

# Übersicht und Vergleich der Ergebnisse von Verfahren zur Ermittlung des rückgestreuten Schalldruckpegels von dünnwandigen Strukturen im Fernfeld

Ralf Burgschweiger<sup>1</sup>, Ingo Schäfer<sup>2</sup>, Martin Ochmann<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin, E-Mail: [burgi@beuth-hochschule.de](mailto:burgi@beuth-hochschule.de)

<sup>2</sup> Forschungsbereich für Wasserschall und Geophysik (FWG) der WTD71, 24148 Kiel

## Einleitung

Zur Ermittlung des rückgestreuten Schalldruckpegels im Fernfeld werden in der Unterwasserakustik i.d.R. die nachfolgend aufgeführten Verfahren eingesetzt, welche im Frequenzbereich die Interaktion zwischen dem umgebenden Fluid und einer dünnwandigen Struktur sowie ggf. deren fluider Füllung berücksichtigen können:

- Finite-Element-Methode (FEM)
- Randelement-Methode (BEM)
- Strahlverfolgungsverfahren (Raytracing, RT)

Im Folgenden werden die wesentlichen Vor- und Nachteile sowie die Grenzen der Verfahren in der Akustik kurz aufgezeigt. Die mit Hilfe selbst implementierter Verfahren und eines kommerziellen Produkts erhaltenen Resultate für ein entsprechendes Modell werden, unter Verwendung einer festen Rechnerkonfiguration, vorgestellt und hinsichtlich Qualität, Genauigkeit und Lösungsaufwand bewertet.

Als Basis für die Vergleiche wurde eine einzelne Workstation der oberen Mittelklasse mit 20 CPU-Kernen, 2,8 GHz Taktfrequenz und 256 GB Hauptspeicher unter MS Windows (64 Bit) bzw. Linux (Ubuntu, 64 Bit) verwendet.

## Finite Element-Methode (FEM)

Die FEM ist ein numerisches Verfahren zur Berechnung des Verhaltens von fluiden oder elastischen Strukturen. Sie erfordert eine Zerlegung des betrachteten Gebiets und der Strukturen in dreidimensionale Volumenelemente („finite Elemente“), deren Größe primär von der betrachteten Frequenz abhängig ist.

Es ergibt sich dabei ein in der Ordnung von der Anzahl der Elemente, der physikalischen Eigenschaften und der erforderlichen Freiheitsgrade bestimmtes schwach besetztes Gleichungssystem („Sparse Matrix“), welches i.d.R. mit Hilfe iterativer Näherungsverfahren gelöst wird.

Vorteile der FEM:

- Verwendung unterschiedlicher physikalischer Bedingungen innerhalb der Gebiete möglich
- Verfügbarkeit vieler kommerzieller Produkte mit komfortablen Benutzerschnittstellen und flexiblen Einsatzmöglichkeiten
- Bereitstellung von Werten im „Inneren“ der betrachteten Objekte auch für inhomogene Materialien
- Ausnutzung von speziellen geometrischen Vorgaben zur Reduktion der Rechenzeiten, z.B. 2D-Rotationssymmetrie

Nachteile der FEM:

- Größe des Gleichungssystems und damit die Lösungszeit sind primär abhängig von der benötigten Elementgröße und wachsen i.d.R. sehr stark mit der Frequenz.
- Notwendigkeit des Vorhandenseins eines Gebiets („Außenraum“), welches die betrachteten Objekte vollständig umschließt und auch zerlegt werden muss. Dieses Gebiet wird zur Vermeidung von Reflektionen am Rand durch die Verwendung spezieller Volumenelemente (Perfectly Matched Layer, PML o.ä.) abgeschlossen.

## Randelement-Methode (BEM)

Die BEM ist ein numerisches Verfahren zur Berechnung von Randwertproblemen und benötigt nur die Ränder der betrachteten Objekte, die in entsprechende dreidimensionale Oberflächenelemente zerlegt werden, deren Größe ebenfalls primär von der geforderten Frequenz abhängt.

