

Numerisches Schema zur Berechnung von Δp als akustische Quelle in hybriden CFD-CAA Simulationen

Matthias Tautz¹, Kerstin Besserer¹, Stefan Becker¹,
Andreas Hüppe², Manfred Kaltenbacher²

¹ Lehrstuhl für Prozessmaschinen und Anlagentechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg,

91058 Erlangen, Deutschland, Email: tz@ipat.uni-erlangen.de

² Institut für Mechanik und Mechatronik, TU-Wien, 1090 Wien, Österreich

Einleitung

Die Analogie von Lighthill [5][6] ist ein bewährtes Verfahren zur Berechnung der Schallausbreitung ausgehend von aeroakustischen Quellen. Dabei ist es zunächst notwendig das instationäre Strömungsfeld zu berechnen und im Anschluss daran die akustische Schallausbreitung. Würde man die ursprüngliche Formel von Lighthill dazu heranziehen, so müsste man eine instationäre Strömungssimulation beruhend auf den kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen durchführen und das Geschwindigkeits-, Druck- und Dichtefeld an den Akustiklöser für die Berechnung der akustischen Quellen weiterleiten. Um den Rechenaufwand sowie den notwendigen Datenaustausch in dem hybriden Verfahren zu verkleinern wurden daher in dieser Arbeit die inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen zunächst mit einem Finite-Volumen Löser gelöst. Weiterhin wurde eine vereinfachte Lighthill Gleichung verwendet, die lediglich das Druckfeld der Strömungslösung zur Quelltermberechnung benötigt[2]. Die Simulation der Schallausbreitung wurde mit einem Finite-Elemente Löser durchgeführt. Durch diesen hybriden Ansatz kann in der Akustiksimulation ein größeres Rechennetz als in der CFD-Simulation verwendet werden. Da das Verfahren im Bereich der Automobilklimasysteme eingesetzt werden soll, wurde ein generisches Modell eines Mannanströmers herangezogen um das Verfahren zu validieren.

Grundgleichungen

Um eine Lösung für die Strömung zu erhalten wurden die inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen herangezogen. Diese beschreiben den Massenerhalt (1) und den Impulserhalt (2). Dabei werden die Fluidgeschwindigkeit v_i , der Druck p , die Dichte ρ über partielle Differentialgleichungen zueinander in Bezug gebracht. Aufgrund der inkompressiblen Form können bei Lösung dieses Gleichungssystems keine akustischen Phänomene abgebildet werden. Zur Lösung dieser Gleichungen wurde der kommerzielle Finite-Volumen Löser Star-CCM+ eingesetzt.

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

In dem hier verwendeten hybriden Verfahren wurde im Anschluss an die CFD-Lösung eine inhomogene Wellengleichung beruhend auf der Analogie von Lighthill (3) gelöst. Diese enthält den Schwankungsdruck p' sowie den Lighthill Tensor T_{ij} . Dieser Tensor kann für kleine Mach Zahlen und inkompressible Strömungen durch Gleichung (4) angenähert werden.

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3)$$

$$T_{ij} \approx \rho v_i v_j \quad (4)$$

Durch räumliches Ableiten des Impulserhaltes (2) und Substitution des Massenerhaltes (1) kann die vereinfachte Lighthillgleichung in die Form (5) überführt werden. Dadurch wird lediglich der Laplace des hydrodynamischen Druckes zur Berechnung der akustischen Quellen benötigt.

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = -c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = -c_0^2 \Delta p \quad (5)$$

Zur Lösung dieser Gleichung wurde der an der TU-Wien entwickelte Finite-Elemente Löser CFS++[3] verwendet. Dieser löst die inhomogene Wellengleichung in der schwachen Form (6). Diese enthält die Ansatzfunktion der Finiten Elemente ω . Da die akustischen Quellen aus der Lösung eines Finite-Volumen Löser berechnet werden sollen, wird für deren Berechnung das im folgenden Kapitel erläuterte Finite-Volumen Verfahren verwendet. Die damit berechneten Quellen werden in Form punktueller Quellen auf das Finite Elemente Netz interpoliert.

$$\int_{\Omega} \omega \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} d\Omega + \int_{\Omega} c_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \frac{\partial p'}{\partial x_i} d\Omega - \int_{\Gamma} \omega \frac{\partial p'}{\partial n} d\Gamma = -c_0^2 \omega \int \Delta p dV \quad (6)$$

Berechnung von $\int \Delta p dV$

Der Strömungsdruck p ist zunächst in den Zellzentren sowie auf den Randfaces des CFD-Netzes gegeben. Dieses

Netz kann im Fall von Star-CCM+ aus beliebig geformten Polyedern bestehen. Um ein kompaktes Gauss Schema zu erhalten wird im ersten Schritt das Duale Netz des CFD-Netzes erstellt. Dazu wird der in Abbildung 1 dargestellte hierarchische Zusammenhang zwischen den Zellen bzw. 3-D Elementen des CFD Netzes und den Elementen niedrigerer Dimension invertiert.

