

Vibroakustik im Planungsprozess für Holzbauten, Teil 1: Luft- und Trittschallberechnung auf Basis der Finite Elemente Methode

Andreas Rabold¹, Stefan Kollmannsberger² und Ernst Rank²

¹ ift Rosenheim, 83026 Rosenheim, Email: rabold@ift-rosenheim.de,

² Lehrstuhl für Computation in Engineering, Technische Universität München, 80290 München

Einleitung

Verglichen mit Gebäuden in Mauerwerks- und Betonbauweise ist die Planung eines Bauobjektes in Holzbauweise eine deutlich größere Herausforderung. Die Gründe hierfür liegen unter anderem im Mangel von bewährten Konstruktionen und Planungswerkzeugen für den Schallschutz und die Gebrauchstauglichkeit. Geeignete computergestützte Planungshilfen, die eine Simulation bereits im frühen Planungsentwurf für das gesamte Bauwerk ermöglichen, könnten den Planungsaufwand drastisch reduzieren. Eine Möglichkeit der Simulation stellt die Verwendung eines Berechnungsmodells für die Luft- und Trittschalldämmung auf Basis der statistischen Energieanalyse (SEA) und der Finite Elemente Methode (FEM) dar. Während der SEA eine Energieflussbetrachtung zugrunde liegt, die in ihrer vereinfachten Form zum Prognosemodell nach DIN EN 12354 [1] führt, wird bei der FEM-basierten Berechnung eine modale Betrachtung durchgeführt. Im Gegensatz zur SEA-basierten Berechnung, die eine ausreichende Modendichte voraussetzt, ist die FEM-basierte Berechnung für Frequenzbereiche mit einer geringen Eigenmodendichte besser geeignet. Für die FEM-basierte Berechnung ist neben der Bauteilstruktur und -dämpfung auch deren Anregung und Abstrahlung durch die Luft- bzw. Trittschallquelle zu berücksichtigen. Die Anregung durch das Norm-Hammerwerk und die Berücksichtigung der Dämpfung im verwendeten FEM-basierten Modell wurde bereits in [2], [3], [4] beschrieben.

Nachfolgend wird die Verwendung von Akustik-Elementen für die vollständig gekoppelte Berechnung der Luftschallübertragung beschrieben. Die vorgestellten Ergebnisse basieren auf Zwischenergebnissen eines aktuellen Gemeinschafts-Forschungsvorhabens zwischen der TU München, der Hochschule Rosenheim und dem ift Rosenheim [5].

Methoden zur FEM-basierten Berechnung

Für die Trittschallmessung wird mit dem Norm-Hammerwerk eine lokale Körperschallquelle verwendet, die mit einer einfachen und effizient zu berechnenden schwachen Kopplung zwischen Struktur und angrenzendem Empfangsraum modellierbar ist. Die Berechnung erfolgt zunächst für die Struktur des Trennbauteils, die dann als Anregung für den Empfangsraum verwendet wird [3]. Der für die Luftschallmessung verwendete Dodekaeder erzeugt hingegen eine vollflächige Anregung des Trennbauteils, die besser durch ein vollständig gekoppeltes System darstellbar ist. Modalanalysen der Bauteiloberfläche zeigen, dass sich im Schwingungsbild des Trennbauteils neben seinen Eigenmoden auch die Luftschallwellen der Anregung

abbilden, die zu einer stärkeren Abstrahlung bei tiefen Frequenzen führen.

Gekoppeltes Eigenwertproblem

Im Frequenzbereich wird das gekoppelte System von Trennbauteil (Struktur, Index s) und Empfangsraum (Fluid, Index f) durch Gleichung (1) beschrieben.

$$\begin{bmatrix} [K]_s - \omega^2 [M]_s & -[Q]_{fs} \\ -\omega^2 \rho_f [Q]_{sf} & [K]_f - \omega^2 [M]_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\} \\ \{p\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad [\text{dB}] \quad (1)$$

Die Kompressionsmatrix $[K]_f$, die Massenmatrix $[M]_f$ und die Kopplungsmatrix $[Q]_f$ sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} [K]_f &= \int_{\Omega} \nabla \{N\}_f^T \nabla \{N\}_f d\Omega \\ [M]_f &= \frac{1}{c_0^2} \int_{\Omega} \{N\}_f^T \{N\}_f d\Omega \\ [Q]_{fs} &= \int_{\Gamma} \{N\}_s^T \{n\}_r \{N\}_f^T dS \end{aligned} \quad [\text{dB}] \quad (2)$$