Dabei ergibt sich ein in der Ordnung von der Anzahl der Elemente bestimmtes voll besetztes Gleichungssystem aus komplexen Werten („Dense Matrix“), welches mit Hilfe von linearen Gleichungslösern oder iterativen Näherungsverfahren (z.B. GMRES) gelöst werden kann. Da dessen Größe mit dem Quadrat der Elementanzahl ( $\rightarrow$  Frequenz) wächst und die komplette Matrix dann häufig nicht mehr gespeichert werden kann, können die für die iterativen Verfahren benötigten Matrix-Vektor-Produkte auch durch schnelle Approximationsverfahren (Fast Multipole Methode, Source bzw. Panel Clustering) angenähert werden.

Abb. 1 zeigt eine Übersicht über die in der BEM verwendeten Lösungsmethoden bzw. Verfahrensvarianten.

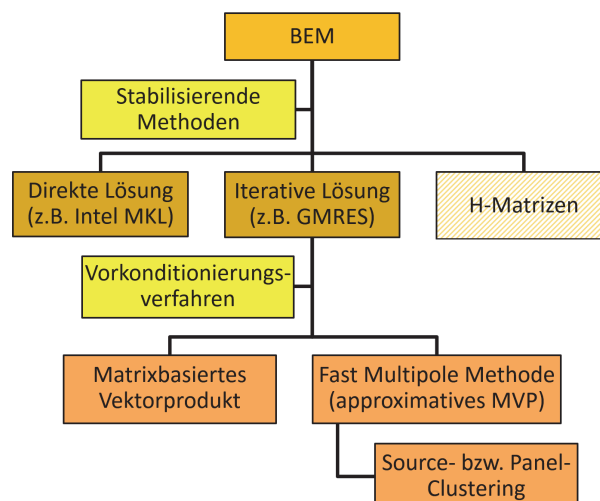


Abb. 1: Verfahrensvarianten in der BEM

Vorteile der BEM:

- Anzahl der Elemente im Verhältnis zur FEM niedriger
- Berechnung der Matrixkoeffizienten gut parallelisierbar
- „Wiederverwendbarkeit“ von faktorisierten Matrizen und damit kurze Lösungszeiten für mehrere rechte Seiten (→ monostatische Berechnungen)
- Keine Diskretisierung des Außenraums nötig, dieser ist in der Methode „enthalten“

Nachteile der BEM:

- Hoher Speicherbedarf und lange Rechenzeiten vor allem bei direkten Lösern
- Verwendung von elastischen Materialien z.B. bei gekoppelten Berechnungen benötigt die neunfache Menge an Koeffizienten gegenüber Fluiden und führt vor allem bei dünnen Strukturen häufig zu qualitativ schlechten Ergebnissen(→ Wellenlänge / Schalenstärke)
- im „Inneren“ sind nur homogene Materialien möglich
- Außenraumprobleme besitzen sog. „Innenraum-Resonanzen“ und erfordern zusätzliche stabilisierende numerische Maßnahmen (Burton-Miller-Verfahren, Dual Surface oder CHIEF-Methode)

**Indirekte Randelement-Methode (IBEM)**

Die indirekte Randelementmethode ist ein Sonderfall der BEM und speziell für die Anwendung bei dünnen Strukturen geeignet. Während die konventionelle BEM quasi zwei Oberflächen (unter Berücksichtigung der Schalenstärke) benötigt, arbeitet dieses Verfahren mittels Druckdifferenzen und erfordert nur eine Fläche (vgl. Abb. 2 und 3).

