Strömung-Struktur-Akustik Interaktion: Modellierung und Simulation

Manfred Kaltenbacher

Institut für Mechanik und Mechatronik, Technische Universität Wien, Email: manfred.kaltenbacher@tuwien.ac.at

Einleitung

Die beiden grundlegenden Schallerzeugungsmechanismen basieren einerseits auf der Schwingung von Strukturen (Vibroakustik) und andererseits durch Aus-, Um- sowie Durchströmung von Strukturen (Aeroakustik). Die Wechselwirkung zwischen der Strömung und elastischen Strukturen spielt in zahlreichen Anwendungsfeldern der unterschiedlichsten ingenieurwissenschaftlichen Disziplinen, in der Naturwissenschaft und in der Medizin eine zentrale Rolle. Prinzipiell verursachen die durch die Strömung auf die mechanische Struktur wirkenden Druck- und Scherkräfte eine Verformung, welche ihrerseits zu einer Rückwirkung auf die Strömung selbst führt. Zusätzlich entsteht aus der Strömung direkt Schall, womit für viele praktische Problemstellungen die gesamte Kette der Strömung-Struktur-Akustik Interaktion im mathematisch / physikalischen Modell abzubilden ist (siehe Abb. 1) [1]. Aufgrund der enormen Komplexität,

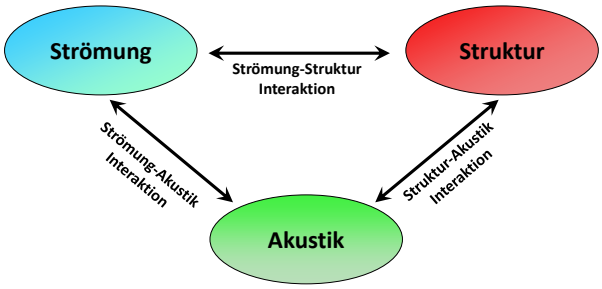

Abbildung 1: Strömung-Struktur-Akustik Interaktion.

welche sich bereits durch die klassische Aeroakustik sowie die Strömung-Struktur-Wechselwirkung ergibt, erfordert die Modellierung der Strömung-Struktur-Akustik Interaktion in den meisten Fällen eine Reduktion der bidirektionalen Kopplungen hin zu Vorwärtskopplungen; beispielsweise eine Vernachlässigung der Rückwirkung der Akustik auf die Strömung und / oder der Rückwirkung der Strukturschwingungen auf die Strömung. In diesem Zusammenhang sind auch kombinierte mess- und simulationstechnische Ansätze zu sehen, welche beispielsweise die Schallabstrahlung, basierend auf der Messung von Oberflächengeschwindigkeiten der schwingenden Struktur, berechnen.

Physikalische Modellierung

Die Grundgleichungen der Strömungsmechanik ergeben sich aus der Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = 0\,, \tag{1}$$

der Impulserhaltung

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + f_i \tag{2}$$

und der Energieerhaltung

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\left(\frac{1}{2}v_j^2 + e\right)\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho v_i\left(\frac{1}{2}v_j^2 + e\right)\right) = -\frac{\partial q_{\mathrm{T}i}}{\partial x_i} - \frac{\partial p v_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij} v_j}{\partial x_i} + f_i v_i + q_{\mathrm{h}}\,. \tag{3}$$

Dabei bezeichnen ρ die Dichte, $\boldsymbol{v}$ die Strömungsgeschwindigkeit, p den Druck, $\boldsymbol{\tau}$ den viskosen Fluidspannungstensor, $\boldsymbol{f}$ eine modellierte Kraftdichte, e die innere Energie, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{T}}$ die Wärmestromdichte, s die Entropie und q_{h} eine modellierte Wärmezufuhr. Unter der Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichtes lässt sich beispielsweise der Druck p durch die Dichte ρ und die Entropie s ausdrücken und die Änderung ergibt sich zu

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \mathrm{d}\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho \mathrm{d}s\,. \tag{4}$$