Im verwendeten FEM-Programm AdhoC [7] werden hierarchisch aufgebaute Formfunktionen $\{N\}$ verwendet (p-Version der FEM). Der wesentliche Unterschied zur konventionellen FE-Methode mit nicht-hierarchischen Formfunktionen (h-Version) besteht darin, dass eine Erhöhung der Rechengenauigkeit nicht durch eine Verfeinerung des FE-Netzes, sondern durch eine Erhöhung des Polynomgrades p in den Formfunktionen erreicht wird. Der Satz der Formfunktionen höherer Polynomgrade beinhaltet die Formfunktionen niedrigerer Polynomgrade. Abbildung 1 illustriert diesen grundsätzlichen Unterschied am Beispiel eines eindimensionalen Elements.

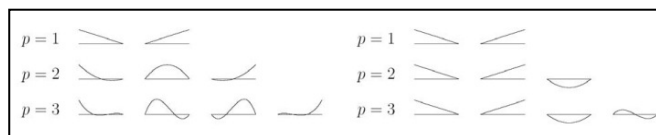


Abbildung 1: Eindimensionale Formfunktionen. Links nicht-hierarchisch (h-FEM), rechts hierarchisch (p-FEM) aufgebaut [6].

Durch den Einsatz der p-FEM für die Berechnung kann sowohl die Strukturseite, als auch die Fluid-Seite (Empfangsraum) mit relativ großen Hexaeder-Elementen modelliert werden, wodurch die Übergangsproblematik von kleinen Strukturelementen zu größeren Akustikelementen nicht auftritt. Die Wahl des Polynomgrades in Abhängigkeit der Elementabmessungen in den unterschiedlichen Richtungen erlaubt auch für die Strukturseite eine sehr effektive Berechnung, die gleichzeitig eine realitätsnahe Modellierung der Konstruktionsdetails und Anschlüsse erlaubt.

Verifizierung der Eigenwertberechnung

Zur Verifizierung der Methode werden die berechneten Eigenwerte eines Rechteckraums und einer Rechteckplatte mit ihren analytischen Lösungen nach (3) verglichen.

$$\omega_{i,j,k} = c_0 \pi \sqrt{\left(\frac{i}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{k}{L_z}\right)^2} \quad [\text{dB}] \quad (3)$$

$$\omega_{i,j} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m'}} \left[\left(\frac{i}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_y}\right)^2 \right]$$

Die Abmessungen und Materialdaten für die Berechnung können Abbildung 2 entnommen werden. Um die Verifizierung gegenüber der analytischen Lösung durchführen zu können, wurden für die Rechteckplatte zunächst die homogenen Materialparameter von Stahl gewählt.

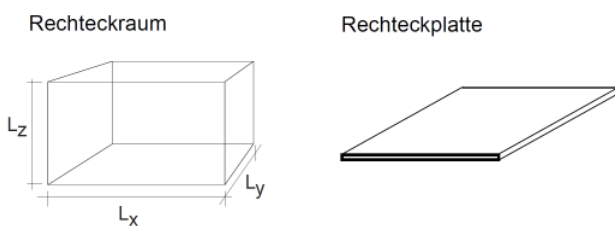


Abbildung 2: Modell zur Verifizierung der FEM-Berechnung anhand analytischer Lösungen des Rechteckraums $L_x \times L_y \times L_z = 4,0 \text{ m} \times 5,0 \text{ m} \times 3,20 \text{ m}$ (links) und einer Rechteckplatte $L_x \times L_y \times L_z = 4,0 \text{ m} \times 5,0 \text{ m} \times 0,03 \text{ m}$, $E = 210\,000 \text{ MN/m}^2$, $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ (rechts)

Die Konvergenz der FEM-Berechnung gegenüber der analytischen Lösung des Rechteckraums wird in Abbildung 3 für seine erste Eigenfrequenz gezeigt. Die p-FEM Berechnung erfolgte mit einem Element und Ansatzgraden $p = 1 \dots 10$. Bei der h-FEM Berechnung wurden die üblichen Netzverfeinerungen durchgeführt. Die p-FEM Berechnung zeigt eine deutlich bessere Konvergenz und damit einen geringeren Berechnungsaufwand.

