

# Qualitätsbewertung von Modellen mittels Unsicherheitsanalysen für die wellengestützte Strukturüberwachung

Christoph Schaal, Michael Hanss

Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 9, 70550 Stuttgart

E-Mail: {schaal,hanss}@iam.uni-stuttgart.de

## Einleitung

Durch den multimodalen Charakter der Ausbreitung von Wellen in zylindrischen Seilstrukturen gestaltet sich deren Modellierung äußerst schwierig. Ein vielversprechender Ansatz in der Strukturüberwachung von Seilstrukturen (z.B. von Hochspannungsleitungen oder Spannseilen an Brücken) ist die Verwendung von Energiemodellen [1]. Bei dieser Methode wird die komplizierte Verteilung der Wellenformen in den Einzeladern solcher Seilstrukturen auf eine ortsabhängige Energieverteilung reduziert.

Um den Informationsverlust durch diese Reduktion auszugleichen, können Systeme mit unsicheren Parametern herangezogen werden. Die Idealisierungen und Vereinfachungen resultieren in so genannten epistemischen Unsicherheiten, welche strikt von zufälligen bzw. aleatorischen Unsicherheiten zu unterscheiden sind. Zur Auswertung dieser Systemklassen mit epistemischen Unsicherheiten bietet sich die Fuzzy-Arithmetik basierend auf der Transformationsmethode an [2].

Im Folgenden wird ein Ansatz vorgestellt, wie mit Hilfe der erweiterten Fuzzy-Arithmetik die Identifizierungs- und Modellqualität untersucht und optimiert werden können. Insbesondere wird untersucht, wie stark die Umwandlung in eine Energieverteilung von verschiedenen Parametern abhängt und wie verlässlich darauf basierende Simulationen sind. Darüber hinaus werden diese Unsicherheiten weiteren, nicht näher charakterisierbaren Messunsicherheiten gegenübergestellt.

## Wellenausbreitung in Zylindern

In den zylindrischen Strukturen treten Longitudinal- (L), Biege- (F) und Torsionswellen (T) auf. Neben dieser Diversität sind insbesondere auch die dispersiven Eigenschaften bei der Modellierung zu berücksichtigen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt neben der Frequenz auch vom Modentyp ab. Abbildung 1 zeigt dieses Verhalten im Bereich bis 250 kHz für einen Zylinder (Aluminium, Radius  $R = 2$  mm).

Zur experimentellen Bestimmung der Energieverteilung in einem Einzelstab werden mit Hilfe eines Laser-Doppler-Vibrometers (LDV) die Wellen in verschiedenen Abständen entlang des Zylinders aufgezeichnet. Erzeugt werden die Wellen mit Hilfe eines an einem Ende angebrachten piezoelektrischen Aktuators, wobei die Anregung im Bereich seiner Eigenfrequenz bei 192.5 kHz erfolgt. Zur Unterdrückung des so genannten Ringing-Effekts wird eine Vorsteuerung verwendet.

Unter anderem durch Asymmetrien im Aktor wird durch diesen Aufbau neben der gewünschten ersten L-Mode auch die erste F-Mode angeregt. Durch die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten können die Moden, ab einem gewissen Abstand zum Aktor, jedoch eindeutig durch deren Ankunftszeiten unterschieden werden.

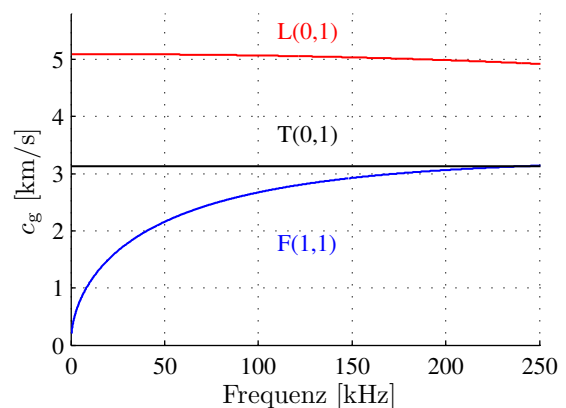


Abbildung 1: Dispersion: Gruppengeschwindigkeit  $c_g$  über Frequenz.