Mit Hilfe des folgenden Störansatzes in einem ruhenden Fluid ($\boldsymbol{v}_0 = 0$)

$$p^{\mathrm{a}} = p - p_0\,; \quad \rho^{\mathrm{a}} = \rho - \rho_0\,; \quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{a}} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}$$

und den Zusammenhängen $p^{\mathrm{a}} \ll p_0$ sowie $\rho^{\mathrm{a}} \ll \rho_0$ erhält man aus (1) und (2) die linearen Erhaltungsgleichungen der Akustik

$$\frac{\partial \rho^{\mathrm{a}}}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \boldsymbol{v}^{\mathrm{a}} = 0 \tag{5}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}^{\mathrm{a}}}{\partial t} + \nabla p^{\mathrm{a}} = \boldsymbol{f}\,. \tag{6}$$

Kann der Zustand des Fluids als isentrop angenommen werden, so ist die Entropie konstant und es ergibt sich die Schallgeschwindigkeit c nach (4) als Proportionalitätsfaktor zwischen akustischen Druck und Dichte

$$p^{\mathrm{a}} = c^2 \rho^{\mathrm{a}}\,. \tag{7}$$

Mit diesen Zusammenhängen erhalten wir die akustische Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p^{\mathrm{a}}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p^{\mathrm{a}}}{\partial x_i^2} = -\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\,, \tag{8}$$

welche die Schallausbreitung in einem ruhenden Fluid beschreibt. Handelt es sich nun um ein strömendes Fluid, so ist $p - p_0$ nicht mehr der akustische Druck, sondern ein Wechseldruck p', welcher sich aus einem strömungsmechanischen und einem akustischen Anteil

zusammensetzt. Unter diesen Annahmen konnte Lighthill eine Wellengleichung herleiten, welche sowohl die Schallentstehung als auch Ausbreitung in strömenden Medien beschreibt [2, 3]

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla\cdot\nabla\right)\left(c^2\underbrace{(\rho-\rho_0)}_{\rho'}\right) = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}\,. \tag{9}$$

Dabei berechnet sich der Lighthill-Tensor aus

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + \big((p-p_0) - c^2(\rho-\rho_0)\big)\,\delta_{ij} - \tau_{ij} \tag{10}$$

und beschreibt somit den akustischen Quellterm. Für kleine Machzahlen kann die Strömung als inkompressibel angenommen werden und der Lighthill-Tensor reduziert sich zu $T_{ij} \approx \rho_0 v_i v_j$. Dieser hybride Ansatz erlaubt es nun, zunächst eine Strömungsrechnung und basierend auf den Ergebnissen eine Akustiksimulation durchzuführen. Wendet man diese Vorgangsweise für einen umströmten Zylinder an, so erhält man den in Abb. 2 dargestellten Verlauf des Wechseldruckes p'. Man erkennt neben

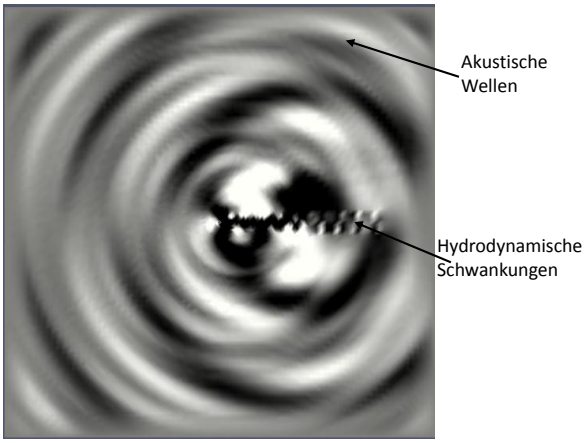

Abbildung 2: Umströmter Zylinder: Berechneter Wechseldruck nach Lighthillanalogie.

