Finite-Elemente-Modelle für anisotrope Dämpfung

Matthias Klärner[1], Mario Wührl[1],Lothar Kroll[1], Steffen Marburg[2]
[1] Technische Universität Chemnitz, Institut für Strukturleichtbau, 09107 Chemnitz
[2] Universität der Bundeswehr München, Institut für Mechanik, 85577 Neubiberg
E-Mail: matthias.klaerner@mb.tu-.chemnitz.de

Einleitung

Dünnwandige Leichtbaustrukturen aus Faser-Kunststoff-Verbunden (FKV) sind durch die hohe spezifische Steifigkeit sensitiv für Strukturschwingungen und damit auch für eine große Schallabstrahlung. Speziell faserverstärkte Verbundwerkstoffe weisen jedoch über die Variation der Werkstoffkomponenten und Faserorientierungen umfangreiche Möglichkeiten der Beeinflussung der dynamischen Bauteileigenschaften auf. Die strukturdynamische Auslegung der Verbundbauteile mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) ermöglicht daher auch eine vibro-akustische Optimierung. FKV weisen dabei nicht nur anisotrope elastische Eigenschaften auf. Ferner ist ist auch die Schwingungsdämpfung in einem weiten Bereich über den Laminataufbau bzw. die Faserorientierung einstellbar. Für die Ermittlung und Modellierung anisotroper Dämpfung von schichtweise orthogonal endlosfaserverstärkten Kunststoffen existiert ein dreiparametrisches analytisches Dämpfungsmodell nach ADAMS/BACON, welches zunächst für Balken entwickelt und in der Folge auf Platten erweitert wurde. Es basiert ähnlich der klassischen Laminattheorie auf der Homogenisierung der Einzelschichten, also zunächst einer schichtweisen Modellierung, der Richtungstransformation in ein Laminatkoordinatensystem und der Akkumulation der Einzelschichten. Dem entgegen verfügen kommerzielle FE-Systeme über vielfältige Dämpfungsmodelle, jedoch nicht für anisotrope FKV. Im vorliegenden Paper wird die Möglichkeit der Abbildung des anisotropen Dämpfungsmodells nach ADAMS/BACON mit herkömmlichen Simulationsmethoden vorgestellt und an einfachen Beispielen erprobt.

Anisotropie der Dämpfung

Die richtungsabhängige Dämpfung für orthogonal isotrope Werkstoffe kann mit Hilfe des Adams-Bacon-Modells [AB73] auf Schichtebene modelliert und dann für das Verhalten des Gesamtverbundes lagenweise akkumuliert werden. Allgemein wird die Dämpfung dabei als Verhältnis von dissipierter Energie ΔU zur maximalen potentiellen Energie des Schwingungszyklus U aufgefasst.

$$\psi = \frac{\Delta U}{U} \tag{1}$$

Der Energieverlust im Volumen V wird dabei mit Hilfe der Spannungsamplitude σ und der maximalen Dehnung ϵ ermittelt.

$$\Delta U = \frac{1}{2}\int_V \psi\ \sigma\epsilon\ dV \tag{2}$$

Weiterhin lässt sich die Gesamtenergie ein Anteile bezogen auf die Normalspannungen σ_x, σ_y und die Schubspannung σ_{xy} zerlegen.

$$\Delta U = \Delta U_x + \Delta U_y + \Delta U_{xy} \tag{3}$$

(3) in (1) liefert demnach die Gesamtdämpfung des Laminats nach [BC08]

$$\psi_{laminat} = \psi_x + \psi_y + \psi_{xy} \tag{4}$$

Das anisotrope Modell wurde zunächst nur für eindimensionale Geometrie und Belastung entwickelt und untersucht [NA84]. Für biegebelastete Balken wurde zum Beispiel nur die Spannung in Balkenlängsachse betrachtet ($\sigma_y = \sigma_{xy} \approx 0$):

