

BEAM Teil I: Mathematisch-physikalische Grundlagen eines strahlenbasierten Lösers zur approximativen Ermittlung der Schallrückstreuung dünnwandiger Objekte

Ingo Schäfer¹, Ralf Burgschweiger², Bodo Nolte¹

¹ *Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD71, 24148 Kiel*

² *Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin, E-Mail:burgi@beuth-hochschule.de*

Einleitung

Um die akustische frequenzabhängige Rückstreustärke eines Objektes zu berechnen, müssen aufwändige numerische Verfahren (FEM / BEM) genutzt werden. Bei diesen Verfahren steigt der Rechenaufwand überproportional zur Erregerfrequenz an, da die zugehörige Oberflächenelementierung entsprechend feiner durchgeführt werden muss. Die klassische Faustformel zur Bestimmung der Elementgröße verlangt mindestens sechs Elemente pro Wellenlänge. Diese Problematik kann mit Hilfe von Hochfrequenz-Näherungsverfahren (PWA, Raytracer) verringert werden. Bei diesen Verfahren werden optische Analogien genutzt, die nur für große Frequenzen zulässig sind.

Akustische Schallrückstreuung

Die akustische Schallrückstreuung kann mit Hilfe des Kirchhoff-Helmholtz-Integrals (Gl. 1) bei bekanntem Druck und Schnelle auf dem Rand Γ des Objekts berechnet werden

$$p_{sca} = \int \left[g \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial g}{\partial n} \right] d\Gamma. \quad (1)$$

Hierbei ist die Funktion g die Fundamentallösung der Helmholtz-Gleichung. Mit einer vollständigen gekoppelten Randelementberechnung zwischen Objekt und umgebenden Fluid könnten nun der unbekannte Druck und die Schnelle auf der Oberfläche des Objekts bestimmt werden und dann die akustische Rückstreuung (Gl. 1) an jedem beliebigen Punkt im Fernfeld.

Strahlenbasierter Ansatz

Der oben aufgezeigte Rechenweg verlangt insbesondere bei hohen Frequenzen einen sehr hohen Rechenaufwand. Dieser kann deutlich reduziert werden, falls die noch unbekanntes Oberflächengrößen Druck und Schnelle mit Hilfe von strahlentheoretischen Ansätzen bestimmt werden.

$$p^R = Rp^i, \quad p^T = Tp^i \quad (2)$$

Hierbei wird der auftreffende Schallstrahl p^i in einen reflektierten p^R und einen transmittierten p^T Schallstrahl aufgeteilt. Der Reflexionsfaktor R und der Transmissionsfaktor T (Gl. 2) kann mittels der von Brekhovskikh [1] angegebenen Verfahren berechnet werden. Dieses Verfahren beruht auf der Annahme, dass für jeden Schallstrahl das Reflexionsgesetz für ebene Wellen und unendliche Platten angewandt wird. Aus diesem Grunde gilt es insbesondere für hohe Frequenzen.

Am Beispiel einer dünnwandigen Kugel (Abb. 1, Abb. 2) mit schallhartem Winkel im Inneren, soll der Strahlenverlauf erklärt werden. Der einfallende Strahl (rot) trifft auf die dünne Kugelschale und teilt sich in zwei Strahlen auf. Der transmittierte Strahl (1^T , grün) verläuft im Inneren weiter und trifft den Winkel. Der reflektierte Strahl (1^R , blau) verlässt die Struktur und trifft auf keine weiteren Oberflächen.