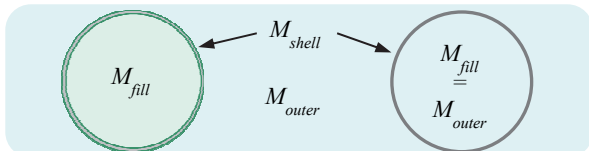


Abb. 2: „doppelte“ Oberfläche bei der konventionellen BEM

Abb. 3: „einfache“ Oberfläche für die indirekte BEM

Damit lässt sich die Anzahl der Elemente deutlich reduzieren, allerdings muss das umgebende Material identisch mit dem Füllmaterial und die Schale dünn bezogen auf die im Verhältnis zur Größe der Struktur sein. Die indirekte BEM lässt sich in Kombination mit einer Trägheitskopplung als Näherung für fluide Schalen-Materialien einsetzen [6] und wurde so auch im vorliegenden Beitrag verwendet.

**Raytracing-Verfahren (z.B. BEAM)**

Das hier verwendete Raytracing-Verfahren ermittelt unter Verwendung einer einfallenden ebene Welle die auf eine Struktur treffenden „Start“-Strahlen und berechnet unter Berücksichtigung schalenspezifischer Materialparameter die Reflexions- und Transmissionsfaktoren mittels [1] bzw. [2], welche zur Erzeugung neuer und bis zu einem gegebenen Level rekursiv weiter verfolgten „Kinder“-Strahlen verwendet werden (Abb. 4 und 5).

Die mathematischen und physikalischen Grundlagen des Verfahrens wurden u.a. in [3] vorgestellt, die Implementierung und Ergebnisse in [4] und [5].

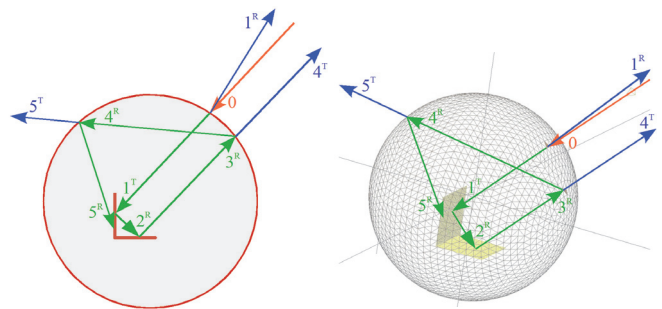


Abb. 4: 2D-Strahlverfolgung bis Level 5

Abb. 5: 3D-Strahlverfolgung bis Level 5

Vorteile von BEAM:

- Hohe Rechengeschwindigkeit bei relativ niedrigem Speicherbedarf
- Verwendung mehrfacher Schichten und beliebiger Materialkombinationen möglich
- Speziell für mittlere und hohe Frequenzen geeignet, wobei die Diskretisierung der Strukturen hier kaum frequenzabhängig ist, sondern primär deren Geometrie hinreichend gut abbilden muss

Nachteile von BEAM:

- Liefert bei stark in sich gekrümmten Flächen bzw. Elementen qualitativ schlechtere Ergebnisse, da die verwendete Strahlentheorie auf ebenen Oberflächen beruht
- Bei konkaven Strukturen werden die Abweichungen aufgrund des bei flachen Winkeln größer, da mehr „Kinder“-Strahlen berücksichtigt werden müssen
- Liefert als approximatives Verfahren nur Schalldruckwerte im Fernfeld, d.h., keine oberflächen-spezifischen Werte
- Kanteneffekte wie z.B. Beugung können derzeit nicht berücksichtigt werden

Weitere Raytracing-Verfahren, die hier nicht betrachtet wurden, verwenden eine andere Art der Strahlenbildung und -verfolgung, wobei an einem Auftreffpunkt z.B. mehrere neue Strahlen erzeugt und weiter verfolgt werden.

**Verwendetes Modell**

Zum Vergleich wurde ein Modell verwendet, welches innerhalb akzeptabler Rechenzeiten verwendbare Resultate mit den angesprochenen Verfahren liefert. Es besteht aus einem Kegel mit Radius und Länge von 1 m, womit sich ein Winkel von 90° an der Spitze ergibt (Abb. 6). Die Vorderseite des Kegels ist als Stahlshale mit einer Stärke von 5 mm modelliert, während die Rückseite schallhart abgeschlossen ist. Im Inneren und außen befindet sich Wasser.