$$\Delta U_x = \frac{1}{2}\int_V \psi_1 \epsilon_x \sigma_x dV \tag{5}$$

Somit ergibt sich für Laminate mit N Lagen unter Berücksichtigung der Gesamtsteifigkeitsmatrix C_{ij}, der Steifigkeitsmatrix der k-ten Einzelschicht Q_{ij_k} und der Faserorientierung der Schicht ϕ_k die Dämpfung zu

$$\psi_x = \frac{4}{3}\frac{h^3}{C_{11}}\frac{\psi_1}{N^3}\sum_{k=1}^{N} T^{-1}_{ij_{\epsilon_k}} C_{ij} Q_{ij_k} C_{ij} m_k^2 [k^3 - (k-1)^3] \tag{6}$$

mit $i = 1$, $j = 1, 2, 6$, $m_k = \cos\phi_k$ bzw. $n_k = \sin\phi_k$.

Das Adams-Maheri-Model [AM94] enthält darüber hinaus Ausdrücke für verschiedene Belastungsrichtungen des ebenen Spannungszustandes (7)-(9).

$$\psi_x = \frac{4h^3\psi_1}{3C_{11}N^3}\sum_{k=1}^{N}\left\{m_k^2(m_k^2 C_{11} + n_k^2 C_{12} + m_k n_k C_{16})(C_{11}Q_{11_k} + C_{12}Q_{12_k} + C_{16}Q_{16_k})\ [k^3 - (k-1)^3]\right\} \tag{7}$$

$$\psi_y = \frac{4h^3\psi_2}{3C_{11}N^3}\sum_{k=1}^{N}\left\{n_k^2(n_k^2 C_{11} + m_k^2 C_{12} - m_k n_k C_{16})(C_{11}Q_{11_k} + C_{12}Q_{12_k} + C_{16}Q_{16_k})\ [k^3 - (k-1)^3]\right\} \tag{8}$$

$$\psi_{xy} = \frac{4h^3\psi_{12}}{3C_{11}N^3}\sum_{k=1}^{N}\left\{m_k n_k(2m_k n_k C_{11} - 2m_k n_k C_{12} - (m_k^2 - n_k^2)C_{16})(C_{11}Q_{11_k} + C_{12}Q_{12_k} + C_{16}Q_{16_k})\ [k^3 - (k-1)^3]\right\} \tag{9}$$

Die Dämpfung wird dabei mit den Werkstoffparametern ψ_1, ψ_2 und ψ_{12} entsprechend der Normal- und Schubspannungen des ebenen Spannungszustandes bezogen auf das Faserkoordinatensystem transversal isotroper Einzellagen charakterisiert. Dabei ist 1 die faserparallele Koordinate, 2 die Achse quer zur Faser und 3 die Normalenrichtung der Einzelschicht.

Abbildung 1 zeigt beispielhaft die richtungsabhängige Dämpfung von unidirektional glasfaserverstärktem Polypropylen mit einem deutlichen Anstieg der Dämpfung für Winkel zwischen 0° und 20° sowie die Anteile der Gesamtdämpfung aus den Gleichungen (7)-(9).

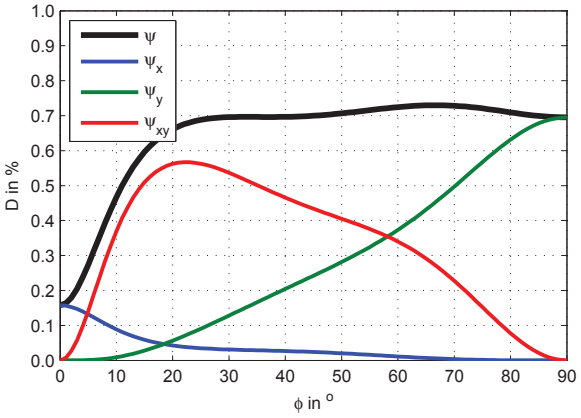

Abbildung 1: Richtungsabhängige Dämpfung von unidirektional glasfaserverstärktem Polypropylen

FEM-Implementierung

Kommerzielle FE-Systeme weisen in der Regel einfache Formen geschwindigkeitsproportionaler Dämpfungsformulierungen auf, welche sowohl auf Materialebene als auch auf modaler Ebene oder global definiert werden können Weithin gebräuchlich ist die Rayleigh-Dämpfung bzw. das Lehrsche Dämpfungsmaß, welches direkt in die Strukturdämpfung überführt werden kann [Nas10]. Mit Ausnahme nichtlinearer Materialgesetze sind somit keine anisotropiebedingten Dämpfungen abzubilden.

