

Evaluation verschiedener experimenteller Ansätze zur Charakterisierung der Materialeigenschaften von Musikinstrumenten

Malte Kob, Dustin Eddy

L&F Musikalische Akustik, Erich-Thienhaus-Institut – HfM Detmold, 32756 Detmold, Deutschland, Email: kob@hfm-detmold.de

Einleitung

Welche Bedeutung hat Dämpfung im Musikinstrumentenbau? Als Grundgröße physikalischer Systeme ist die Dämpfung eine wichtige Eigenschaft von Musikinstrumenten, die klanglich als auch spieltechnisch starken Einfluss auf die Erzeugung von Musik hat. Dämpfung bestimmt u.a. die Nachklangdauer von Grund- und Teiltönen, die Balance zwischen transienten und stationären Klanganteilen und kann bei Baumaterialien ein Kriterium für die Bewertung der Einsatzmöglichkeiten neuer Materialien sein.

Ziel unserer Untersuchungen ist zum einen eine Übersicht von Verfahren zur Ermittlung der Dämpfung als auch eine Betrachtung von Faktoren, die die Aussagekraft von Messungen einschränkt.

Überblick über den Begriff Dämpfung

Es gibt mehrere Möglichkeiten, Dämpfung zu kategorisieren. Zum einen hat jedes Material, das Schwingungen vollführen kann, eine inhärente Dämpfung (Materialdämpfung), die eine angeregte Schwingungsamplitude, z.B. einer ausbreitenden Schallwelle in dem Material, verringert. Weiterhin kann eine Struktur bei bestimmten Frequenzen besonders effektiv zu Schwingungen angeregt werden, die auch als Moden bezeichnet werden und bei denen Musikinstrumente besonders starke Klanganteile aufweisen. Wenn schwingungsfähige Strukturen an anderen befestigt werden, tritt oft eine Dämpfung der Schwingungsfähigkeit auf, da die Schwingung an der Befestigungsstelle durch Einschränkung der Freiheitsgrade beschränkt wird. Und schließlich kann die Abstrahlung von Schall die Schwingung einer Struktur dämpfen, da Schallenergie dem Schwingungssystem verloren geht.

Die Dämpfung kann für jede Art der Ursache frequenzabhängig sein. Insbesondere bei Resonanzen wird die allgemeine Dämpfung der Wellenausbreitung von der Strukturdämpfung überlagert. Da bei Resonanz ein besonders energieeffizienter Zustand auftritt, ist zu erwarten, dass hier geringere Dämpfungswerte zu beobachten sind.

Feder-Masse-System

Der klassische Ansatz zur Beschreibung der Dämpfung von Schwingungen oder Wellen geschieht über die Differentialgleichung einer gedämpften Schwingung:

$$m\ddot{x}(t) + d\dot{x}(t) + cx(t) = F(t).$$

Hierbei sind

$m \cdot \ddot{x}$: Trägheitskraft

$d \cdot \dot{x}$: Dämpfungskraft

$c \cdot x$: Federrückstellkraft

$F(t)$: Anregungskraft

eines Feder-Masse-Systems (siehe Abb.1). Die Lösung

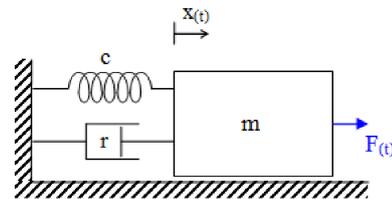


Abbildung 1: Feder-Masse-System

der homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung ergibt

$$\ddot{x}(t) + \frac{d}{m}\dot{x}(t) + \frac{c}{m}x(t) = 0$$

geschrieben als

$$\ddot{x}(t) + 2\delta\dot{x}(t) + \omega_0^2x(t) = 0 \text{ mit}$$

$$\delta = \frac{d}{2m}: \text{ Abklingkonstante und}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}: \text{ Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems}$$

und der Lösung

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

Drei Fälle sind zu unterscheiden:

I $\delta > \omega_0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\delta \pm \omega_e$: reelle Eigenwerte

II $\delta < \omega_0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\delta \pm j\omega_e$: komplexe Eigenwerte

III $\delta = \omega_0 \Rightarrow \lambda = -\delta$: aperiodischer Grenzfall

Für I ist der Zeitverlauf $x(t) = Ae^{-\delta t} \cos(\omega_e t - \Phi)$ und die Eigenfrequenz $f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{4m\omega_0^2 - d^2}}{2m}$. In Abb. 2 ist die Dämpfung als β für das exponentielle Abklingen der Schwingung angegeben.

Methoden

Für die Bestimmung der Dämpfung lassen sich verschiedene Verfahren einsetzen.

Torsionspendel

Mit einem Torsionspendel kann die oben hergeleitete Dämpfung anschaulich aus der Analyse des logarithmischen Dekrements über die Ablenkung eines Lichtstrahls erfasst werden.

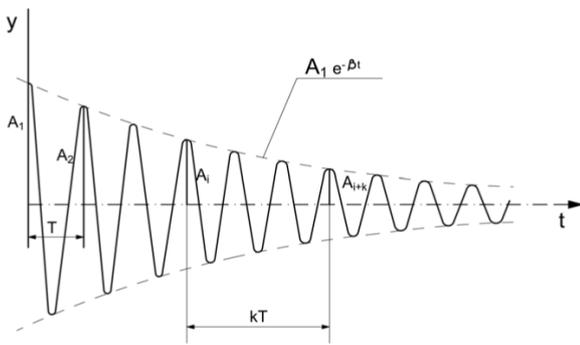


Abbildung 2: Ableitung der Dämpfung aus einer ausklingenden Schwingung

$$\Lambda = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) : \text{log. Dekrement}$$

$$\eta = \frac{\Lambda/\pi}{\sqrt{1 + (\frac{\Lambda}{2\pi})^2}}$$

für kleine Dämpfung: $\eta = \frac{\Lambda}{\pi}$

Aus der Schwingung ist ebenfalls das Schubmodul (shear modulus) ableitbar.

Biegebalken

Für musikalische Instrumente ist oft die Schwingung einer Zunge oder Platte ein wesentliches Element der Schallerzeugung oder Klangformung. Für das Modell eines Biegebalkens kann ebenfalls ein Wert für die Dämpfung und die Elastizität hergeleitet werden; hierfür wird wieder eine Schwingung hervorgerufen und bei den verschiedenen Moden (siehe Abb. 3) der Ausschwingvorgang analysiert. Analog zur Schallabnahme in einem Raum kann auch für den Biegebalken eine äquivalente Nachhallzeit für den Ausschwingvorgang bei den Moden ausgewertet werden. Hierbei treten die folgenden Kenn-

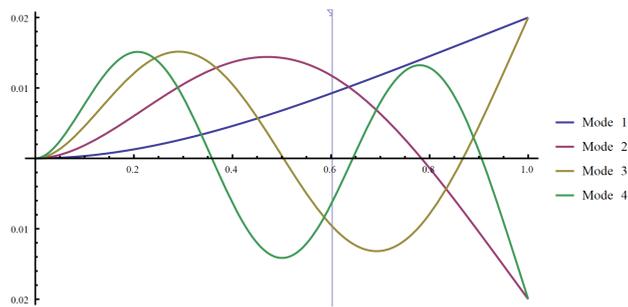


Abbildung 3: Schwingungsmoden eines Biegebalkens

größen auf:

$$f_n = \frac{\pi h a_n^2}{4l^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}} \text{ mit}$$

$$a_1 = 0,595; a_2 = 1,494; a_3 = 2,5; a_n = n - 0,5;$$

h : Dicke; l : Länge; E : Youngs Modulus; ρ : Dichte

$$E(f) = \frac{48\rho}{\pi^2} \left(\frac{l^2 f_n}{h a_n} \right)^2 ; \eta(f) = \frac{6 \ln(10)}{T_{60} 2\pi f_n}$$