der Wellenausbreitung auch hydrodynamische Schwankungen um den Zylinder; die klassische Kármánsche Wirbelstraße. Durch den erweiterten Ansatz

$$\begin{aligned} p &= \bar{p} + p' = \bar{p} + p^{\mathrm{ic}} + p^{\mathrm{a}} && (11)\\ \rho &= \bar{\rho} + \rho' = \bar{\rho} + \rho^{\mathrm{ic}} + \rho^{\mathrm{a}} && (12)\\ \boldsymbol{v} &= \bar{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}' = \bar{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{ic}} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{a}}\,, && (13)\end{aligned}$$

wobei $\bar{p}$, $\bar{\rho}$, $\bar{\boldsymbol{v}}$ gemittelte Strömungsgrößen sowie die mit ic gekennzeichneten Größen die inkompressiblen Strömungsgrößen sind, erhält man die akustischen Störungsgleichungen [4, 5]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{v}^{\mathrm{a}}}{\partial t} + \nabla\left(\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{ic}}\cdot\boldsymbol{v}^{\mathrm{a}}\right) + \frac{1}{\rho_0}\nabla p^{\mathrm{a}} &= 0 && (14)\\ \frac{\partial p^{\mathrm{a}}}{\partial t} + \rho_0 c_0\,\nabla\cdot\boldsymbol{v}^{\mathrm{a}} + \nabla\cdot\left(\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{ic}} p^{\mathrm{a}}\right) &= -\frac{\partial p^{\mathrm{ic}}}{\partial t} - \bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{ic}}\cdot\nabla p^{\mathrm{ic}}\,. \end{aligned}$$

Löst man diese Gleichungen für den akustischen Druck p^{a} und der Schnelle $\boldsymbol{v}^{\mathrm{a}}$, so ergibt sich für den umströmten Zylinder direkt, auch im Strömungsgebiet,

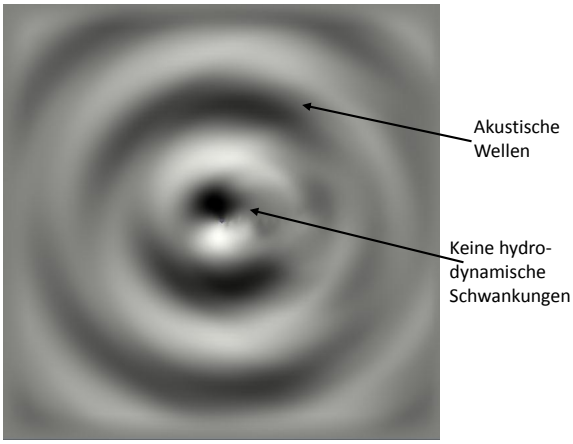

Abbildung 3: Umströmter Zylinder: Berechneter akustischer Druck mit den Störungsgleichungen.

der akustische Druck (siehe Abb. 3). Die akustischen Störungsgleichungen lassen sich mit Hilfe des akustischen Skalarpotenzials ψ^{a} in eine konvektive Wellengleichung umrechnen [6]

$$\frac{1}{c^2}\frac{D^2\psi^{\mathrm{a}}}{Dt^2} - \Delta\psi^{\mathrm{a}} = -\frac{1}{\rho_0 c^2}\frac{Dp^{\mathrm{ic}}}{Dt} \tag{15}$$

mit $D/Dt = \partial/\partial t + \bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{ic}}\cdot\nabla$.

Bei der Strömungs-Struktur-Kopplung führen die Strömungskräfte zu einer Deformation der Struktur und die entstehenden Strukturschwingungen führen zu einer entsprechenden Rückwirkung (siehe Abb. 4). Dabei gilt

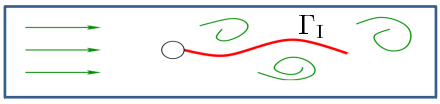

Abbildung 4: Strömungs-Struktur-Interaktion.

entlang der gemeinsamen Oberfläche Γ_{I} die Gleichheit der Geschwindigkeiten

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}^{\mathrm{s}} \tag{16}$$

und der Spannungen in Normalrichtung

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{s}}\cdot\boldsymbol{n}\,. \tag{17}$$

Dabei bezeichnet $\boldsymbol{v}^{\mathrm{s}}$ die Geschwindigkeit der Struktur, $\boldsymbol{\sigma}$ die Fluidspannungen, $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{s}}$ die Strukturspannungen und $\boldsymbol{n}$ den Normalvektor.