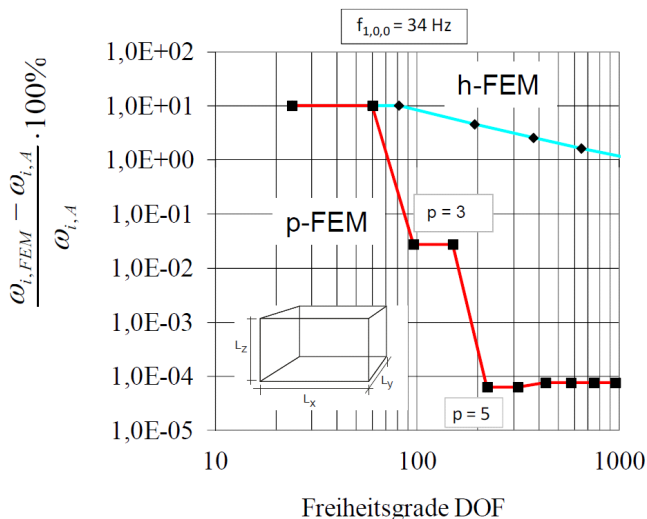


Abbildung 3: Konvergenz der ersten Eigenkreisfrequenz eines Rechteckraums gegenüber der analytischen Lösung in Abhängigkeit der Anzahl der Freiheitsgrade.

Bei der Berechnung der Rechteckplatte stand die Frage im Vordergrund welche Elemententeilung und welcher Polynomgrad sinnvoll ist, um eine ausreichende Genauigkeit der Eigenfrequenzen im interessierenden Frequenzbereich zu gewährleisten. Abbildung 4 zeigt hierzu die Differenz zwischen p-FEM Berechnung und analytischer Lösung bei einer Netzeinteilung von 6×6 Elementen.

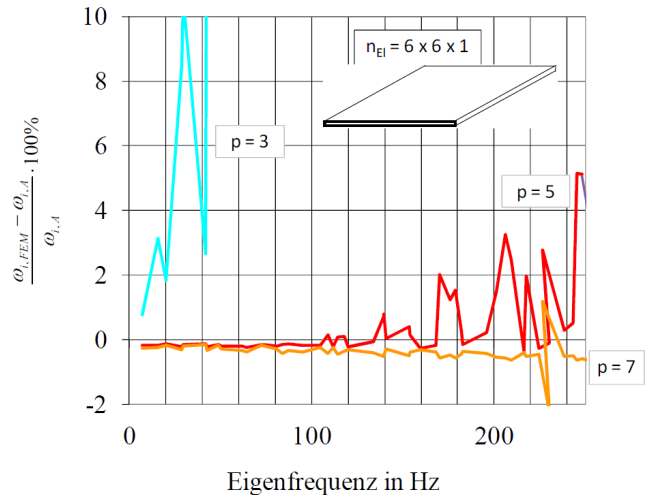


Abbildung 4: Differenz zwischen p-FEM Berechnung und analytischer Lösung für die Rechteckplatte im interessierenden Frequenzbereich.

Literatur

- [1] DIN EN 12354, Bauakustik - Berechnung der akustischen Eigenschaften von Gebäuden aus den Bauteileigenschaften - Teil 1 und Teil 2, 2000
- [2] Rabold, A., Düster, A., Berücksichtigung der Dämpfung bei der Trittschallberechnung auf Basis der Finite Elemente Methode Tagungsband DAGA 2008, 411-412
- [3] Rabold, A., Düster, A., Rank, E., FEM based prediction model for the impact sound level of floors, Conference proceedings EURONOISE 2008.
- [4] Rabold, A., Buchschmid, M., Düster, A., Müller, G., Rank, E., Modelling the excitation force of a standard tapping machine on lightweight floor structures, Journal of Building Acoustics, 17, 2010, 175-197
- [5] Wohlmuth, B., Rank, E., Kollmannsberger, S., Schanda, U., Rabold, A., Vibroakustik im Planungsprozess für Holzbauten - Modellierung, numerische Simulation, Validierung - Kooperationsprojekt, TU München, Hochschule Rosenheim, ift Rosenheim, in Bearbeitung
- [6] Düster, A.: High order FEM. In: Lecture notes, Lehrstuhl für Bauinformatik, Technische Universität München, Germany (2005)
- [7] Düster, A. ; Bröker, H. ; Heidkamp, H. ; Heißerer, U. ; Kollmannsberger, S. ; Krause, R. ; Muthler, A. ; Niggel, A. ; Nübel, V. ; Rücker, M. ; Scholz, D., AdhoC 4 – User's Guide. Lehrstuhl für Bauinformatik, Technische Universität München, 2004