## Energieverteilung

Die kinetische Energie  $T$  eines allgemeinen Kontinuums ist definiert als

$$T = \frac{1}{2} \int_V \vec{v} \cdot \vec{v} \rho dV, \quad (1)$$

wobei  $\vec{v}$  dem Schnellektor,  $\rho$  der Dichte und  $V$  dem Volumen entspricht.

Auf Grund der Endlichkeit der zu untersuchenden Seilstrukturen und den damit verbundenen Reflektionen am Ende wird im Folgenden ausschließlich die Energie der L-Mode betrachtet. Darüber hinaus können mit Hilfe der Messvorrichtung nur die radialen Schnellen an der Staboberfläche  $v_R$  am Ort  $z$  für alle Zeitpunkte ermittelt werden. Die Energie der L-Mode ist damit näherungsweise

$$E(z) = \text{const} \cdot \sum_{i=S}^E v_{R,i}^2(z), \quad t_S(z) \leq t_i(z) \leq t_E(z), \quad (2)$$

wobei  $t_S(z)$  den Startzeitpunkt des L-Moden-Wellenpakets und  $t_E(z)$  den Endzeitpunkt in Abhängigkeit vom Ort darstellt. Die Identifizierung des konstanten Faktors kann durch Normierung umgangen werden.

Da sich bei der Wellenerzeugung keine monofrequenten Pakete generieren lassen, wird bei der Ermittlung des Startzeitpunkts  $t_S(z)$  der Anteil im vorher selektierten Frequenzbereich mit maximaler Gruppengeschwindigkeit  $\hat{c}_g$  verwendet. Unter Berücksichtigung des langsamsten Anteils mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $\check{c}_g$  und einer Paketdauer  $\Delta t$  wird der Endzeitpunkt  $t_E(z)$  bestimmt.

### Unsicherheitsanalyse

Da sich die Schnellen, wie bereits angedeutet, nur zeitlich verteilt ermitteln lassen, werden folgende Parameter als unsicher charakterisiert: die Gruppengeschwindigkeiten  $\hat{c}_g$  und  $\check{c}_g$ , die Paketdauer  $\Delta t$  sowie der Offset  $t_{\text{off}}$ . Letzterer charakterisiert dynamische Verzögerungen im piezoelektrischen Aktuator und Totzeiten in der digitalen und analogen Signalverarbeitung.

Diese Parameter werden im Folgenden als unscharfe Fuzzyzahlen  $\tilde{p}_i$  mit dem Zugehörigkeitsgrad  $\mu_{\tilde{p}_i}(x_i)$  modelliert (siehe Abb. 2). Die Energieverteilung  $E(z)$  wird als Gleichung der Form

$$\tilde{q} = f(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n) \quad (3)$$

mit der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{q}}(z)$  angegeben.

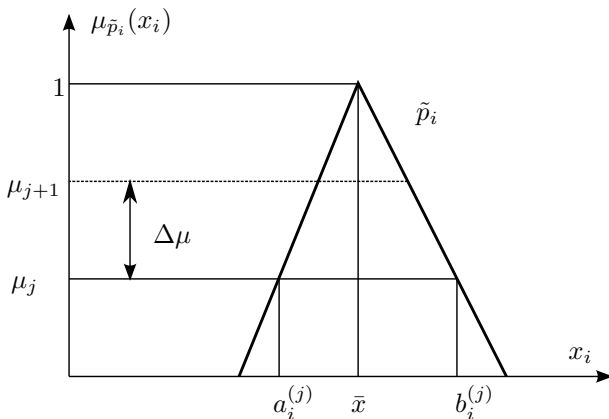


Abbildung 2: Unsichere Parameter als Fuzzyzahl mit  $\alpha$ -Schnitten.