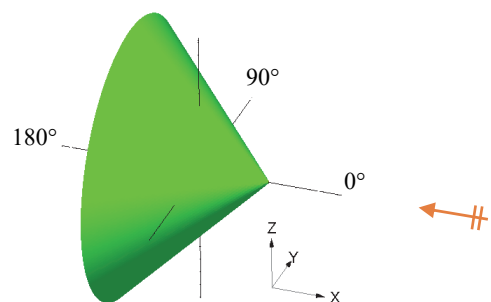


Abb. 6: Kegel-Modell mit Schallquelle (Ebene Welle)

Dieses Modell hat den Vorteil, dass es zur FEM-Berechnung bei Schalleinfall in Richtung der Kegelachse als 2D-Rotationskörper modelliert werden kann und somit Speicherbedarf sowie Rechenzeit deutlich reduziert werden können.

Zusätzlich stellt es eine Herausforderung für das Raytracing-Verfahren dar, da sich abhängig vom Transmissionsgrad der Kegelschale aufgrund der gegebenen Winkel sehr viele Transmissions- bzw. Reflexionspfade ergeben (Abb. 7).

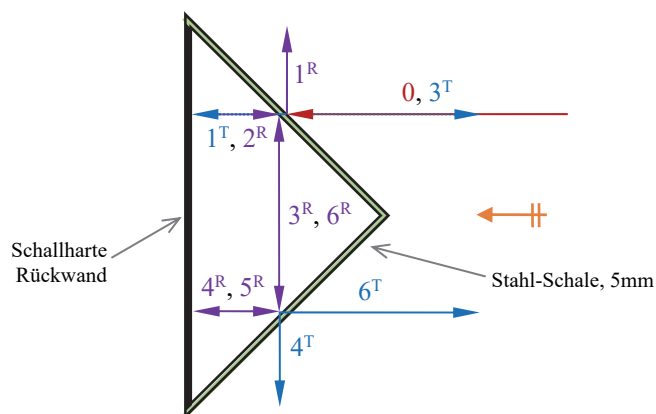


Abb. 7: Strahlenpfade am / im Kegel (hier bis Level 6)  
rot: Start, blau: transmittierte, violett: reflektierte Strahlen

## Ergebnisse

In allen Grafiken wird der normierte Schalldruckpegel in 1 m Abstand, auch als Zielmaß [in dB] bezeichnet, dargestellt. Gerechnet wurde im Fernfeld in einem Abstand von 10 km. Soweit verfügbar gibt  $t_{sol}$  die ungefähre Lösungszeit an.

### Unterer Frequenzbereich, $f = 1.500$ Hz

Abb. 8 zeigt das Ergebnis für den Kegel bei einer Frequenz von  $f = 1,5$  kHz für die verschiedenen Verfahren (bistatisch).