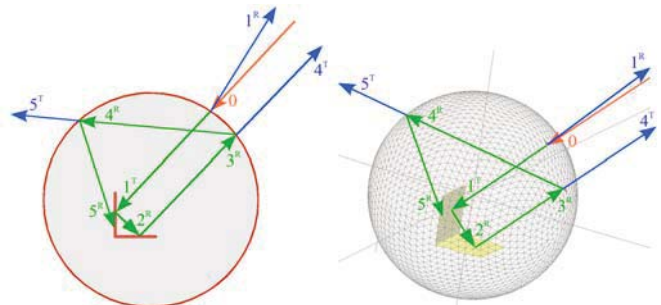


Abb. 1: 2D-Strahlverfolgung bis Level 5

Abb. 2: 3D-Strahlverfolgung bis Level 5

Das Kirchhoff-Helmholtz-Integral (Gl. 1) zur Bestimmung der akustischen Schallrückstreuung wird nun nur über die Integrationsfläche aller weglaufernden N Strahlen (Abb. 1, 2, blaue Strahlen) durchgeführt. Die einfallende ebene Welle wird gemäß Abb. 3 durch eine Anzahl gleichgroßer Strahlen beschrieben. Die Oberfläche einer Kugel wird daher nicht exakt abgebildet, sondern durch die Projektion der Strahlfläche auf die Kugel (Abb. 4) beschrieben.

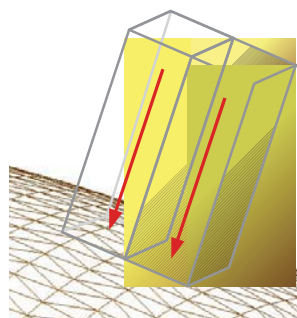


Abb. 3: Strahl mit zugehöriger Fläche

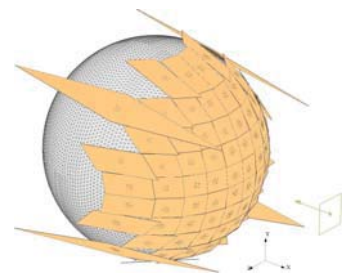


Abb. 4: Oberfläche bei fester Strahlgröße

Daher kann das Objekt in Abhängigkeit der Strahlgröße besser oder schlechter nachgebildet werden. Die Integrationsfläche F_k eines austretenden Strahls für das Kirchhoff-Helmholtz-Integral kann dessen projizierten Strahlfläche (Abb. 4) entnommen werden.

Somit ergibt sich:

$$p_{sca} = \sum_{k=1}^N C_k \int_{F_k} \left[g \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial g}{\partial n} \right] d\Gamma_k \quad (3)$$

Die Integrale (Gl. 3) können analytisch unabhängig von der Strahlgröße durchgeführt werden. Der Vorfaktor C_k wird mit Hilfe der Reflexions- und Transmissionsfaktoren (2) bestimmt.

Strahlverfolgung

Um die Strahlverfolgung durchführen zu können, muss das Oberflächenelement, welches vom Strahl getroffen wird, bestimmt werden. Dieses kann bei komplexen Strukturen mit vielen Elementen sehr aufwändig werden. Aus diesem Grunde werden die Elemente des Objekts in Boxen, die von Kugeln umfasst werden, abgelegt.

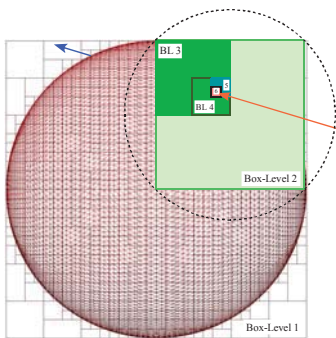


Abb. 5: Box-Struktur

Level	Elemente	Boxen
1	1.000.000	1
2	125.000	8
3	15.625	64
4	1.953	512
5	244	4.096
6	30	32.768
7	4	262.144

Tab. 1: Element/Box Beziehung

Hierbei wird jede Box (Abb. 5) rekursiv unterteilt in acht Unterboxen. Um festzustellen welches Element vom Strahl getroffen wird, wird zunächst überprüft, ob die Box-Level1 umfassende Kugel getroffen wird. Bei einem Treffer werden nun alle Box-Level 2 umfassenden Kugeln auf Treffer geprüft. Dieses wird rekursiv bis zum höchsten Box-Level fortgesetzt. Tab. 1 zeigt die Anzahl an Elementen, die sich in einer Box befinden, abhängig vom Level an. In der Level7 Box befinden sich z.B. nur noch vier Elemente, die dann einzeln auf Treffer geprüft werden. Auf diese Weise kann das getroffene Element also mit wenig Vergleichen gefunden werden.