Vergleich verschiedener Verfahren

Es könne also zahlreiche verschiedene Maße für die Beschreibung der Dämpfung herangezogen werden, die jeweils unterschiedliche Betrachtungen voraussetzen:

δ : Abklingkonstante [1/s]

Λ : Logarithmisches Dekrement [-]

η : Verlustfaktor [-]

T_{60} : Nachhallzeit [s]

B : 3-dB-Bandbreite [Hz]

Q : Quality [-]

Bei den Verfahren können sowohl Messungen an Materialproben oder am Instrument unterschieden werden als auch Frequenz- oder Zeitbereichsmethoden. Als Sensoren können optische, induktive, magnetische oder piezoelektrische Wandler Anwendung finden und eine stationäre oder impulsartige Anregung genutzt werden. Schließlich können bei den Schwingungen die Elongation, Schnelle, Beschleunigung bezogen auf die anregende Kraft oder auch ohne Bezug analysiert werden.

Aus der großen Anzahl möglicher Analyseverfahren sollen nur einige näher untersucht werden. Da die Auswertung der Nachhallzeit mit Schallpegelmessern und Computerprogrammen recht bequem durchgeführt werden kann und die Auswertung der Dämpfung recht einfach mit der Gleichung $\eta = \frac{6 \ln(10)}{T_{60} 2\pi f_n}$ für eine gewählte Frequenz geschehen kann, soll der Schwerpunkt der Untersuchung auf dieser Methode liegen.

Voraussetzung für die frequenz aufgelöste Analyse ist in der Raumakustik die Filterung der gemessenen Impulsantwort des Systems mit Bandfiltern, oft mit Terz- oder Oktavfiltern. Allerdings ist die Definition der Dämpfung bei Strukturen anhand des Feder-Masse-Systems erfolgt, somit müsste die Analyse je Resonanz erfolgen. Es steht sich somit die eigentlich bei hoher Modendichte gültige Nachhallauswertung dem Ausklingen eines einzelnen Resonators gegenüber.

Mehrere Ansätze können das Dilemma lösen: entweder werden mehrere Resonanzen unter einem Bandfilter zusammengefasst (wie bei Raummoden) oder je ein Filter wird schmalbandig auf eine Resonanz abgestimmt. Das zweite Verfahren müsste eigentlich zum gleichen Ergebnis führen wie die Auswertung der Dämpfung im Frequenzbereich mit Hilfe der -3 dB-Methode, die auch die Dämpfung jeder einzelnen Resonanz erfasst. Beim ersten Verfahren würde ein Dämpfungsmaß ermittelt, das kleine Dämpfungswerte (die hohen Güten einer Resonanz entsprechen) vernachlässigt. Wäre ein solcher Ansatz überhaupt sinnvoll? Was für ein Ergebnis liegt vor, wenn zwei oder mehr bzw. keine Resonanz im Bandfilterbereich liegen? Diese Fragen werden anhand der beiden Verfahren Nachhallzeit-Auswertung und -3 dB-Auswertung am Beispiel der Analyse einer Metallzunge, die Biegeschwingungen vollführt, verglichen.

Untersuchung einer Orgelpfeifenlegierung

Die folgende Darstellung zeigt am Beispiel einer Materialanalyse die Anwendung des Verfahrens der Nachhallzeitmessung für die Bestimmung des Verlustfaktors einer Zinn-Bleilegierung für den Orgelpfeifenbau. Die Arbeit wurde von Peter Svensson und Milan Friesel im Rahmen eines Projekts des Göteborg Organ Art Center an der Chalmers Universität in Göteborg durchgeführt (<http://www.goart.gu.se>).