Für die einfache numerische Umsetzung wird daher in der Folge ein modenbasiertes Verfahren zur energetischen Bewertung implementiert. Die Dämpfung einer Eigenform setzt sich demnach aus den mit den Werkstoffkonstanten gewichteten Energieanteilen bezogen auf die Normal- und Schubspannungen des Laminats zusammen:

$$\psi_{ges} = \frac{\psi_1 U_1 + \psi_2 U_2 + \psi_{12} U_{12}}{U_1 + U_2 + U_{12}} \tag{10}$$

Die Energiesummen bezüglich transversaler, longitudinaler und schubbedingter Deformationen betragen dabei anteilig

$$U_1 = \sum_{elem.} \sum_{k=1}^{N} U_{1_k} \tag{11}$$

$$U_2 = \sum_{elem.} \sum_{k=1}^{N} U_{2_k} \tag{12}$$

$$U_{12} = \sum_{elem.} \sum_{k=1}^{N} U_{12_k} \tag{13}$$

mit den Dehnungsenergien der Einzelschichten in Faserkoordinaten:

$$U_{1_k} = \frac{1}{2} \int \sigma_{1_k} \, \epsilon_{1_k} dV_k \tag{14}$$

$$U_{2_k} = \frac{1}{2} \int \sigma_{2_k} \, \epsilon_{2_k} dV_k \tag{15}$$

$$U_{12_k} = \frac{1}{2} \int \sigma_{12_k} \, \epsilon_{12_k} dV_k \tag{16}$$

Die energetische Bewertung führt auf modenspezifische Dämpfungskoeffizienten, welche dann in modal superpositionierten linearen Rechnungen zur Abbildung der Anisotropie eingesetzt werden.

Beispiele

Die folgenden Beispiele wurden mit einem Glasfaser-Polypropylen mit einem Faservolumengehalt von 35 % unter Annahme linear elastisch, anisotropen Materialverhaltens und geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung berechnet. Das Material hat bezüglich der elastischen Kennwerte einen Anisotropiegrad von ca. 8 und weißt eine Lehrsche Dämpfung von $\psi_1 = 0.158, \psi_2 = 0.695, \psi_{12} = 0.867$ auf.

Platten

Einfache Untersuchungen wurden an Platten mit Abmessungen von ca. 260 x 260 x 2 mm abgebildet mit 100 quadratischen Schalenelemente unter allseitig freier Lagerung durchgeführt.

Die ermittelten modalen Dämpfungskennwerte für unidirektionalen Lagenaufbau (Abbildung 2) lassen sich eindeutig auf die einachsigen Spannungszustände für rein transverale (Mode 5, 13), rein longitudinale (Moden 2, 10) und Schubdämpfung (Mode 1) zurückführen. Für Moden mit gemischten Spannungszuständen ergeben sich plausible Werte aus der Superposition, welche stets zwischen den extremalen einachsigen Werten liegen.

Exemplarisch ist die Eigenform der reinen longidutinalen Biegemode 2 mit den drei zugehörigen spannungsbezogenen Energieverteilungen in Abbildung 4 dargestellt. Umfangreiche Parameterstudien mit anderen Lagenaufbauten sowie eine experimentelle Verifikation konnten die Gültigkeit der Modelle nachweisen.

Ölwanne

Weitere numerische Untersuchungen wurden an einer Ölwanne (Abbildung 3) mit einer Dimension von ca.