Durch Anwendung der Transformationsmethode werden die relativen Einflussfaktoren  $\rho_i$  der einzelnen Parameter sowie die Unsicherheit der Ausgangsgröße  $E(z)$  untersucht.

### Ergebnisse

Abbildung 3 und 4 zeigen die Ergebnisse des vorgestellten Verfahrens zur Qualitätsbewertung der Berechnung der Energieverteilung in einer zylindrischen Struktur (Aluminium, Länge  $L = 3$  m, Radius  $r = 2$  mm). Die Geschwindigkeit  $\check{c}_g$  hat damit den größten Einfluss auf die Unsicherheit der Energie. Dies rührt insbesondere daher, dass trotz Vorsteuerung das Ringing des Aktuators nicht vollständig unterdrückt werden kann. Darüber hinaus ist ersichtlich, dass keiner der unsicheren Parameter einen größeren Einfluss auf die Energieverteilung hat, als die Messungenauigkeiten bei der experimentellen Datenerfassung.

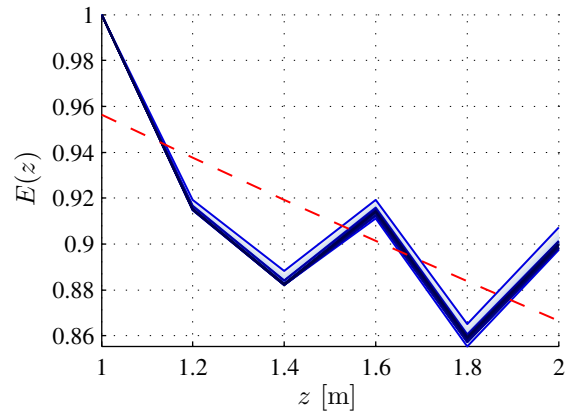


Abbildung 3: Unscharfe, normierte Energieverteilung  $E(z)$  und simulativ ermittelte Verteilung (rot).

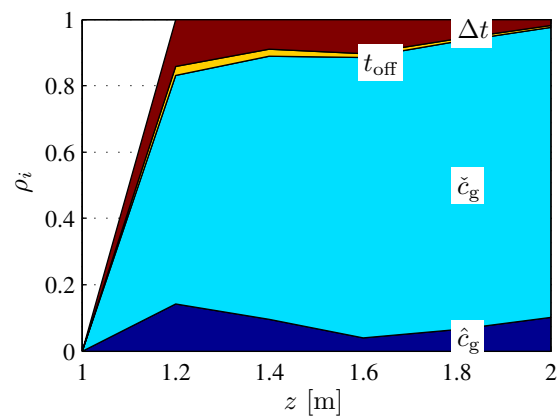


Abbildung 4: Relative Einflussfaktoren  $\rho_i$  der unsicheren Parameter.

### Zusammenfassung und Ausblick

Mit Hilfe der angewandten Methodik konnte gezeigt werden, dass die Berechnung der Energieverteilung weniger von den unsicheren Parametern abhängt, als etwa von (zufälligen) Messungenauigkeiten. Trotz Vorsteuerung ist jedoch das Nachschwingen des Aktuators immer noch vorhanden, was der große Einfluss der Geschwindigkeit zur Bestimmung des Endzeitpunkts des Wellenpakets zeigt.

Nach Verbesserungen an der Messvorrichtung können mit Hilfe der inversen Fuzzy-Arithmetik die tatsächlichen Unsicherheiten in den Parametern identifiziert werden, um so die Berechnung der Energieverteilung weiter zu optimieren. Auf Basis dieser unsicheren Parameter ist dann die Methodik auf die eigentlichen Energieflussmodelle zu erweitern.

### Literatur

- [1] L. Gaul, S. Bischoff, H. Sprenger und T. Haag: Numerical and experimental investigation of wave propagation in rod-systems with cracks. Engineering Fracture Mechanics Vol. 77, Elsevier Ltd., 2010, 3532–3540
- [2] M. Hanss: Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications. Springer, 2005