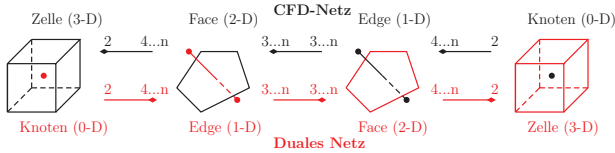


Abbildung 1: Hierarchie der Netzelemente von CFD-Netz (schwarz) und dessen dualem Netz (rot)

Dieses duale Netz enthält pro CFD Zelle einen Knoten und pro CFD Knoten eine Zelle. Dadurch sind die Drücke p auf den Knoten des Dualen Netzes gegeben. Nun wird die erste räumliche Ableitung des Druckes für jede duale Zelle mit der Gauss Formel (7) approximiert. Die Drücke p_f auf den einzelnen Faces der dualen Zelle werden durch die gegebenen Werte auf den Knoten approximiert. V ist das Volumen der dualen Zelle und a_{fi} der Flächennormalenvektor des Faces f .

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{1}{V} \sum_f p_f a_{fi} \quad (7)$$

Im Anschluss wird das Integral $\int \Delta p dV$ auf dem ursprünglichen CFD-Netz mit Gleichung (8) ausgewertet. Die erste Ableitung $\partial p / \partial x_i$ wurde für jede dualen Zellen berechnet und werden entsprechend Abbildung 1 nun den Knoten des CFD-Netzes zugeordnet. Die Approximation der Werte auf den Faces geschieht auch hier über die gegebenen Werte auf den Knoten. Da das Integral über Δp gesucht ist, wird auf die Division durch das Zellvolumen verzichtet. Die Quellterme sind somit für jede CFD-Zelle gegeben und werden durch Multiplikation mit $-c_0^2 \omega$ auf das Finite Elemente Gitter konservativ interpoliert. Die Quellpunkte werden dabei in den Zellzentren der CFD-Zellen lokalisiert.

$$\int \Delta p dV = \int \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} dV = \sum_f \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} \right)_f a_{fi} \quad (8)$$

Randbehandlung

Besondere Aufmerksamkeit muss bei diesem Verfahren der Behandlung des Simulationsrandes gewidmet werden. Hier gilt für den Strömungsdruck an festen Wänden die Neumann Randbedingung (9). Der Strömungslöser Star-CCM+ berücksichtigt diese Bedingung indem er die Druckwerte an Wandfaces p_{iF} gleich den Druckwerten der dazugehörigen Wandzellen p_i setzt.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (9)$$

Ist das CFD-Netz an der Wand vollkommen orthogonal. So erhält man mit dem genannten Schema die Neumann Randbedingung wie erwartet auf den Randknoten des CFD-Netzes. Sind an der Wand jedoch verzerrte Zellen vorhanden, so wird die Randbedingung in genanntem Ableitungsschema nicht mehr zwingend abgebildet (siehe Abbildung 2).

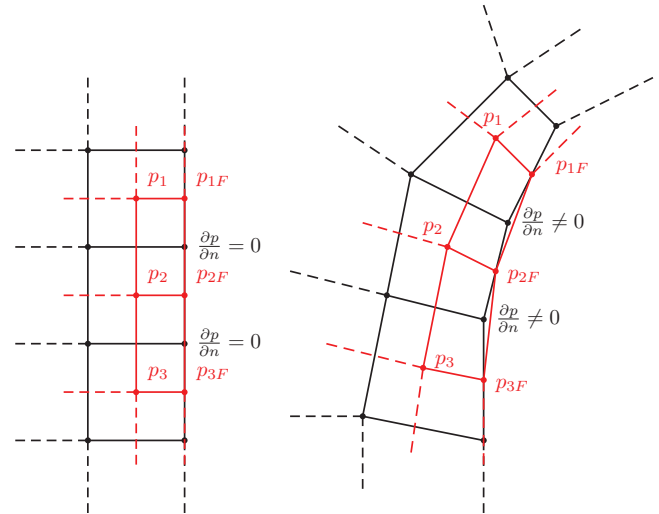


Abbildung 2: Orthogonales Netz an der Wand (links), verzerrtes Netz an der Wand (rechts)

