

Planung und Durchführung einer Sensitivitätsanalyse am Kundtschen Rohr

Antje Grebel, Steffen Ochs, Joachim Bös, Tobias Melz

TU Darmstadt, Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM,
64289 Darmstadt, E-Mail: grebel@szm.tu-darmstadt.de

Einführung

Der Absorptionsgrad eines Schallabsorbers kann in einem Impedanzrohr frequenzabhängig bestimmt werden. Trotz des einfachen Aufbaus besitzt das Kundtsche Rohr bei der Absorptionsmessung große Unsicherheiten. Die meisten davon sind weniger relevant und durch die existierenden deutschen und internationalen Normen (z.B. [1]) gut beherrschbar. Ein weiteres Problem hingegen stellt die Vergleichbarkeit verschiedener Messungen dar [2]. Dieses Problem wird umso offensichtlicher, da sich bei der Montage des schallabsorbierenden Materials im Kundtschen Rohr verschiedene Einbaumöglichkeiten anbieten, die aus theoretischen Überlegungen heraus eigentlich alle zu den gleichen Messergebnissen führen sollten. Da der schallharte Abschluss des Rohres ein beweglicher Stempel ist, kann dieser

- entweder vor dem Einsetzen der Materialprobe auf die entsprechende Materialdicke und damit Messposition eingestellt werden
- oder erst weit zurückgezogen und zusammen mit der Materialprobe auf die Messposition verfahren werden.

Diese beiden Einbaumöglichkeiten führen zu großen Unterschieden bei den gemessenen Absorptionsgraden und sind bisher nicht mit den aus der Literatur bekannten Einflussfaktoren erklärbar.

Statistische Versuchsplanung

Bei der statistischen Versuchsplanung können anhand experimenteller Untersuchungen die funktionalen Beziehungen zwischen der Variabilität in den Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems gefunden werden. Der Vorteil ist dabei, dass die Versuchsdurchführung an vorhandene Ressourcen und den gewünschten Informationsinhalt (z.B. one-factor-at-a-time-(OFAT) Analyse) angepasst werden kann. Die Ergebnisse aus experimentellen OFAT-Tests wurden auf der AIA-DAGA 2013 in Meran [3] vorgestellt. Anschließend wurde eine Sensitivitätsanalyse auf Basis eines vollfaktoriellen Versuchsplanes mit 432 Versuchen durchgeführt.

Festlegung der Zielgröße

Die Zielgröße stellt hier der Absorptionsgrad dar. Für die statistische Auswertung muss es sich hierbei um einen Einzahlwert handeln, weshalb der Flächeninhalt unter dem Absorptionsgrad ($A_{v. \text{ oben/ unten montiert}}$) gebildet wird. Dies bietet jedoch keine Möglichkeit, Rückschlüsse auf Bereiche großer Abweichungen zu ziehen, weshalb hier auch auf die Möglichkeit hingewiesen werden soll, die Fläche unter dem Absorptionsgradverlauf in Teilflächen zu untergliedern und diese einzeln auszuwerten.

Faktoren und Faktorstufen

Bei der statistischen Versuchsplanung werden Versuchspläne erstellt, innerhalb derer mehrere Faktoren auf einmal verändert werden. Als Faktor wird hierbei ein Eingangspa-

rameter des zu untersuchenden Systems bezeichnet. Rechenmethoden wie die Varianzanalyse (engl.: *analysis of variance*, ANOVA) bieten dann eine Möglichkeit, den Einfluss einzelner Faktoren auf die Zielgröße y sowie Wechselwirkungen zwischen den Faktoren zu ermitteln.

