

## Schallabstrahlung mit der Energie-Finite-Elemente Methode

Dipl.-Math. Marius Karger<sup>1</sup>, Prof. Otto von Estorff<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Novicos GmbH, Kasernenstraße 12, 21073 Hamburg, karger@novicos.de

<sup>2</sup> Institut für Modellierung und Berechnung TU Hamburg-Harburg

### Einleitung

Eine Alternative zu herkömmlichen Berechnungsverfahren für die Schallabstrahlung großer Strukturen ist die Energie-Finite-Elemente Methode (EFEM). In diesem Beitrag wird die EFEM bezüglich der Anwendbarkeit auf komplexe, in der Schifffahrt übliche Geometrien untersucht. Hierbei liegt der Fokus auf der Validierung der Schallabstrahlung.

### Energie-Finite-Elemente Methode

Die Energie-Finite-Elemente Methode basiert auf der stationären Energieerhaltungsgleichung (1). Die Energievariable wird mithilfe von Leistungsdichten ausgedrückt.

$$\int_{\Omega} \pi_{in} d\Omega = \int_{\Omega} \pi_{diss} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \nabla \cdot \vec{q} d\partial\Omega \quad (1)$$

Für alle Testvolumina  $\Omega \subseteq R^3$  beschreibt die Gleichung (1) eine Leistungsbilanz. Die Eingangsleistung  $\int_{\Omega} \pi_{in} d\Omega$  ergibt sich aus der Summe aus dissipativer Leistung  $\int_{\Omega} \pi_{diss} d\Omega$  und dem Leistungsfluss über den Rand des Testvolumens  $\int_{\partial\Omega} \nabla \cdot \vec{q} d\partial\Omega$ . Folgende Annahmen sind für den Energie-Finite-Elemente Ansatz von Bedeutung:

- Umformung der Verschiebungen, Drücke und Schnellen in zeitlich und räumlich gemittelte Energiedichten  $e_{Platte}, e_{Fluid}$ ,
- Approximation durch ebene Wellenfunktionen,
- geringe Dämpfung  $\eta$ ,
- Äquivalenz der zeitlich und räumlich gemittelten kinetischen und potentiellen Energie  $E_{Kin} = E_{Pot}$ .

Unter diesen Annahmen wird die Energieerhaltungsgleichung in differentieller Form (2) in die EFEM-Basisgleichung (3) transformiert, welche äquivalent zur stationären Wärmeleitungsgleichung ist [1, 2], wobei  $c_{WellenTyp}$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit und  $\omega = 2\pi f$  die Frequenz beschreiben.

$$\pi_{in} = \pi_{diss} + \nabla \cdot \vec{q} \quad (2)$$

$$\pi_{in} = -\frac{c_{WellenTyp}^2}{\eta\omega} \Delta e + \omega\eta e \quad (3)$$

Bei der Berechnung der Energieverteilung komplexer Strukturen wird die Geometrie aufgrund geometrischer Eigenschaften in Subsysteme unterteilt. Diese Subsysteme werden mittels der EFEM-Basisgleichung beschrieben

(3) und der Energiefluss zwischen den Subsystemen mittels Transmissionskoeffizienten<sup>1</sup>  $\tau_{inc,trans} = \frac{Q_{inc}}{Q_{trans}}$  erfasst. Fluidkavitäten werden ebenfalls durch Transmissionskoeffizienten mit der Struktur gekoppelt [1, 3].

Der Finite-Element Ansatz wird auf die EFEM-Basisgleichung (3) für separate Subsysteme angewendet, wobei die Kopplung der einzelnen Subsysteme in den Energieflusstern  $Q$  integriert wird. Die Finite-Element Methode angewendet auf die schwache Formulierung der modifizierten Energieerhaltungsgleichung (4) mit der Testfunktion  $\phi \in C_0^\infty(\Omega)$  wird als Energie-Finite-Elemente Methode bezeichnet.

$$\underbrace{\int_{\Omega} \pi_{in} \phi d\Omega}_{F} = \dots$$

$$\dots = \underbrace{\int_{\Omega} -\frac{c^2}{\omega\eta} \langle \nabla e, \nabla \phi \rangle + \omega\eta e \phi d\Omega}_{K \cdot e} - \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{q}_n \phi d\Omega}_{Q \cdot e} \quad (4)$$

### Experimentelle Validierung

Der EFEM-Algorithmus wird hinsichtlich der Schallabstrahlung für leichte und schwere Fluide an zwei Testmodellen validiert. Das erste Modell betrachtet die Schallabstrahlung eines Motorfundamentes in Luft und das zweite Modell die einer in Wasser getauchten Stahlsektion.

### Motorfundament

Das Motorfundament besteht aus zusammengeschweißten Aluminiumplatten mit Dicken von 3mm bis 12mm. Am Anregungspunkt (Abbildung 1, links) wird mit einem Shaker eine Rauschanregung in die Struktur eingeleitet. Für die EFEM-Berechnung kann die Eingangsleistung mithilfe der Kraft  $\vec{F}$  und Schnelle  $\vec{v}$  an diesem Punkt bestimmt werden  $\pi_{in} = \frac{1}{2} \Re(\vec{F} \cdot \vec{v}^*)^2$ . An fünf Messpunkten in 10cm und 30cm Wandabstand (MP 1-5) sind mit einer Microflow-Sonde Druck und Schnelle im Fluid gemessen worden. In Abbildung 1 (rechts) ist das gesamte EFEM-Modell inklusive der mit luftgefüllten Fluidkavitäten abgebildet. Das Fluid wurde nur an den äußeren Seitenwänden modelliert und ist an den Rändern mit einer Freifeldrandbedingung versehen. Der Abstrahlgrad dieser Struktur wurde aufgrund des hohen Frequenzbereichs der Simulation [1,10] kHz konstant

<sup>1</sup>inc: Einfallender Wellentyp, trans: Transmittierter Wellentyp,  $Q_{inc}$ : Energiefluss in die Koppelstelle,  $Q_{inc}$ : Energiefluss aus der Koppelstelle

<sup>2</sup>\*: Komplex konjugiert

$\sigma = 1$  gesetzt, da ein Großteil des Berechnungsintervalls sich oberhalb der Koinzidenzfrequenzen der einzelnen Platten des Motorfundamentes befindet.