Der bei den Untersuchungen verwendete Aufbau nutzt eine berührungslose Anregung und Abnahme der Metallzungen-schwingungen mittels Maximalfolgen (MLS) und elektromagnetischen Wandlern, aus denen eine Impulsantwort berechnet wurde, aus der mit Hilfe der Nachhallzeitmethode für jede auftretende Resonanz ein individueller Dämpfungswert berechnet wurde. Ziel des Projekts war der Nachweis der Wirkung unterschiedlicher Behandlungsmethoden von Orgelpfeifenblechen auf den Dämpfungsfaktor und das Elastizitätsmodul von Orgelpfeifen. Die Auswertung erfolgte mit Terzfiltern, die um die Resonanzen der in Abb.4 dargestellten Übertragungsfunktion plaziert wurden. Die Ergebnisse

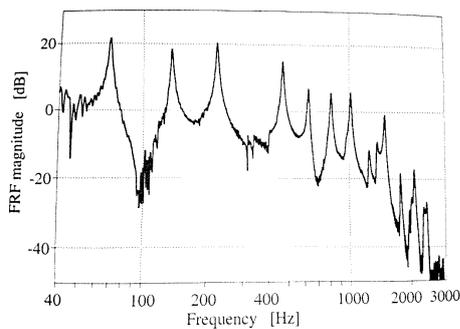


Abbildung 4: FRF mit elektromagnetischer Anregung und Erfassung der Schwingung (aus [1])

sind in in Abb.5 dargestellt. Die Werte ergeben einen

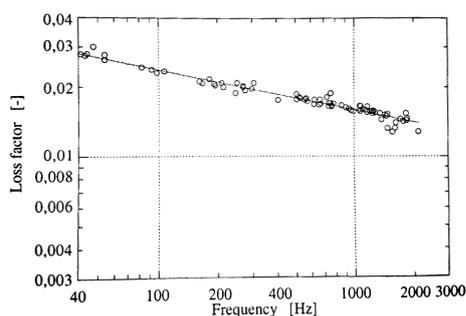


Abbildung 5: Dämpfung der Orgelpfeifenlegierung (aus [1])

gut linear interpolierbaren Verlauf, der einen Vergleich der verschiedenen Bearbeitungsmethoden erlaubt [1].

Untersuchung einer Metallzunge

An einer Metallzunge werden verschiedene Methoden verglichen. Sowohl eine Anregung mit Impulshammer und Shaker als auch eine Auswertung mit der Nachhallzeit- und -3 dB-Methode wurden durchgeführt.

Auswertung mit Nachhallzeitmethode

Mit einem Impulshammer mit integriertem Kraftsensor sowie einem Beschleunigungssensor wurde die Dämpfung mit der Nachhallzeit-Methode bestimmt. In Abb.6 ist

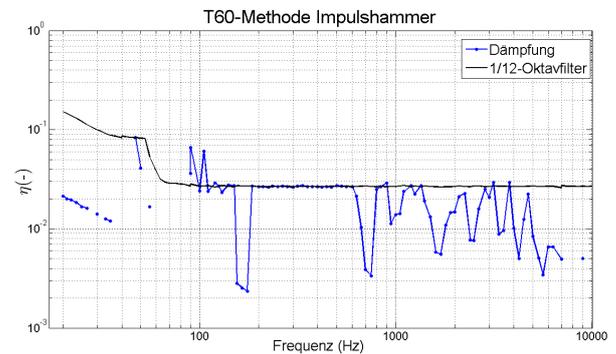


Abbildung 6: Dämpfungsmessung mit Beschleunigungsaufnehmer und Impulshammer mit Nachhallzeitmethode und Grenzkurve der 1/12-Oktavfilter