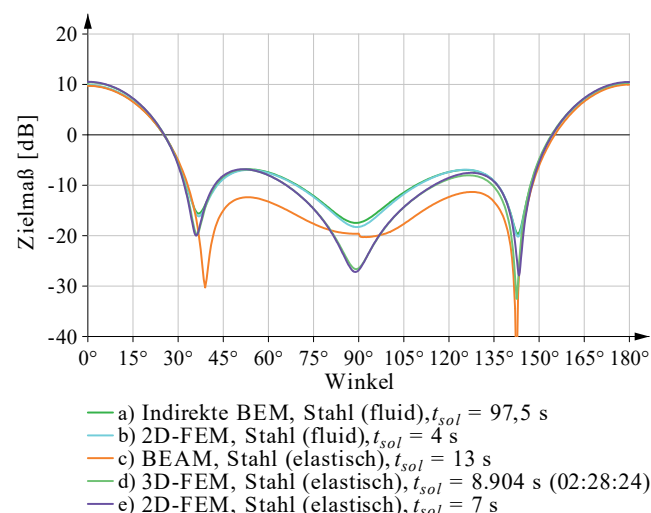


Abb. 8: Zielmaß des Kegels für  $f = 1,5$  kHz

Bei dem „fluiden“ Stahl ist eine sehr gute Übereinstimmung für die indirekte BEM und die 2D-FEM zu erkennen. Bei dem elastischen Stahl sind zwischen der 2D- und 3D-FEM erwartungsgemäß kaum Differenzen vorhanden, das BEAM-Verfahren weicht in diesem Frequenzbereich stärker ab (ca. 5...10 dB), während die Maxima bei  $0^\circ$  und  $180^\circ$  bei beiden Materialvarianten und allen Verfahren fast gleich sind.

### Mittlerer Frequenzbereich, $f = 7.600$ Hz

Abb. 9 zeigt das Ergebnis für den Kegel bei einer Frequenz von  $f = 7,6$  kHz für die verschiedenen Verfahren (bistatisch).

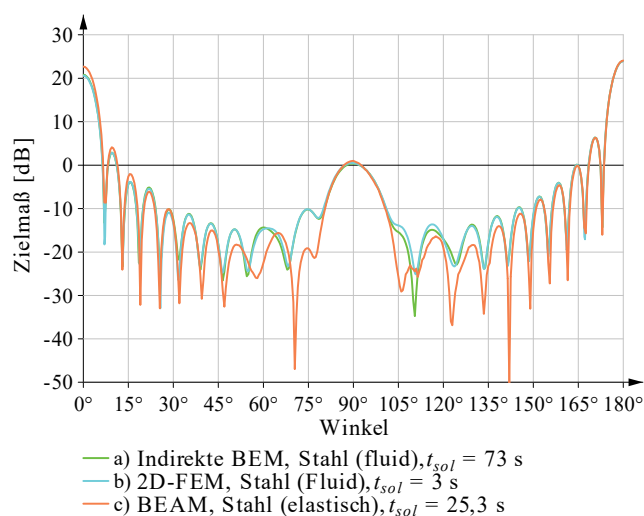


Abb. 9: Zielmaß des Kegels für  $f = 7,6$  kHz

Auch hier ist bei dem „fluiden“ Stahl eine sehr gute Übereinstimmung für die IBEM und die 2D-FEM zu erkennen, während das BEAM-Verfahren immer noch stärker abweicht (ca. 5...10 dB). Eine 3D-FEM-Berechnung war für diese Frequenz nicht mehr möglich.

### Frequenzsweep für $f = 1$ kHz bis 10 kHz

Abb. 10 zeigt das Ergebnis für einen Frequenzsweep für den Bereich von  $f = 1 \dots 10$  kHz ( $\Delta f = 20$  bzw. 50 Hz) am monostatischen Feldpunkt bei  $[10.000 | 0 | 0]$  m.

