

Effiziente Berechnung der Transmissionsgrade von Einwand- und Doppelwand-Systemen in der FEM

Martin Abele, Otto von Estorff

Technische Universität Hamburg-Harburg, 21073 Hamburg, Deutschland, Email: mub@tuhh.de

Einleitung

Akustischer Komfort hat in der Automobil- und in der Luftfahrt-Industrie eine große Bedeutung. Dabei spielt Lärm, der durch turbulente oder diffuse Schallfeldanregung verursacht und über die Struktur in den Innenraum transmittiert wird, vor allem mit Blick auf eine zunehmende Verwendung von Leichtbaumaterialien eine immer wichtigere Rolle.

Die Transmissionseigenschaften von Wandaufbauten im Fall von diffuser bzw. turbulenter Anregung werden für gewöhnlich durch Transmissionsgrade (TL) bzw. Lärminderungsindizes (NR) charakterisiert. Diese sind definiert als das logarithmische Verhältnis der auf den Wandaufbau auftreffenden Schalleistung P_{ein} und der auf der anderen Seite abgestrahlten Schalleistung P_{aus}

$$TL(\omega) \text{ bzw. } NR(\omega) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{ein}(\omega)}{P_{aus}(\omega)} \right).$$

Die Transmissionseigenschaften können durch Messungen bestimmt werden, was allerdings vor allem im Fall der turbulenten Anregung mit einem hohen Aufwand verbunden ist. Daher sind numerische Methoden zu deren Bestimmung von besonderem Interesse. Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit der Bestimmung von NR- und TL-Indizes mit Hilfe der FEM.

Dafür müssen verschiedene Gesichtspunkte betrachtet werden. Zuerst soll die Behandlung der stochastische Anregung (Diffusfeld bzw. Turbulente Grenzschicht) in der FEM diskutiert werden. Anschließend wird auf die Modellierung des vibro-akustischen Systems eingegangen. Schließlich soll auch die Berechnung der abgestrahlten akustischen Leistung betrachtet werden.

Behandlung der Anregung

Bei diffuser bzw. turbulenter Anregung handelt es sich um stochastische Anregungsfelder, die im Frequenzbereich durch Kreuzleistungsdichtematrizen (Eingangs-PSD-Matrix) $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$ beschrieben werden können. Diese enthalten auf der Diagonalen die Autoleistungsdichtespektren und auf den Nebendiagonaleinträgen die Kreuzleistungsdichtespektren.

Für das Diffusfeld können die Matrixeinträge mittels folgender Gleichung berechnet werden

$$S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(\omega) = S_p(\omega) \frac{\sin(k_f r_{ij})}{k_f r_{ij}}.$$

Für die turbulente Anregung existieren verschiedene Modelle. Hier wird auf das etablierte Corcos-Modell

zurückgegriffen [1]

$$S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(\omega) = S_p(\omega) e^{-\frac{\omega}{v_c} \alpha_x |r_{ijx}|} e^{-\frac{\omega}{v_c} \alpha_y |r_{ijy}|} e^{-i \frac{\omega}{v_c} r_{ijx}}.$$

Wird das FE-System mit einer stochastischen Anregung beaufschlagt, weist die Systemantwort ebenfalls stochastische Eigenschaften auf, die durch die Ausgangs-PSD-Matrix $\mathbf{S}_{yy}(\omega)$ charakterisiert werden können. Es besteht der Zusammenhang

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{H}^*(\omega) \mathbf{S}_{xx}(\omega) \mathbf{H}^T(\omega)$$

zwischen Eingang und Ausgang des Systems. Dabei ist \mathbf{H} die Matrix der Übertragungsfunktionen. Da eine direkte Berechnung von \mathbf{H} in der FEM mit einem zu hohen Aufwand verbunden ist, existieren verschiedene Methoden um eine Approximation von \mathbf{S}_{yy} mit vertretbarem numerischen Aufwand zu berechnen. In [2] wurden die konventionelle Methode, die Cholesky-Sampling Methode und die Plane-Wave-Sampling Methode ausführlich diskutiert.

Den Methoden ist gemein, dass die Eingangs-PSD-Matrix durch eine geringe Anzahl von deterministischen Lastfällen ersetzt wird. Die Systemantwort $\mathbf{S}_{yy}(\omega)$ kann durch eine Überlagerung der Systemantworten auf diese Lastfälle approximiert werden. Die Methoden unterscheiden sich in der Anzahl der notwendigen Lastfälle und im Aufwand, diese Lastfälle zu erzeugen.

Dabei hat sich die Cholesky-Sampling Methode als besonders effizient erwiesen [2].

Modellierung des Systems

Die Modellierung des FE-Systems für einen Wandaufbau führt im Allgemeinen auf ein gekoppeltes System zwischen Fluid (F) und Struktur (S)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & -\mathbf{H} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{\rho_F} \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & -\mathbf{0} \\ \mathbf{H}^T & \frac{1}{\rho_F c_F^2} \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_S \\ -\mathbf{f}_F \end{bmatrix}.$$

Dieses System muss in jedem Frequenzschritt für mehrere Ersatzlastfälle gelöst werden. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Behandlung von Dämmmaterialien. Hier wird ein äquivalenter Fluid-Ansatz verwendet, welcher das Material als Fluid mit komplexer Dichte und komplexer Schallgeschwindigkeit modelliert. Für die Berechnung dieser beiden Kenngrößen wird auf das Johnson-Champoux-Allard-Modell zurückgegriffen [3].