Dieses Verhalten kann zur Ausbildung nicht physikalischer Monopolquellen an den festen Wänden führen. Um dies zu unterbinden wird die Neumann Randbedingung bei der Auswertung der zweiten Ableitung explizit eingefügt. Dazu wird Gleichung (8) zu Gleichung (10) umgeformt. Es werden somit bei der Summation die an der Wand gelegenen Faces ausgelassen.

$$\int \Delta p dV = \int \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} dV = \sum_{f \setminus Wand} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} \right)_f a_{fi} \quad (10)$$

An den Ein- und Auslassrändern gilt die Randbedingung (9) nicht. Mathematisch ist dies sinnvoll, da die Ein- und Auslässe Impulsquellen bzw. -senken darstellen und somit nach der Analogie von Lighthill equivalent zu Monopolquellen sind. Im Vergleich dazu sind unter realen Versuchsbedingungen hier jedoch keine Impulsquellen vorhanden. Die Impulsquellen in der Simulation werden nur eingeführt, da das Simulationsgebiet begrenzt sein muss. Aus diesem Grund wird Gleichung (10) weiter zu Gleichung (11) umgeformt. Alle an den Rändern des Simulationsgebietes gelegenen Faces werden somit bei der Approximation von $\int \Delta p dV$ ausgelassen. Somit erhält man aufgrund der Verwendung eines konservativen Gauss Ableitungsschemas ein Quellfeld, das ausschließlich aus Quellen mit Dipol- bzw. Multipolcharakter besteht.

$$\int \Delta p dV = \int \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} dV = \sum_{f \setminus \text{Rand}} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} \right)_f a_{fi} \quad (11)$$

Generischer Ausströmer

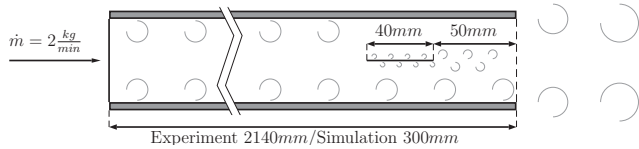


Abbildung 3: Generischer Ausströmer

Es wurde ein generischer Ausströmer konstruiert (siehe Abbildung 3), dessen Ausmaße denen realer Mannanströmer in Automobilen entsprechen. Der Ausströmer besteht aus einem Kanal mit einem quadratischen Querschnitt von 50mm und wird durchströmt von einem Luftmassenstrom von $2\text{kg}/\text{min}$. 50mm vor dem Auslass befindet sich eine 1mm Dicke und 40mm lange Platte. Zur Validierung der Simulationsergebnisse wurden Messungen in einem Akustikraum durchgeführt. Der gesamte Kanal wurde hier mit einer Länge von 2140mm ausgeführt, damit sich vor der Platte eine voll entwickelte turbulente Kanalströmung ausbilden kann. Für die Vergleiche mit der Simulation wurden 6 Drucksensoren wandbündig im Kanal angebracht (siehe Abbildung 4). Weiterin wurden 8 Mikrofone im Fernfeld positioniert um die Schallabstrahlung zu erfassen (siehe Abbildung 5). Sie wurden zylindrisch mit einem Radius von 500mm um die Zentralachse des Ausströmers herum angeordnet, um den Einfluss hydrodynamischer Druckschwankungen durch den sich ausbildenden Freistrahel zu minimieren.

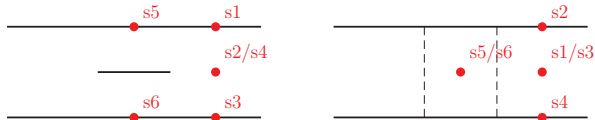


Abbildung 4: Positionen der Wanddrucksensoren

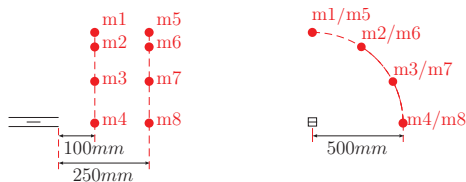


Abbildung 5: Mikrofonpositionen

Simulation

Für die Simulation wurde eine Kanallänge von 300mm gewählt. Um trotzdem eine voll entwickelte turbulente Kanalströmung vor der Platte zu erhalten, wurde simultan die Strömung in einem separaten Kanalstück der Länge 300mm simuliert. Bei diesem Kanalstück wurden die Strömungsgeschwindigkeiten an Ein- und Auslass