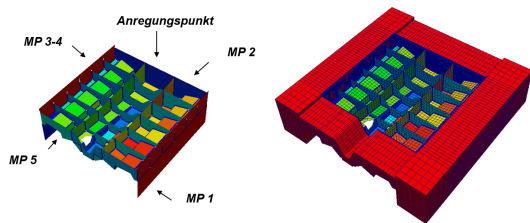


Abbildung 1: Motorfundament - Modellaufbau

Die mit der EFEM berechnete Energiedichte ist eine über eine Wellenlänge und eine Periode gemittelte Größe. Für den Vergleich zwischen Messungen und Simulation wurden alle Messpunkte im Fluid gemittelt und mit der mittleren Energiedichte verglichen. Der Vergleich zwischen Messungen und Simulation ist in Abbildung 2 dargestellt.

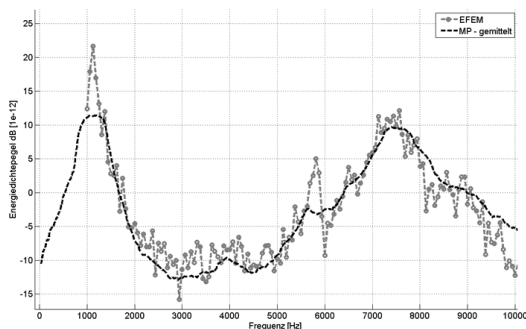


Abbildung 2: Abgleich der Energiedichtepegel

Die Messergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen. Im unteren Bereich des Frequenzintervalls, nahe der Koinzidenzfrequenzen der einzelnen Platten, ist eine Unterschätzung der Energiedichte zu vermuten, da der Abstrahlgrad in diesem Bereich zu gering geschätzt wurde. Dieses zeigt sich allerdings nicht in den Berechnungsergebnissen. Im Bereich um 5800 Hz zeigen sich zwei unerklärliche Ausreißer. Zusammenfassend liefert die Energie-Finite-Elemente Methode für diese detaillierte Struktur aussagekräftige Berechnungsergebnisse.

### Getauchte Stahlsektion

Die Stahlsektion ist eine schiffstypische Struktur mit gekrümmten Außenflächen. An drei Anregungspunkten wird mit einem Shaker eine Rauschanregung in die Struktur eingeleitet und die Abstrahlung in normaler Richtung der angeregten Seitenwand bis in eine Entfernung von 6m simuliert. Für die EFEM-Berechnung kann die Eingangsleistung mithilfe der Kraft  $\vec{F}$  und Schnelle  $\vec{v}$  an diesem Punkt bestimmt werden  $\pi_{in} = \frac{1}{2} \Re(\vec{F} \cdot \vec{v}^*)$ . In 6m Entfernung sind 10 Hydrophone positioniert. In Abbildung 3 ist das EFEM-Modell der Stahlsektion gezeigt.

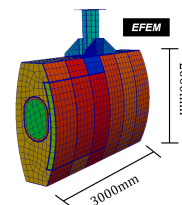


Abbildung 3: Stahlsektion - Modellaufbau

Das Fluid wurde nur an den äußeren Seitenwänden und unterhalb der Minisektion modelliert und an den Rändern mit einer Freifeldrandbedingung versehen. Der Abstrahlgrad dieser Struktur wurde bis 1kHz mit kommerziellen Berechnungsprogrammen berechnet und linear fortgesetzt. Der Frequenzbereich der Simulation liegt bei 1-16kHz.

Für den Vergleich zwischen Messungen und Simulation wurden die Messdaten der Hydrophone gemittelt und mit der Energiedichte im Fluid verglichen. Der Vergleich zwischen Messungen und Simulation ist in Abbildung 4 dargestellt.

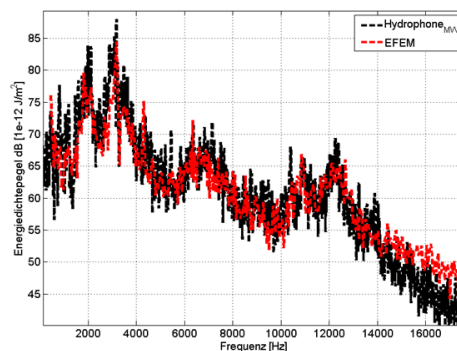


Abbildung 4: Vergleich der Energiedichtepegel

Die Messergebnisse zeigen bis 14kHz eine sehr gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen.

### Zusammenfassung

Die EFEM liefert für leichte und schwere Fluide valide Ergebnisse. Die Ergebnisqualität wird stark von den Parametern der Eingangsleistung und dem Abstrahlgrad beeinflusst. Diese müssen in vielen Fällen im vorhinein geschätzt werden.

### Literatur

- [1] Moens, I.: On the use and the validity of the energy finite element method for high frequency vibrations. K. U. Leuven (2001)
- [2] Cho, P. E.-H.: Energy flow analysis of coupled structures. Purdue University (1993)
- [3] Bitsie, F.: The Structural-Acoustic Energy Finite Element Method and Energy Boundary Element Method. Purdue University (1996)