Modelliert man nun das umgebende Fluid als ruhend, so geht die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ in die Schnelle $\boldsymbol{v}^{\mathrm{a}}$ und der Druck p in den akustischen Druck p^{a} über. Dieser Modellansatz wird beispielsweise bei der Berechnung der Schallabstrahlung eines Lautsprechers verwendet (siehe Abb. 5). Somit reduzieren sich die Koppelbedingungen entlang der gemeinsamen Oberfläche Γ_{I} zu

$$\begin{aligned} \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}^{\mathrm{a}} &= \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}^{\mathrm{s}} && (18)\\ \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{s}}\cdot\boldsymbol{n} &= -p^{\mathrm{a}}\boldsymbol{n}\,. && (19)\end{aligned}$$

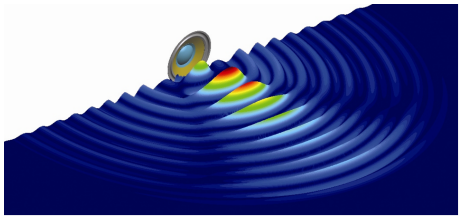

Abbildung 5: Struktur-Akustik-Interaktion.

Anwendungen

Aus den vielen Anwendungen werden im Folgenden zwei demonstrative Beispiele näher beschrieben. Bezüglich der numerischen Simulationsverfahren und weiteren Anwendungsbeispielen wird auf die Literatur verwiesen [1, 7, 8, 9, 10, 11].

Überströmte flexible Platte

Die überströmte Platte dient als Grundlagenexperiment zu vielen in der Praxis vorkommenden Beispielen (Anströmung des Autounterbodens, Umströmung der A-Säule sowie des Außenspiegels und Interaktion mit der Seitenscheibe, etc.). In Abb. 6 ist das Simulationsmodell für die Strömungsmechanik dargestellt, wobei der Störkörper mit seinen Dimensionen hier als Modell für eine A-Säule zu verstehen ist. Die Berechnungen wurden

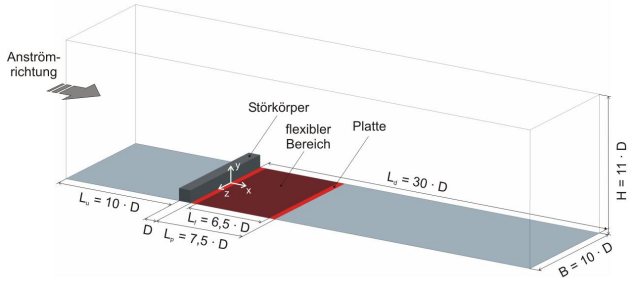

Abbildung 6: Abmessungen des Rechengebietes für die Strömungssimulation.

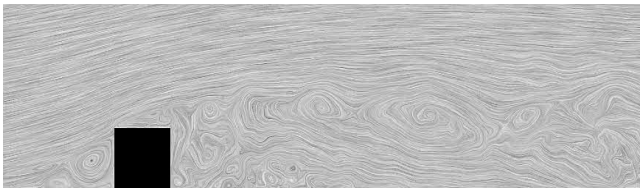

Abbildung 7: Visualisierung des Strömungsfeldes.

mit der Forschungssimulationssoftware FASTEST-3D basierend auf einem LES (Large Eddy Simulation) Turbulenzmodell durchgeführt. Die sich ergebenden Stömungsstrukturen im Bereich des Störkörpers und der flexiblen Platte sind in Abb. 7 zu sehen. Dabei wurde eine reine Strömungsberechnung durchgeführt und die sich auf die flexible Platte ergebenden Strömungskräfte abgespeichert. In einer zweiten Simulation wurden dann diese Strömungskräfte als Anregung in einer Strukturmechanik-Akustik-Simulation verwendet. Das