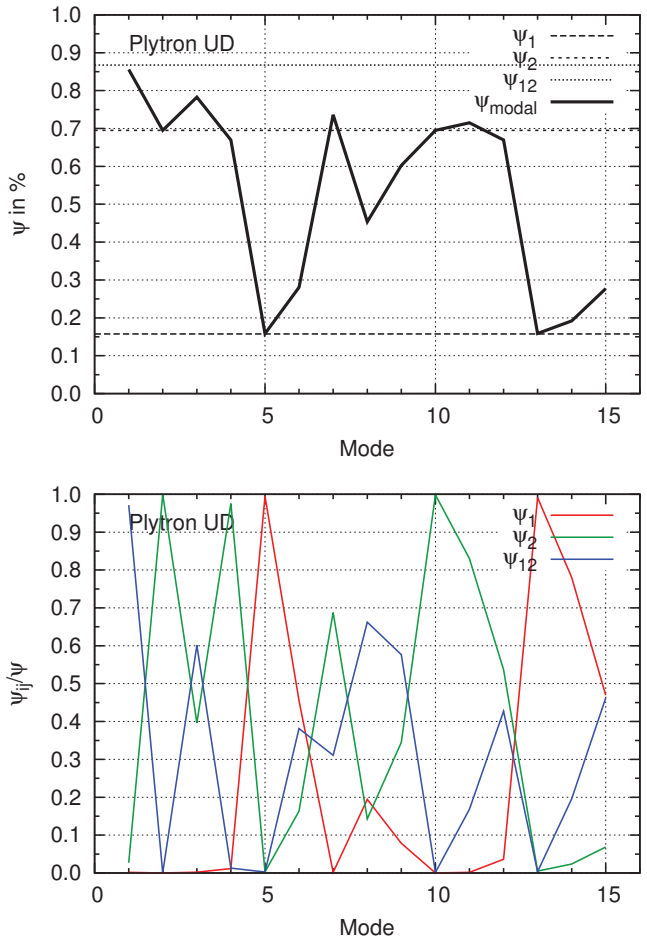

Abbildung 2: Modale Dämpfungskoeffizienten und deren spannungsbezogene Anteile einer Platte unidirektionalem Lagenaufbau

250 x 210 x 100 mm, einer Wandstärke von 2 mm aus Stahl durchgeführt. Das FE-Modell umfasst dabei ca. 8500 quadratische Schalenelemente und 25000 Knoten. Die Wanne ist allseitig entlang des Randes fest eingespannt. Der Faserkunststoffverbund besteht aus 10 Lagen eines Kreuzverbundes mit einer Wichtung von 4:1 bezogen auf die längste Dimension des Bauteils.

Die ersten 50 Moden im Bereich bis ca. 3000 Hz zeigen ausschließlich Dämpfungsgrade mit gemischten energetischen Anteilen, wobei die Schubdeformation den dominierenden Beitrag liefert und transversale bzw. longitudinale Dämpfung jeweils ca. gleich verteilt sind (Abbildung 5). Signifikante Streuungen der Gesamtdämpfung treten vor allem bei Moden mit erhöhtem transversalem Anteil auf.

Zusammenfassung und Ausbilck

Die FE-Modellierung anisotroper Dämpfung durch modale Zerlegung gemäß der Dehnungsenergie in Anteile, welche Deformationen faserparallel, senkrecht zur Faser sowie intralaminarem Schub zuzuordnen sind, konnte erfolgreich implementiert und erprobt werden. Sowohl extremale einachsige Spannungszustände als auch komplexe mehrachsige Beanspruchungen der Laminate sind für einfache Platte aber auch für gekrümmte Bauteile abzubilden. Die Richtungsabhängigkeit der Dämpfung ist damit für modal superpositionierte dynamische FE-Simulationen über einen Zwischenschritt nach der numerischen Modalanalyse möglich.