Durch vorangegangene Untersuchungen [3] wurde die Montagerichtung als interessanter Faktor bereits bestätigt. Ferner sollten die Probengröße und der Probenzuschnitt als Faktor betrachtet werden. Für den Faktor Probengröße wurden zwei Faktorstufen (Durchmesser 90 mm und 91 mm) verwendet. Da der Probenzuschnitt relativ große Abweichungen der Proben untereinander vermuten ließ, wurden von jeder Probengröße drei Prüflinge zugeschnitten. Weiterhin sollte der Einfluss der Oberflächenbehandlung untersucht werden, weshalb drei verschiedene Schaumstoffe ausgewählt wurden. Da diese sich jedoch stark in ihrem Absorptionsverhalten unterscheiden, käme es zu verfälschten Ergebnissen, wenn sie als Faktor betrachtet würden. Deshalb wurden die Versuchspläne getrennt voneinander durchgeführt und ausgewertet. Danach kann über eine Abschätzung der Stärke der Effekte trotzdem ein Vergleich gezogen werden. Ein Schaumstoffmaterial X war offenporig, wies keine Beschichtungen auf und bestand ausschließlich aus der Skelettstruktur. Im Gegensatz dazu bestanden die beiden anderen Materialien nicht nur aus der Skelettstruktur, sondern hatten außerdem vereinzelt Zellwände. Schaumstoff Y hatte eine Oberflächenbeschichtung, Schaumstoff Z zusätzlich eine Klebefolie auf der Unterseite.

Varianzanalyse

Die Varianzanalyse ist ein Werkzeug, zur Identifikation signifikanter Unterschiede in den Faktorstufen. Die Analyse der Daten wird hier anhand einer ANOVA-Tabelle erläutert. Sie startet mit der Betrachtung der *total sum of squares* (TSS). Diese wird als Summe über n Messungen der Zielgröße y eines Versuchsplans über die quadratischen Differenzen zum Gesamtmittelwert \bar{y} gebildet

$$TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

Die TSS kann nun aufgeteilt werden in die *sum of squares between groups* (SSB) und die *sum of squares within groups* (SSW). SSB ist dabei der Anteil der jeweiligen Faktoreffekte auf die Gesamtvariabilität. SSW ist der Anteil, der nicht durch die Faktorunterschiede erklärt werden kann und in Auswertungsprogrammen als *error* bezeichnet wird. Er berechnet sich mit $TSS = SSB + SSW$.

In der dritten Spalte (Tabelle 1) finden sich die Freiheitsgrade (engl.: *degrees of freedom*, DF). Sie berechnen sich wie folgt:

- ein Faktor mit n_s Stufen verfügt über $n_s - 1$ Freiheitsgrade
- ein Versuchsplan mit n_m Messungen verfügt über $n_m - 1$ Freiheitsgrade

Die Differenz zwischen der Gesamtzahl der Freiheitsgrade und der durch das Modell benutzten wird dem Fehler (*error*) zugeschlagen.

Die *mean squares* (MS) setzen den Beitrag eines einzelnen Faktors in Relation zur Anzahl der Freiheitsgrade, die für diesen Beitrag benötigt werden. Wenn zwei Faktoren also den gleichen Effekt erzeugen, dafür aber unterschiedlich viele Stufen, also Freiheitsgrade, benötigen, wird es im MS-Wert deutlich.

Der *F*-Wert setzt die Unterschiede zwischen zwei Faktorstufen in Relation zur Streuung der Versuche (SSW, *error*). Dies geschieht durch das Verhältnis der *mean squares*. Je größer ein *F*-Wert ist, desto stärker unterscheidet er sich also vom unerklärbaren Teil der Streuung und umso signifikanter ist der zu Grunde gelegte Effekt. *F* berechnet sich durch

$$F = \frac{MS(\text{Faktor})}{MS(\text{Error})}$$

Der *p*-Wert gibt die Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art an. Ist *p* größer als das gewählte Signifikanzniveau, wird die Nullhypothese (Faktor hat keinen Einfluss) nicht verworfen. Es wurde also kein Einfluss auf die Messgröße gefunden. Ist der *p*-Wert kleiner als das Signifikanzniveau, wird die Alternativhypothese (Faktor hat einen Einfluss) angenommen.

Ergebnisse

Die Ergebnisse der ANOVA für Schaumstoff X finden sich in Tabelle 1. Anhand der *p*- und *F*-Werte kann nun entschieden werden, welche Effekte signifikant sind. Die Haupteffekte aller Schaumstoffe sind in Tabelle 2 aufgeführt. Das Signifikanzniveau betrug $\alpha = 0,01$.