der Verlauf der Dämpfung für eine Kombination aus Hammeranregung und Beschleunigungsmessung dargestellt. In das Diagramm ist auch die Grenzkurve der Dämpfung der für die Frequenzauflösung verwendeten 1/12-Oktavfilter eingezeichnet. Für die Bestimmung wurde der Berechnungsprozess mit einem Diracimpuls-Signal durchlaufen. Die resultierende Kurve gibt die maximale Dämpfung an, die ein gemessenes Material haben kann, ohne dass das Ergebnis gleich der äquivalenten Dämpfung des 1/12-Oktavfilters ist und somit das Messergebnis verfälscht. Bei der Nachhallzeit-Methode ist somit zu bedenken, dass eine Auswertung der Nachhallkurve mit Bandfiltern einen steigenden Filtereinfluss mit schmäler werdenden Filterbandbreiten hervorruft [2]. In dem Verfahren wäre – analog zur Methode, die in [1] verwendet wurde – die Dämpfung an den nach unten abweichenden Positionen der Resonanzen korrekt bestimmt während die Werte auf oder oberhalb der schwarzen Funktion nicht gültig wären.

Auswertung mit -3 dB-Methode

In Abb.7 ist der für die Messung der Dämpfung an einer Metallzunge genutzte Aufbau mit Shaker und Laserabtastung dargestellt. Als Anregeort wurde ein asymme-



Abbildung 7: Beispielaufbau einer Metallzunge für Messung mit einem Laser: Anregung mit dem Shaker (links) und Laserpunkt auf der Zunge (rechts)

trischer Ort am unteren Ende der Zunge gewählt und mit dem Laser ein Netz von 200 Punkten abgetastet. Die Übertragungsfunktion wird als Realteil der Beweglichkeit (mobility) $\frac{v}{N}$ über der Frequenz dargestellt (siehe Abb. 8). Die Dämpfung wird hier aus der Frequenzdiffe-

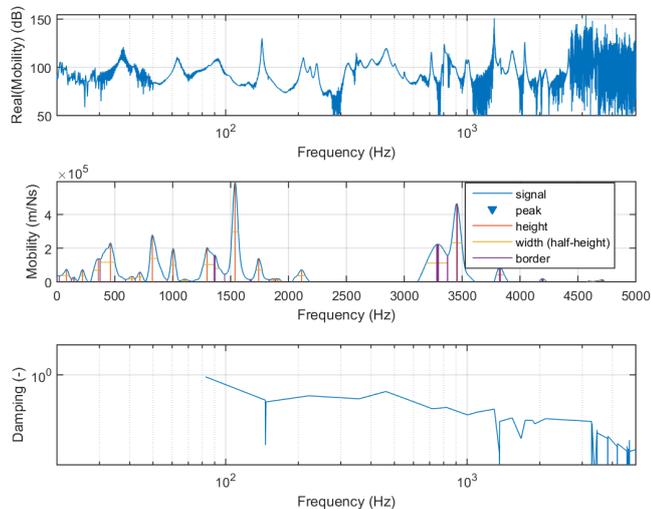


Abbildung 8: Beispiel der -3 dB-Methode mit Laser und Shaker

renz des beidseitigen -3 dB-Abfalls bei jeder Resonanz ermittelt. Bei Resonanzen mit besonders hoher Güte (z.B. bei 150 Hz oder 1500 Hz) weicht die ansonsten monoton fallende Dämpfung zu kleineren Werten hin ab. Da hier keine Filterfunktion verwendet wird, sollten alle angegebenen Werte gültig sein.

Vergleich beider Methoden

Ein Vergleich der verschiedenen Methoden ergibt eine starke Abhängigkeit der Dämpfungswerte sowohl vom Ort der Messung als auch von der Methode.

In Bild 9 sind die Grenzkurven für 1/3 und 1/12-Oktavfilter gemeinsam mit den Werten der Dämpfung für verschiedene Auswerteverfahren dargestellt.

