drei Punkte werden nun in das vereinfachte Modell eingesetzt:

1. Die Zeit(verschiebung)  $\tau'_\mu \in \mathbb{R}$  ist immer reell. Setze  $\ell := N$  und alle Zeiten  $\tau'_\mu := \frac{\mu-1}{N}T_S; T_S := \frac{N}{B}$ : Symbolzeit,  $B$  Bandbreite. Damit ist das Problem in der Dimension gewachsen, die Schätzung von  $\ell$  entfällt jedoch, die Aufgabe ist nur noch quadratisch, Phasendrehungen z.B. durch den Boden können durch Pfadzunahme und Echoverschiebung modelliert werden und es findet keine Einschränkung statt, da dennoch Pfade  $\alpha'_\mu = 0$  verschwinden können.
2. Konstante Einhüllende;  $S(\omega_\nu)\overline{S(\omega_\nu)} = 1$
3. Pfadintensitäten  $\alpha'_\mu \geq 0$  sind nicht negativ.

Technisch umgeformt ergeben sich zwei Gleichungen, aus (1) und deren konjugiert Komplexen, als Matrix-Matrix-Vektor-Multiplikationen:

$$\tilde{S}_\nu = S_\nu \sum_{\mu=1}^N \alpha'_\mu e^{-2i\pi \frac{f_\nu(\mu-1)}{N} T_S} \text{ mit } f_\nu T_S = \nu - 1 \quad (1)$$

$$\overline{\tilde{S}_\nu} = \frac{1}{S_\nu} \sum_{\mu=1}^N \alpha'_\mu e^{2i\pi \frac{f_\nu(\mu-1)}{N} T_S}; \nu = 1..N$$

die in Matrixschreibweise formuliert werden können zu:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{diag}\{\mathbf{S}\} \mathbf{A} \alpha'; \quad \overline{\tilde{\mathbf{S}}} = \mathbf{diag}\{\mathbf{S}\}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \alpha'$$

mit  $A = [e^{2i\pi \frac{(\nu-1)(\mu-1)}{N}}]_{\mu, \nu=1..N}$  als wohl bekannte DFT-Matrix,  $\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{A}^{-1}$ . Beide Gleichungen können zusammengeführt werden und liefern den quadratischen Ausgangspunkt der weiteren Betrachtung:

$$\mathbf{S} = \left[ \mathbf{diag}\{\overline{\tilde{\mathbf{S}}}\}^{-1} \mathbf{A}^{-2} \mathbf{diag}\{\tilde{\mathbf{S}}\} \right] \overline{\tilde{\mathbf{S}}}$$

Dabei ist die Matrix

$$\mathbf{diag}\{\overline{\tilde{\mathbf{S}}}\}^{-1} \mathbf{A}^{-2} \mathbf{diag}\{\tilde{\mathbf{S}}\} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & \gamma_2 \\ \vdots & 0 & 0 & \\ 0 & \gamma_N & 0 & 0 \end{bmatrix}; \gamma_\mu \in \mathbb{C}$$

schwach besetzt und stellt ein „Reversal“ da; die Eigenwerte  $\gamma_\mu$  besitzen unterschiedliche Vielfachheit, der Rang ist  $N$ . Die gesuchte Aussendung  $S$  ist nach einer Umformung in Real- und Imaginärteil durch (3) gegeben. Die unbekannteren unteren  $N/2 - 1$  Komponenten,  $S_\mu; \mu = N/2 + 2..N$ , lassen sich durch einen zusammenhängenden Pilot-Block bestimmen oder es wird die Nichtnegativität der Pfadintensitäten herangezogen:

$$\alpha' = \mathbf{A} \mathbf{diag}\{\mathbf{S}\} \overline{\tilde{\mathbf{S}}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{diag}\{\mathbf{S}\}^{-1} \tilde{\mathbf{S}} \geq 0.$$

Komponentenweise ergibt sich mit  $arg = \frac{2\pi(\nu-1)(\mu-1)}{N} + \arctan(\operatorname{re}(\tilde{S}_\mu), \operatorname{im}(\tilde{S}_\mu)) + \ln(S_\mu)$  der Ausdruck:

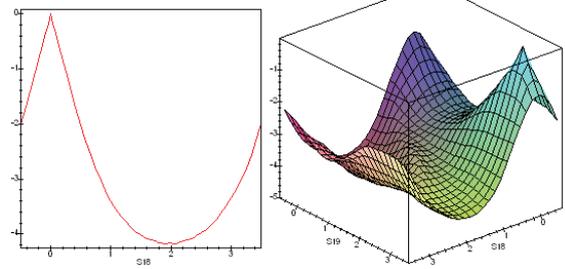
$$\alpha'_\nu = \frac{|\tilde{S}_1| - \kappa(-1)^\nu |\tilde{S}_{N/2+1}|}{N} + \frac{2}{N} \sum_{\mu=N/2+2}^N \cos(arg) |\tilde{S}_\mu|$$

Hieraus erhält man ein Potpourri an analytischen Ansätzen und interessanten Zusammenhängen, die für

eine ganzzahlige „blinde“ Maximierung über die Komponenten  $S_\mu; \mu = N/2 + 2..N$  genutzt werden können:

$$\sum_{\nu=1}^N \alpha'_\nu = |\tilde{S}_1|; \quad (2)$$

$$\sum_{\nu=1}^N \alpha'^2_\nu = \frac{1}{N} \left( |\tilde{S}_1|^2 + |\tilde{S}_{N/2+1}|^2 + 2 \sum_{\mu=N/2+2}^N |\tilde{S}_\mu|^2 \right)$$



**Abbildung 1:** Maximierung der Summe der absoluten Pfadintensitäten  $|\tilde{S}_1| - \sum_{\nu=1}^N |\alpha'_\nu| \stackrel{!}{=} 0$  einer Mehrwegesituation - hier für  $N = 32, \kappa = 1$ , abhängig von einer respektive zwei Komponente(n); nur für Symbol  $\{0, 3\}$  sind alle Pfadintensitäten nicht negativ, die gesuchte Aussendung ist gefunden.

Sendesignal:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{S}_1}{|\tilde{S}_1|} \\ \frac{\tilde{S}_{N+2-2}}{\tilde{S}_2 \tilde{S}_{N+2-2}} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{S}_{N+2-\eta}}{\tilde{S}_\eta \tilde{S}_{N+2-\eta}} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{S}_{N/2+2}}{\tilde{S}_{N/2} \tilde{S}_{N/2+2}} \\ \frac{\kappa \tilde{S}_{N/2+1}}{|\tilde{S}_{N/2+1}|} \\ \hline \tilde{S}_{N/2+2} \\ \vdots \\ \tilde{S}_N \end{bmatrix}; \kappa \in \{1, -1\} \quad (3)$$

## Danksagung

Vor einem Jahrzehnt hat mein akademischer Förderer Herr Prof. Johann F. Böhme, Bochum, mit blinden Kanalschätzstrategien in der Unterwasserkommunikation experimentiert. Als naiver Verfechter der notwendigen Vermessung mittels Piloten hatte ich ihn belächelt. Heute schäme ich mich für mein Verhalten und erahne die Stärken blinder Zugänge - ohne der Nutzung von Piloten.

## Literatur

- [1] Yuping Zhao, Aiping Huang, A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing, IEEE VTC, Vol. 3, May 1997.
- [2] Sinem Coleri, Mustafa Ergen, Anuj Puri, and Ahmad Bahai, Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems, IEEE Transactions on Broadcasting, Vol. 48, No. 3, September 2002.