Bestimmung der abgestrahlten Leistung

Zur Bestimmung der abgestrahlten Leistung wird bei der Berücksichtigung des Außenraumproblems ein schwach

gekoppelter Ansatz verwendet. Dabei werden zunächst die Strukturschwingungen „in vacuo“ berechnet. Anschließend wird die abgestrahlte akustische Leistung P_{aus} mit Hilfe des Rayleigh-Integrals

$$p(x, y, z, \omega) = i\omega\rho_f \int_{-0,5L_y}^{0,5L_y} \int_{-0,5L_x}^{0,5L_x} v(x, y) \frac{e^{-ik_f r}}{2\pi r}$$

bestimmt.

Zur effizienten Lösung des Rayleighintegrals wurden verschiedene Ansätze untersucht. Eine numerische Integration mit Hilfe der Gaußquadratur ist möglich, erfordert bei steigender Frequenz allerdings auch eine steigende Integrationsordnung. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Lösung im Wellenzahlbereich [4]. Im Wellenzahlbereich kann das Rayleighintegral durch eine Multiplikation ersetzt werden. Dafür muss allerdings der Integrand mit einer Fourier-Transformation in den Wellenzahlbereich überführt und nach der Multiplikation über eine inverse Fourier-Transformation wieder zurück in den Frequenzbereich gebracht werden. Als letzte Möglichkeit wird ein Lumped-Parameter-Modell untersucht, bei welchem die abgestrahlte Leistung über eine elementweise Multiplikation berechnet wird [5].

Es hat sich gezeigt, dass die Methoden zu nahezu denselben Ergebnissen führen. Allerdings hat sich vor allem die Lösung im Wellenzahlbereich als besonders effizient erwiesen.

Beispiele

Es werden zwei Beispiele betrachtet, mit welchen die vorgestellte Vorgehensweise validiert werden soll.

Beim ersten Beispiel handelt es sich um eine turbulent überströmte Stahlplatte, die in [6] bereits eingehend untersucht wurde. Dabei wird die Autoleistungsspektraldichte der Oberflächenschnelle an einem bestimmten Punkt berechnet. In Abbildung 1 sind die Simulationsergebnisse dargestellt. Die Abweichungen sind mit denen aus [6] vergleichbar. Vor allem bei höheren Frequenzen stimmen die Simulationsergebnisse sehr gut mit den Messergebnissen überein.

Bei dem zweiten Beispiel handelt es sich um ein Doppelwandprofil, das aus zwei Aluminiumplatten, mit zwischenliegendem Dämmmaterial besteht. Die eine Platte wird durch ein Diffusfeld angeregt. Das Simulationsmodell wurde anhand von Messungen validiert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Messergebnisse über einen weiten Frequenzbereich gut mit den Simulationsergebnissen korrelieren.

Zusammenfassung

Es wurde eine Vorgehensweise zur Berechnung von Lärminderungsindizes von Wandaufbauten vorgestellt. Dabei wurden sowohl Methoden zur Behandlung der stochastischen Anregung als auch Methoden zur Berechnung der abgestrahlten Leistung untersucht und hinsichtlich der numerischen Effizienz miteinander verglichen. Es konnte gezeigt werden, dass die Simulationsergebnisse zu einer guten Übereinstimmung mit Messergebnissen führen.

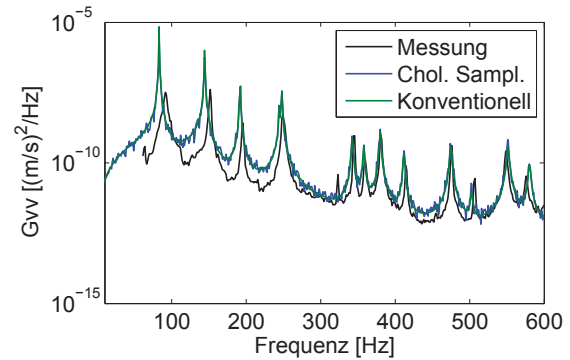


Abbildung 1: Stahlplatte unter TBL-Anregung

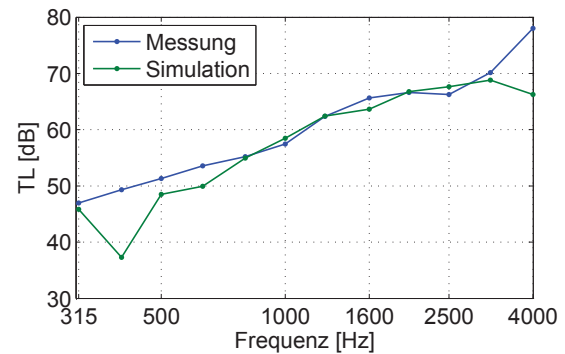


Abbildung 2: Doppelwandprofil unter Diffusfeldanregung

Literatur

- [1] Corcos, G.M.: Resolution of pressure in turbulence. In: The Journal of the Acoustical Society of America **35** (2) (1963), 192-199
- [2] Abele, M. ; von Estorff, O.: Calculation of Transmission-Loss and Noise-Reduction-Indices Using a Random Finite Element Simulation. In: AIA-DAGA 2013 Conference on Acoustics, 2013
- [3] Allard, J. ; Atalla, N.: Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials. 2. Auflage, Wiley, (2009)
- [4] Williams, Earl G. ; Maynard, J.D.: Numerical evaluation of the Rayleigh integral for planar radiators using the FFT. The Journal of the Acoustical Society of America **72** (6) (1982), 2020-2030
- [5] Fritze, D. ; Marburg, S. ; Hardtke, H.: Estimation of radiated sound power: A case study on common approximation methods. Acta Acustica United with Acustica **95** (5) (2009), 833-842
- [6] Hambric, S.A.; Hwang, Y.F.; Bonness, W.K.: Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow. Journal of Fluids and Structures **19** (1) (2004), 93-110