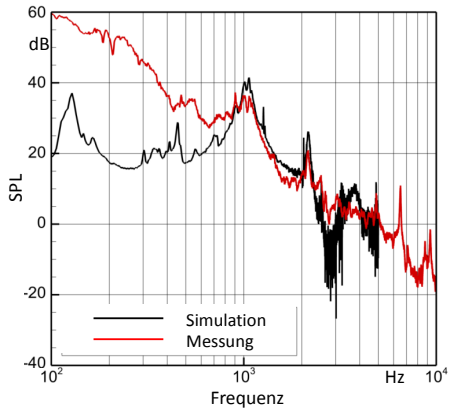

Abbildung 8: Gemessener und berechneter Schalldruckpegel.

sich ergebende Schallspektrum im Vergleich zu Messungen ist in Abb. 8 dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass in der Simulation nur der Vibrationsschall und nicht der aeroakustische Schall im Modell abgebildet wurde.

Rotierende Systeme

Im Folgenden soll die Modelierung und numerische Simulation der Lärmentstehung eines axialen Lüfters basierend auf einem hybriden Verfahren beschireben werden. Der Lüfter ist in einem Rohr eingebaut und dient zur Kühlung von elektronischen Bauelementen (siehe Abb. 9). Hierbei ist zu beachten, dass sowohl die

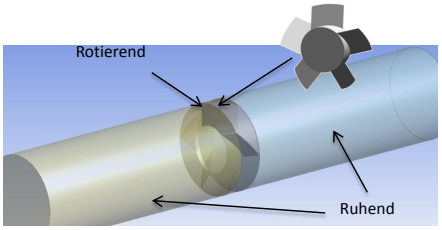

Abbildung 9: Axial-Lüfter für die Kühlung von Elektronikkomponenten.

strömungsmechanischen als auch die akustischen Gleichungen für eine Euler-Betrachtungsweise gelten. Da sich nun der Lüfter bewegt (Lagransche Beschreibung) erfordet dies die Anwendung der *Arbitrary-Lagrangian-Eulerian* (ALE) Beschreibungsweise. Für die Akustik bedeutet dies, dass sich die substantielle Zeitableitung in (15) mit der entsprechenden Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}$ wie folgt ändert

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{ic}} \cdot \nabla \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t} + \left(\bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{ic}} - \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}\right) \cdot \nabla \,. \qquad (20)$$

Die Strömungsrechnungen wurden mit Ansys-Fluent 15.0 basierend auf einem URANS $k-\omega$-SST Turbulenzmodell durchgeführt. In Abb. 10 sind für einen charakteristischen Zeitpunkt die sich ergebenden Stromlinien dargesetllt. Basierend auf diesen Strömungsrechnungen wurde die Schallberechung durch Lösen von (15) durchgeführt. In Abb. 11 ist zu einem charakteristischen Zeitpunkt das

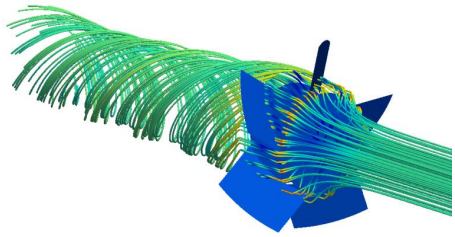

Abbildung 10: Visualisierung der Stromlinien.

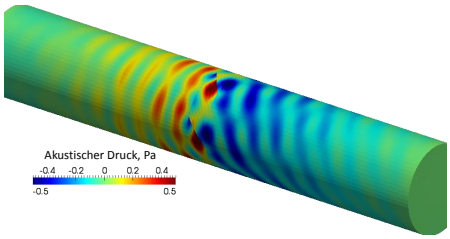

Abbildung 11: Visualisierung des Schalldrucks.

akustische Feld und in Abb. 12 das sich ergebende Schallspektrum dargestellt. Man erkennt sehr gut, dass die