über ein Fully-Developed Interface[1] miteinander gekoppelt. Dadurch wurde ein theoretisch unendlich langes Kanalstück realisiert. Aus dieser separaten Simulation wurde in jedem Zeitschritt ein Geschwindigkeitsprofil entnommen und als Einlassrandbedingung in die Simulation des Ausströmers eingefügt. Für die Strömungssimulation wurde das LES-WALE Turbulenzmodell und eine Zeitschrittweite von 10^{-5}s gewählt. Es wurde ein Trimmed Mesh mit ca. 15 Mio. Zellen erstellt. Für die Auswertung der Akustik wurden 12000 Zeitschritte herangezogen. Das Akustiknetz enthielt 1,1 Mio. Knoten und bestand aus Hexaederzellen. An Ein- und Auslass wurden PML Zellen angebracht um Reflektionen zu vermeiden.

Ergebnisse

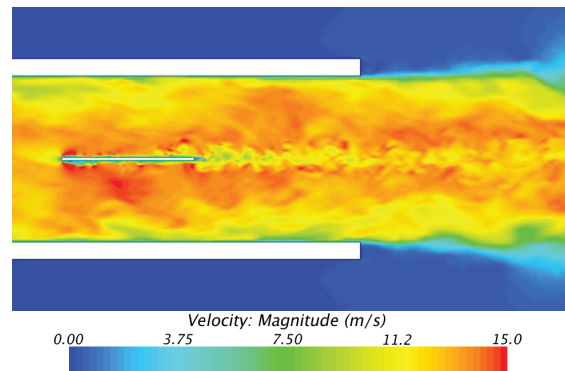


Abbildung 6: Geschwindigkeitsfeld zu einem Zeitschritt

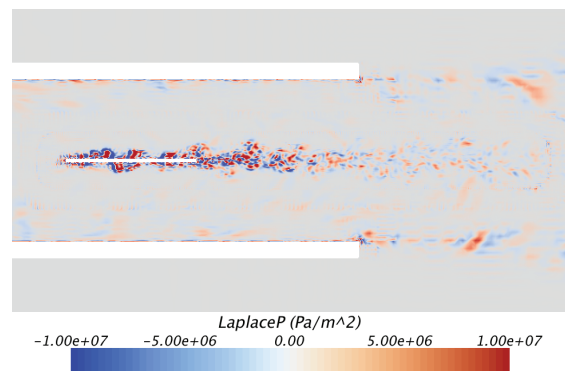


Abbildung 7: Δp -Feld zu einem Zeitschritt

Abbildung 6 gibt einen Eindruck vom simulierten Strömungsfeld im Bereich des Ausströmers. Dieses ist gekennzeichnet von der turbulenten Zuströmung, Wirbelbildung auf der Ober- und Unterseite der Platte sowie die Ausbildung der Karmanschen Wirbelstraße in deren Nachlauf. Weiterhin treten Turbulenzen im Freistrahel des Ausströmers auf. In Abbildung 7 ist Δp zu einem Zeitschritt dargestellt und gibt somit einen Eindruck von der Verteilung der akustischen Quellen. Hier fällt die Karmansche Wirbelstraße als dominante Quelle auf.

Die Abbildungen 8 und 9 zeigen Schallleistungsdichtespektren von Messung und Simulation an 2 Wanddrucksensoren. Das Schwankungsniveau von Messung und Simulation stimmt hier bis zu einer Frequenz von ca. 3000Hz sehr gut überein. Bei höheren Frequenzen wird