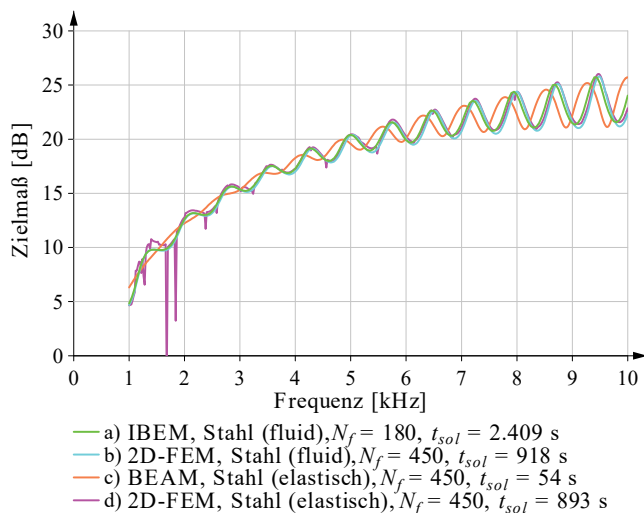


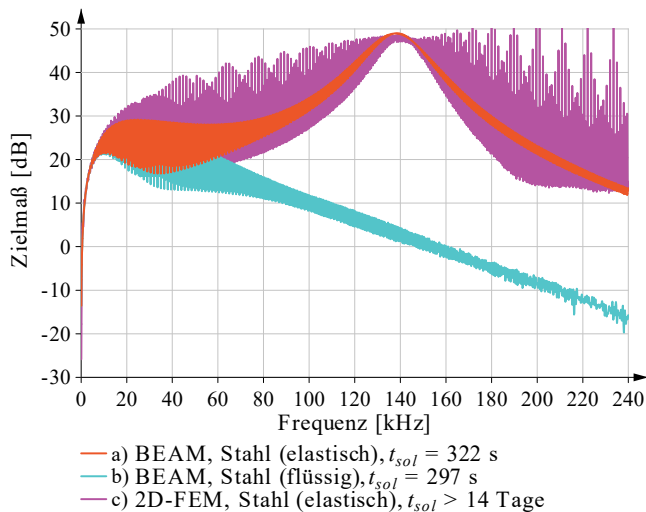
Abb. 10: Zielmaß des Kegels für  $f = 1 \dots 10$  kHz am monostatischen Feldpunkt

Während zwischen der IBEM und 2D-FEM nur geringe Unterschiede zu erkennen sind, zeigt sich bei der BEAM-Methode eine konstante Frequenzverschiebung von ca. 200 Hz, deren Ursache noch nicht geklärt werden konnte.

Wird für die 2D-FEM elastischer Stahl verwendet, so werden im unteren Frequenzbereich Resonanzerscheinungen erkennbar, die mit steigender Frequenz abnehmen und die das BEAM-Verfahren nicht ermitteln kann. Ansonsten ist der Schallpegel dem des fluiden Stahls sehr ähnlich.

### Frequenzsweep für $f = 100$ Hz bis 240 kHz

Abb. 11 zeigt das Ergebnis für einen Frequenzsweep für den großen Bereich von  $f = 100$  Hz ... 240 kHz ( $\Delta f = 100$  Hz,  $N_f = 2.400$ ), ebenfalls am monostatischen Feldpunkt.



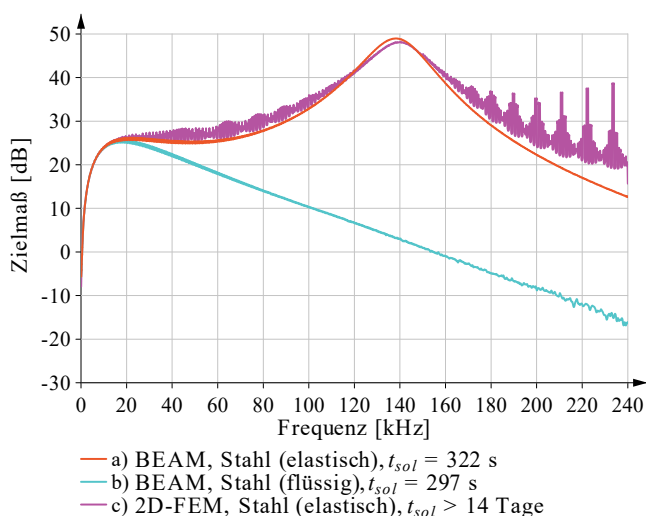
**Abb. 11:** Zielmaß des Kegels für  $f=100$  Hz ... 240 kHz am monostatischen Feldpunkt

Hier zeigt sich verstärkt die Auswirkungen der Scherwelle im elastischen Stahl, um 137 kHz wird ein Maximum (quasi „Transparenz“) erkennbar. Weiterhin zeigt sich bei allen Varianten, dass bei diesem Modell bereits kleine Frequenzschwankungen von ca.  $\pm 200$  Hz z.T. große Amplitudenschwankungen von bis zu  $\pm 15$  dB bewirken können.

Man beachte hier die benötigte Rechenzeit für die 2D-FEM, die trotz der Verwendung von angepassten Diskretisierungen für einzelne Abschnitte des Frequenzbereichs doch sehr hoch im Vergleich zum BEAM-Verfahren ist.