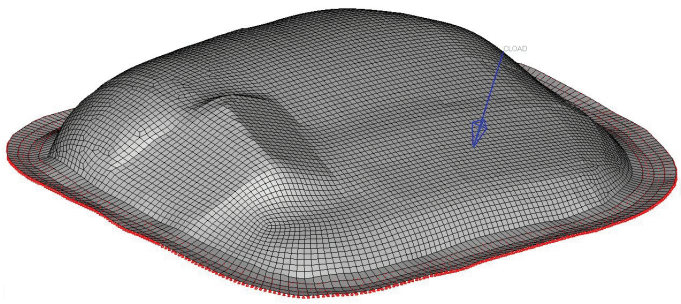

Abbildung 3: FE-Modell der Ölwanne

Weitere Arbeiten beschäftigen sich mit der Erweiterung um interlaminare Schubspannungen und eine automatisierte Integration, insbesondere für Modelle mit unterschiedlichen Elementtypen.

Literatur

[AB73] Adams, R. D. ; Bacon, D. G. C.: Effect of fibre orientation and laminate geometry on the dynamic properties of cfrp. In: *Journal of Composite Materials* 7 (1973), S. 402–428

[AM94] Adams, R. D. ; Maheri, M. R.: Dynamic flexural properties of anisotropic fibrous composite beams. In: *Composites Science and Technology* 50 (1994), Nr. 4, S. 497–514

[BC08] Billups, E. K. ; Cavalli, M. N.: 2D damping predictions of fiber composite plates: Layup effects. In: *Composites Science and Technology* 68 (2008), Nr. 3-4, S. 727–733

[NA84] Ni, R. G. ; Adams, R. D.: The Damping and Dynamic Moduli of Symmetric Laminated Composite Beams-Theoretical and Experimental Results. In: *Journal of Composite Materials* 18 (1984), Nr. 2, S. 104–121

[Nas10] Nasdala, Lutz: *Formelsammlung FEM.* Springer-Verlag, 2010

Förderhinweis

Die Ergebnisse wurden im Rahmen des Projektes DFG-KR 1713/18-1 'Schallabstrahlung bei nichtlinearem und lokal variierendem Dämpfungsverhalten von Mehrlagenverbunden' erarbeitet, welches die *Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)* gefördert wird.