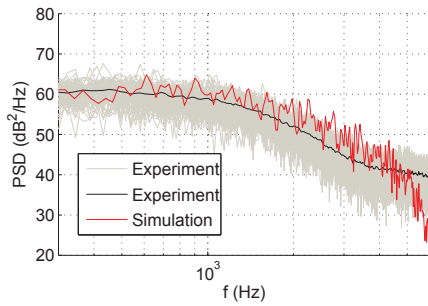


Abbildung 8: Schalleistungsdichtespektrum Drucksensor s2

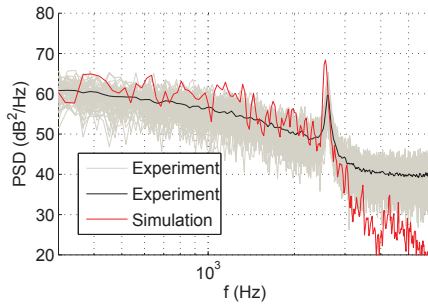


Abbildung 9: Schalleistungsdichtespektrum Drucksensor s5

das Rauschniveau der Wanddrucksensoren in der Messung dominant. Daher kann in diesem Frequenzbereich keine Aussage über die Güte der Simulation getroffen werden. Weiterhin ist zu beachten, dass die Formulierung von Lighthill neben dem akustischen Druck auch den hydrodynamischen Schwankungsdruck in p' enthält. Beide Schwankungsgrößen werden somit in Simulation und Messung sichtbar. Der Wanddrucksensor s5 zeigt im Gegensatz zum Sensor s2 einen Peak in Messung und Simulation bei ca. 2600 Hz . Dieser konnte mit Hilfe eines Matlab Codes beruhend auf theoretischen Überlegungen von Koch [4] der β -Parker Mode [7][8] zugeordnet werden. Diese Mode hat eine theoretische Frequenz von 2619 Hz . Sie besitzt ein Knotenebene direkt auf der Plattenebene, weswegen sie am Sensor s2 nicht detektiert werden konnte.

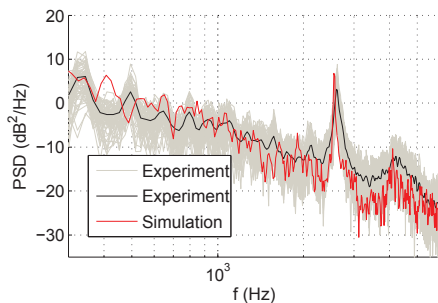


Abbildung 10: Schalleistungsdichtespektrum Mikrofon m1

Die Abbildungen 10 und 11 zeigen Schalleistungsdichtespektren an 2 Mikrofonen im Fernfeld. Im Gegensatz zu den Wanddrucksensoren sind hier die akustischen Druckfluktuationen dominant. Auch hier stimmen Messung und Simulation im Schalleistungsniveau gut überein.

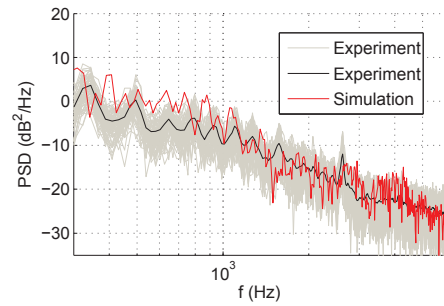


Abbildung 11: Schalleistungsdichtespektrum Mikrofon m8

Weiterhin zeigt Mikrofon m1 den Peak der Parker-Mode deutlich in Messung und Simulation, während er an Mikrofon m8 auf Plattenebene nicht festgestellt werden kann.

Danksagung

Die hier vorgestellten Arbeiten beruhen auf einer Forschungsk Kooperation mit dem Kompetenzzentrum Virtuelles Fahrzeug, der Audi AG, der Volkswagen AG, Bosch Rexroth, der MAHLE Behr GmbH & Co. KG, der Kreuzinger und Manhart Turbulenz GmbH und dem Institut für Mechanik und Mechatronik an der TU-Wien. Wir bedanken uns ausdrücklich für die Unterstützung unserer Kooperationspartner.

Literatur

- [1] CD-Adapco, Star-CCM+ User Guide, Version 9.06.009
- [2] Hüppe, A.,Kaltenbacher, M.: Comparison of Source Term Formulations for Computational Aeroacoustics. AIAA Aeroacoustics Conference (2013)
- [3] Kaltenbacher, M.: Advanced simulation tool for the design of sensors and actuators. Eurosenors XXIV Conference (2010)
- [4] Koch, W. Resonant Acoustic Frequencies Of Flat Plate Cascades. Journal of Sound and Vibration 88 (1983), 233-242
- [5] Lighthill, M.J. On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 211 (1952), 564-587
- [6] Lighthill, M.J. On Sound Generated Aerodynamically. II. Turbulence as a Source of Sound. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 222 (1954), 1-32
- [7] Parker, R. Resonance Effects In Wake Shedding From Parallel Plates: Some Experimental Observations, Journal of Sound and Vibration 4 (1966), 62-72
- [8] Parker, R. Resonance Effects In Wake Shedding From Parallel Plates: Calculation Of Resonant Frequencies, Journal of Sound and Vibration 5 (1967), 330-343