Tabelle 1: ANOVA des Vollfaktorplans zu Schaumstoff X

Faktor	SSB	DF	Mean Sq.	F-Wert	p-Wert
A - Einbauart	1073,9	1	1073,9	162	0
B - Probengröße	41527	1	41527	6264,28	0
C - Probennummer	35537,7	2	17768,9	2680,41	0
AB - Einbauart*Probengröße	42,6	1	42,6	6,43	0,01
AC - Einbauart*Probennummer	21,6	2	10,8	1,63	0,2
BC - Probengröße*Probennummer	32130,7	2	16065,4	2423,44	0
ABC -					
Einbauart*Probengröße*Probennummer	8	2	4	0,6	0,55
Error	1134,8	132	6,6		
Total	58928,4	143			

- Die Einbauart (Faktor A) hat einen Einfluss auf die Zielgröße, der Mittelwertunterschied ist jedoch klein (vgl. Tab. 2, Spalte 2, Zeile 2).
 $E_A = A_{v. \text{ oben montiert}} - A_{v. \text{ unten montiert}} = 5,46$
- Die Probengröße (Faktor B) hat die größte Signifikanz (vgl. Tab. 1, *F*-Wert), der Mittelwertunterschied zwischen den 90 mm und den 91 mm Proben beträgt
 $E_B = A_{v. \text{ oben montiert}} - A_{v. \text{ unten montiert}} = 33,96$
- Der Probenzuschnitt (Faktor C) ist ebenfalls signifikant (vgl. Tab. 1, *F*-Wert für Faktor C).
- Die Wechselwirkung zwischen der Einbauart und der Probengröße (AB) würde bei einem Signifikanzniveau

von $\alpha = 0,05$ als signifikant betrachtet werden, bei $\alpha = 0,01$ jedoch nicht mehr.

- Der Einfluss der Wechselwirkung zwischen Probengröße und Probennr. (BC) ist signifikant (vgl. Tab. 1, *F*-Wert) und zeigt auch starke Mittelwertunterschiede.
- Die Wechselwirkung ABC ist nicht signifikant.

Während der Untersuchung wurde festgestellt, dass die Faktoren B und C statistisch abhängig voneinander sind, da ihre Effekte vermutlich auf den selben physikalischen Effekten beruhen. Deutlich wird dies an der ähnlichen Dimension der Effektwerte. Hier besteht aber kein zwingender Zusammenhang, da auch die Faktorstufenbreite Einfluss auf den Effektwert hat.

Bezogen auf den Einfluss des Faktors Einbauart ist der Einfluss der Faktoren Probengröße und Probennummer bei Schaumstoff X teilweise um mehr als 600% stärker. Bei Schaumstoff Y (oben beschichtet) ist der Einfluss jedes Faktors ungefähr gleich groß. Bei Schaumstoff Z ist der Einfluss der Probengröße bezogen auf den Faktor Einbauart 370% stärker.

Tabelle 2: Haupteffekte Mittelwertunterschiede der Gesamtfläche $A_{v. \text{ oben montiert}} - A_{v. \text{ unten montiert}}$

Faktor	Effekt bei X	Effekt bei Y	Effekt bei Z
Einbauart (oben – unten)	5,46	-17,09	19,18
Probengröße (90 mm – 91 mm)	33,96	13,33	71,18
Probennr. (1–3)	31,51	21,02	18,75
(2–1)	-34,89	-16,58	-8,58
(3–2)	3,38	-4,44	-10,17

Zusammenfassung

Auf Grundlage einer statistischen Versuchsplanung wurden im Rahmen einer experimentellen Sensitivitätsanalyse drei Parameter, welche einen Einfluss auf die Messergebnisse haben, untersucht und hinsichtlich ihrer Signifikanz bewertet. Die Signifikanz des Faktors Einbauart konnte statistisch belegt werden. Der Effekt ist für verschiedene Schaumstoffe unterschiedlich stark. Hierbei fällt auf, dass beschichtete Schaumstoffe anscheinend sensibler reagieren als unbeschichtete. Es konnte aufgezeigt werden, dass auch der Probenzuschnitt einen starken Einfluss auf das Ergebnis hat, wie es auch in zahlreichen Literaturstellen bereits belegt ist.

Literaturverzeichnis

- [1] DIN EN ISO 10534-2 Akustik – Bestimmung des Schallabsorptionsgrades und der Impedanz in Impedanzrohren – Teil 2: Verfahren mit Übertragungsfunktion, 2001.
- [2] Horoshenkov et al.: Reproducibility experiments on measuring acoustical properties of rigid-frame porous media (round-robin tests), JASA 122(1), 2007
- [3] Grebel, A.: Observations on absorption measurements in impedance tubes, AIA-DAGA 2013, Meran