### Frequenzsweep für $f = 100$ Hz bis 240 kHz (gemittelt)

Werden, wie in der Praxis üblich, die o.a. Pegelwerte zum Ausgleich der Schwankungen über max.  $\pm 400$  Hz gemittelt, so ergibt sich der Verlauf in Abb. 12, aus welcher die gute Übereinstimmung zwischen dem BEAM-Verfahren und der 2D-FEM vor allem im unteren Bereich deutlicher zu erkennen ist.



**Abb. 12:** gemitteltetes Zielmaß ( $\pm 400$  Hz) des Kegels für  $f = 100$  Hz ... 240 kHz am monostatischen Feldpunkt

Bei der 2D-FEM sind im oberen Bereich ab 160 kHz trotz in der Mittelung noch starke periodische Schwankungen vorhanden.

### Zusammenfassung und Ausblick

Die vorgestellten Resultate bestätigen die in der Einleitung aufgeführten Eigenheiten der verschiedenen Verfahren. Insgesamt lässt sich sagen, dass vor allem für den monostatischen Fall, der in der Unterwasserakustik meist der interessanteste ist, die Resultate aller Verfahren gut übereinstimmen und damit die Verwendung der „schnelleren“ Verfahren wie IBEM und vor allem BEAM für die vorgestellte Art von Modellen sinnvoll ist.

Es zeigte sich dabei insbesondere bei der Verwendung von elastischen Materialien eine starke Varianz bzw. Empfindlichkeit der Schalldruckpegel bei geringen Frequenzänderungen bzw. Änderungen am Modellaufbau.

Soweit möglich sollte daher immer eine Mittelung über mehrere benachbarte Frequenzen in einem Bereich von rund  $\pm 5 \dots 10\%$  um die gewünschte Mittenfrequenz erfolgen.

Für die Zukunft ist die Implementierung und Erprobung eines kombinierten Verfahrens aus der BEM und einer 3D-FEM für Schalenelemente ohne gesonderte Zwischenschritte und unter Verwendung der vorhandenen BEM-spezifischen Elementierung geplant, um die Limitierung des BEAM-Raytracing-Verfahrens speziell bei konkaven Strukturen und im unteren Frequenzbereich umgehen zu können.

Weiterhin wäre noch die Frequenzverschiebung zwischen den IBEM- bzw. 2D-FEM-Ergebnissen und dem BEAM-Verfahren bei den Frequenzsweeps zu untersuchen.

### Literatur

- [1] Brekhovskikh, L.M.: Waves in Layered Media, Academic Press, N.Y. 1960
- [2] Wittek, G.: Schalltransmission bei Platten und ebenen Schichtstrukturen, ATLAS Elektronik GmbH, Bremen, 2006
- [3] I. Schäfer, R. Burgschweiger und B. Nolte: „BEAM Teil I: Mathematisch-physikalische Grundlagen eines strahlenbasierten Lösers zur approximativen Ermittlung der Schallrückstreuung dünnwandiger Objekte“, DAGA 2014, Oldenburg, Deutschland
- [4] R. Burgschweiger, I. Schäfer, M. Ochmann und B. Nolte: „BEAM, Teil II: Implementierung und Ergebnisse“, DAGA 2014, Oldenburg, Deutschland
- [5] R. Burgschweiger, I. Schäfer, M. Ochmann und B. Nolte: „Implementierung eines Analyseverfahrens zur Ermittlung pegelrelevanter Bereiche von Strukturen innerhalb von dünnwandigen Körpern unter Verwendung des Raytracing-Lösers BEAM“, DAGA 2015, Nürnberg, Deutschland
- [6] R. Burgschweiger, I. Schäfer und M. Ochmann: „Implementation and results of a mass inertia coupling as an extension of the BEM for thin shells“, 22<sup>nd</sup> International Congress on Sound and Vibration (ICSV22), Juli 2015, Florenz, Italien