Als Anregung wurde in allen Fällen ein Impulshammer verwendet und die Transferfunktion $\frac{v}{N}$ ausgewertet. Die Transferfunktionen wurden jeweils einmal bei Anregung oben und Laserabtastung oben (“Top”) und unten (“Bottom”) berechnet. In roter Farbe sind die aus der -3 dB-Methode ermittelten Werte am oberen, freieren Ende der Metallzunge dargestellt; in violett die Werte für das untere Ende. Die entsprechenden Werte aus der Nachhallzeitauswertung sind blau (“Top”) und grün (“Bottom”) dargestellt.

Es ist eine Korrelation mit der Position der Messung erkennbar, die jedoch nicht bei allen Frequenzen und Verfahren gleichermaßen deutlich hervortritt.

Interessanterweise sind mit der -3 dB-Methode bei mittleren Frequenzen (höhere) Dämpfungswerte messbar, die von der Grenzkurve der Nachhallzeitauswertung bei 1/12 Oktavfiltern verdeckt würden.

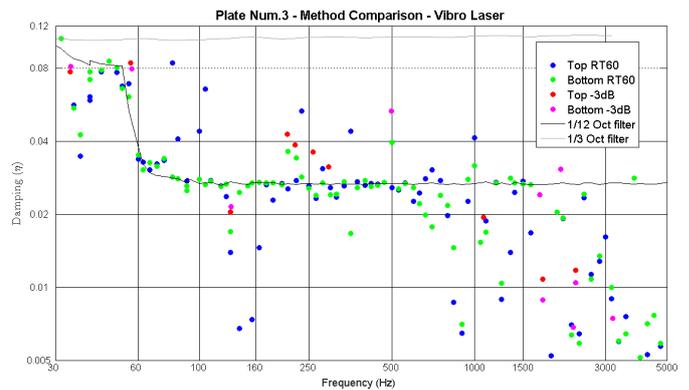


Abbildung 9: Ergebnisse beider Methoden sowie Grenzkurven der verwendeten 1/3 und 1/12 Oktavfilter (schwarz und grau)

Zusammenfassung und Ausblick

Es gibt mehrere Möglichkeiten der Messung der Dämpfung, die jeweils unterschiedliche Voraussetzungen hinsichtlich der Analysemöglichkeiten haben. Die -3 dB-Methode ist zwar aufwändiger bei der Resonanzauswahl, benötigt jedoch keine Filter, die das Ergebnis verfälschen können. Bei höheren Frequenzen scheinen beide Methoden unabhängig vom Analyseort zwar streuende aber unabhängig von der Filterfunktion gültige (niedrige) Dämpfungswerte zu liefern.

Grundsätzlich ist das Auftreten geringerer Dämpfungswerte für ausgeprägte Resonanzen zu beobachten. Hier könnte ein Ansatz zur Beurteilung von Material- und Strukturdämpfung bestehen. Weitere Untersuchungen sind jedoch nötig, um diese Frage zu beantworten.

Alternative Dämpfungsbestimmungsmöglichkeiten wären zur komplett berührungsloser Messung z.B. mit der Hochgeschwindigkeitsanalyse von Oberflächenschwingungen auch während des Spiels eines Instruments denkbar. Bislang sind die Verfahren jedoch hinsichtlich des Frequenzumfangs und Rauschabstandes nur eingeschränkt nutzbar.

Danksagung

Die Autoren danken Michael Vorländer und Markus Müller-Trapet für die Möglichkeit und Unterstützung der Laservibrometer-Messung am Institut für Technische Akustik der RWTH Aachen.

Literatur

- [1] SVENSSON, Peter ; FRIESEL, Milan: Influence of Alloy Composition, mechanical treatment and casting technique on loss factor and Young's modulus of lead-tin alloys / University of Edinburgh. 1999 (F 99-04). – Forschungsbericht. – Chalmers Report
- [2] KOB, Malte ; VORLÄNDER, Michael: Band filters and short reverberation times. In: *Acustica* 86 (2000), Nr. 2, S. 350–357