Beispiel

Als Beispiel für die akustische Schallrückstreuung wird ein schallharter Kegel (Abb. 6) mit Öffnungswinkel 90° verwendet.

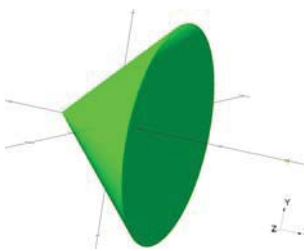


Abb. 6: Kegel

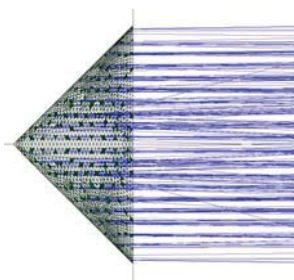


Abb. 7: Kegel mit Strahlen

Dieser Kegel wird durch eine ebene Welle in die Kegelspitze (Abb. 7) beschallt. Der rückgestreute Schalldruck wird nun zum einen mit der FEM-Methode zum anderen mit der BEAM-Methode im Fernfeld ermittelt. Hierbei wird der Auswertepunkt im Fernfeld winkelabhängig dargestellt. Bei einem Winkel von 0° befindet sich der Auswertepunkt in Richtung des Schalleinfalls also auf der positiven x-Achse (Abb. 6), bei einem Winkel von 180° auf der negativen x-Achse.

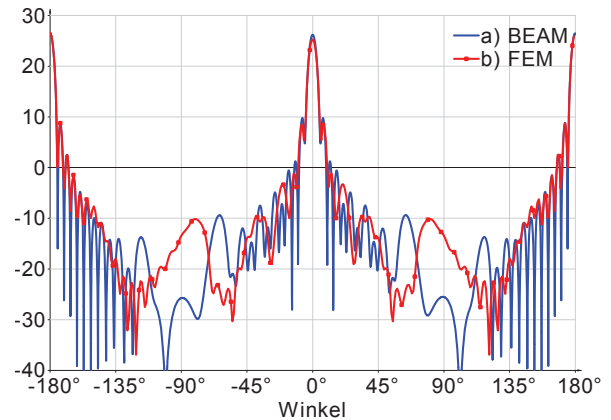


Abb. 8: Kegel, normierter Schalldruck [dB]

Der Schalldruck im Fernfeld des Kegels wird bei 10 kHz ermittelt und normiert auf den einfallenden Schalldruck in dB dargestellt. Abb. 8 zeigt eine gute Übereinstimmung der Lösungen insbesondere bei den hohen Werten. Zusätzlich wird ein Frequenzsweep (Abb. 9) für einen Auswertepunkt bei 0° betrachtet.

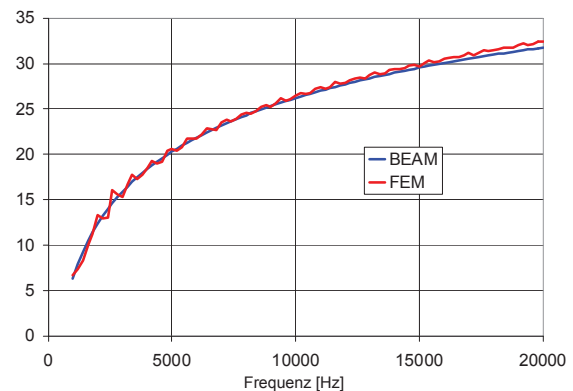


Abb. 9: Kegel (Frequenzsweep)

Auch in diesem Fall stimmen die ermittelten Werte für den normierten Schalldruck der beiden Lösungen gut überein.

Weitere Beispiele und die Umsetzung in ein bestehendes Programm wird in BEAM Teil II [2] beschrieben.

Literatur

- [1] Brekhovskikh, L.M.: Waves in Layered Media, Academic Press, N.Y. 1960
- [2] R. Burgschweiger, I. Schäfer, M. Ochmann, B. Nolte: „BEAM Teil II: Implementierung und Ergebnisse“, DAGA 2014, Oldenburg, Deutschland

Weitere Informationen siehe:

<http://projekt.beuth-hochschule.de/ca>