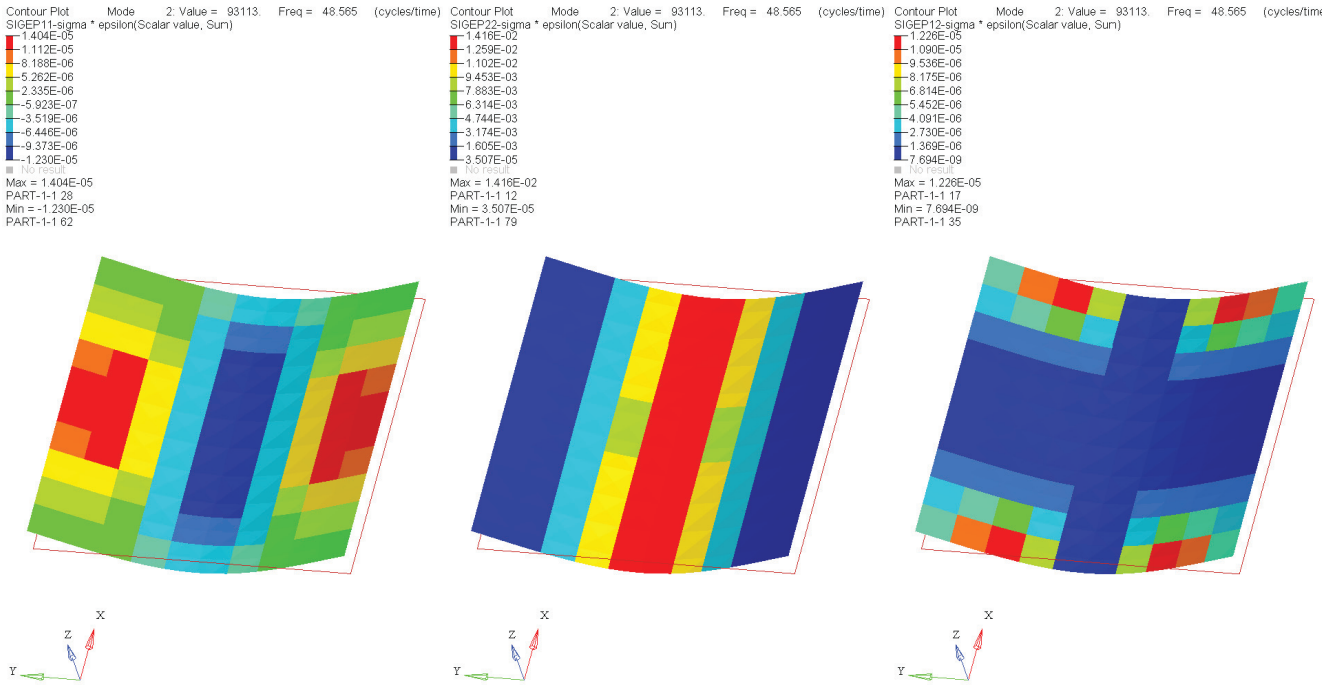

Abbildung 4: Eigenform der Mode 2 (reine longitudinale Biegung) einer unidirektional Verstärkten GF-PP-Platte und spannungsbezogene Energieverteilung

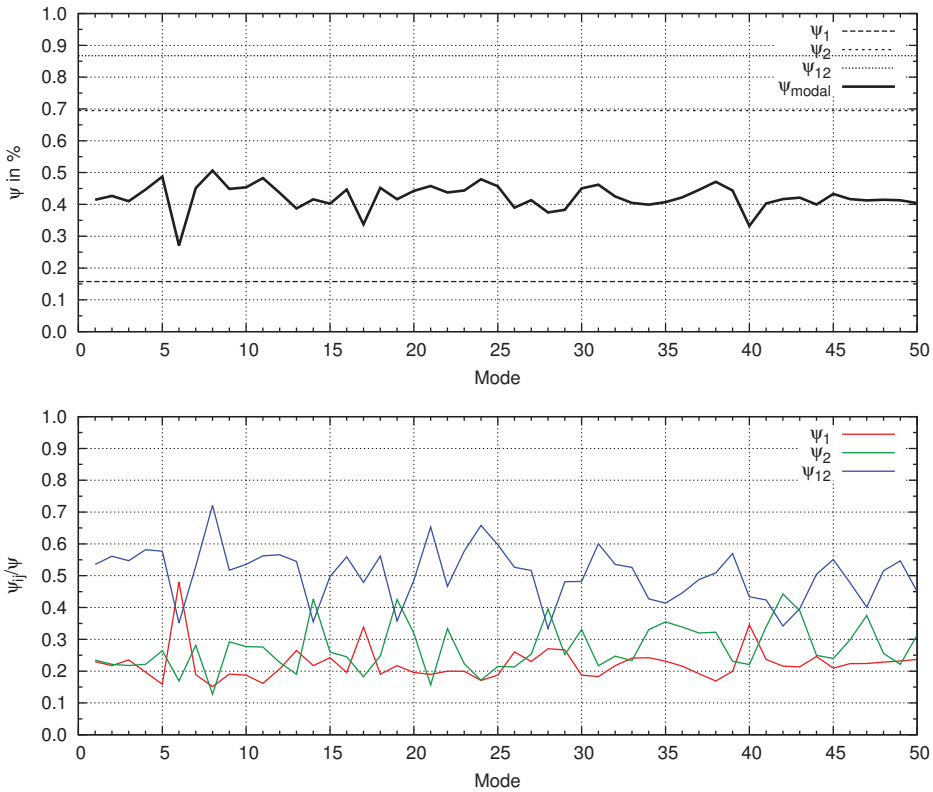

Abbildung 5: Modale Dämpfungskoeffizienten und deren spannungsbezogene Anteile der Ölwanne