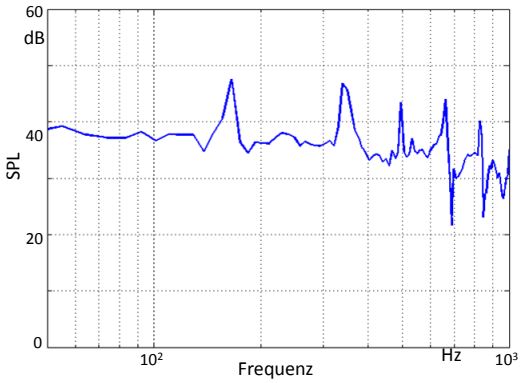

Abbildung 12: Spektrum des Schalldrucks in der Nähe des Rotors.

tonalen Komponeneten (Blattfolgefrequenz und höhere Harmonische) sehr gut nachgebildet werden können. Um auch die breitbandigen Schallkomponenten nachzubilden, bedarf es eines strömungsmechanischen Turbulenzmodells, welches die Auflösung von kleineren Wirbel ermöglicht, z.B. eines LES (Large-Eddy-Simulation) - Turbulenzmodells.

Zusammenfassung und Ausblick

Die Physik der Strömung-Struktur-Akustik-Interaktion ist äußerst komplex und stellt enorme Herausforderung für numerischen Verfahren dar. Für eine erfolgreiche Modellierung und Computersimulation bedarf es der detailierten Kenntnis sowohl im Bereich der Physik als auch der numerischen Mathematik, um die voll gekoppelte Berechnungen durch vereinfachte Modelle (mit teilweise reinen Vorwärtskopplungen) zu ersetzen und somit zu annehmbaren Rechenzeiten zu kommen. Derzeit sind nur spezialisierte Softwareprogramme (meist Forschungssoftware) vorhanden und es bedarf noch intensiver Forschung, um die Strömung-Struktur-Akustik-Interaktion handhabbar in kommerziellen Simulationprogrammen anwendbar zu machen.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinen Mitarbeitern am Institut für Mechanik und Mechatronik der TU Wien, insbesondere Andreas Hüppe und Stefan Zörner; Stefan Becker und seiner Gruppe (FAU Erlangen-Nürnberg); Michael Döllinger (FAU Erlangen-Nürnberg); Marco Oswald (Ansys-Germany); Reinhard Lerch (FAU Erlangen-Nürnberg); Peter Sidlof (Technische Universität Liberec); Jens Grabinger (Simetris GmbH, Erlangen).

Literatur

[1] Kaltenbacher, M..: Numerical Simulation of Mechatronic Sensors and Actuators: Finite Elememnts for Multiphysics. Springer, 3rd edition, 2015

[2] Lighthill, M.J.: On sound generated aerodynamically I. General theory. Proc. Roy. Soc. Lond., 1952

[3] Lighthill, M.J.: On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound. Proc. Roy. Soc. Lond., 1954

[4] Ewert, R.; Schröder, W.: Acoustic Perturbation Equations based on Flow decomposition via Source Filtering. J. Comp. Phys., 2003

[5] Hüppe, A.: Spectral finite elements for acoustic field computation. Ph.D., University of Klagenfurt, Austria, 2014

[6] Hüppe, A.; Grabinger, J.; Kaltenbacher, M.; Reppenhagen, A.; Dutzler, G.; Kühnel, W.: Non-Conforming Finite Element Method for Computational Aeroacoustics in Rotating Systems. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2014

[7] Kaltenbacher, M.; Zörner, S.; Hüppe, A.: On the importance of strong fluid-solid coupling with application to human phonation. Progress in Computational Fluid Dynamics, 2014

[8] Sidlof, P.; Zörner, S.; Hüppe, A.: A hybrid approach to the computational aeroacoustics of human voice production. Biomech. Model Mechanobiol., 2014

[9] Kaltenbacher, B; Kaltenbacher, M.; Sim, I.: A modified and stable version of a perfectly matched layer technique for the 3-d second order wave equation in time domain with an application to aeroacoustics. J. Comput. Phys., 2013

[10] Flemisch, B.; Kaltenbacher, M.; Triebenbacher, S.; Wohlmuth, B.: Nonmatching grids for a flexible discretization in computational acoustics. Comm. Comput. Phys., 2012

[11] Kaltenbacher, M.: Computational acoustics in multi-field problems. J. Comp. Acous., 2011