Numerische Untersuchungen zur akustischen Wirkung diskreter Strukturänderungen mittels der Strukturintensität

Clarissa Schaal[1], Johannes Ebert[2], Christian Adams[1], Joachim Bös[1], Tobias Melz[1]

[1] *TU Darmstadt, Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM, 64289 Darmstadt*

E-Mail: schaal@szm.tu-darmstadt.de

[2] *Strukturdynamik und -analyse, BMW Group, 80788 München*

Motivation und Forschungsfrage

Die numerische Berechnung der Strukturintensität (STI) liefert den Energiefluss des Körperschalls in festen Strukturen [1]. Ihre Analyse ermöglicht beispielsweise die Identifizierung von Orten auf einer Struktur, an denen sich für das Strukturverhalten maßgebliche Energiepfade befinden. Die Energieflussanalyse zeigt somit, auf welchem Weg Körperschall in stark schwingende Bereiche gelangt. Dieses Wissen erweitert das Verständnis über das Strukturverhalten. Darauf basierend wird am Fachgebiet SzM untersucht, wie die STI als eine Methode für „design to acoustics“ verwendet werden kann. „Design to acoustics“ bezeichnet Methoden zur systematischen Auslegung mechanischer oder mechatronischer Systeme auf eine akustische Zielgröße.

Impedanzsprünge, umgesetzt durch Strukturmodifikationen, führen zu einer Änderung des Strukturverhaltens und können damit in einer globalen Schwingungsminderung sowie in einer verringerten Schallabstrahlung resultieren. Erste Untersuchungen [2] haben gezeigt, dass lokale Impedanzerhöhungen durch Federn und Punktmassen auf einer gelenkig gelagerten Rechteckplatte an Orten maximaler Flussdichte (Betrag der STI) die äquivalente abgestrahlte Schallleistung (ERP) in den meisten Frequenzen, für die die Impedanzerhöhung ausgelegt wurde, senkt. Die ERP ist eine Vereinfachung der Schallleistung, da sie den Abstrahlgrad auf Eins setzt [3]. Damit ist sie eine strukturbasierte, akustische Größe. Die Strukturmodifikationen in [2] werden auf einer Fläche von 300 FE-Elementen durchgeführt, was $5{,}6\,\%$ der Gesamtplattenfläche entspricht. Da die ERP nicht in allen Frequenzen gesenkt wird, wird in diesem Beitrag der Frage nachgegangen, wie sich die flächenmäßige Ausdehnung der Strukturmodifikationen auf die ERP auswirkt. Es wird untersucht, welche flächenmäßige Ausdehnung der Strukturmodifikationen die ERP global, das heißt in allen Frequenzen, maximal senkt.

Strukturintensität (STI)

Die STI berechnet sich aus dem Produkt von Spannungstensor $\boldsymbol{S}(t)$ und Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$

$$\vec{I}_S(t) = -\boldsymbol{S}(t) \cdot \vec{v}(t) \tag{1}$$

und ist somit ein Vektorfeld. Die korrespondierende Berechnung im Frequenzbereich lautet

$$\underline{\vec{I}}_S(f) = -\frac{1}{2} \cdot \underline{\boldsymbol{S}}(f) \cdot \underline{\vec{v}}^*(f). \tag{2}$$

Die Unterstriche zeigen an, dass es sich um komplexe Größen handelt, und das Asterisk (*) markiert konjugiert komplexe Größen. Der Faktor $1/2$ resultiert aus der Verwendung von Spitzenwerten statt Effektivwerten. Der Zusammenhang zwischen den STI-Berechnungen im Zeit- und Frequenzbereich ergibt sich durch die zeitliche Mittelung der Gleichung (1)

$$\left\langle \vec{I}_S(t) \right\rangle = \mathrm{Re}\left(\underline{\vec{I}}_S(f) \right). \tag{3}$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite in Gleichung (3) wird aktive STI genannt. Die aktive STI beinhaltet die Energie der Wanderwellen und stellt damit den Energiefluss im Frequenzbereich dar. Im Folgenden bezeichnet „STI“ die aktive STI. Die Flussdichte FD der STI

$$FD = \left\| \mathrm{Re}\left(\underline{\vec{I}}_S(f) \right) \right\|_2 \tag{4}$$

beschreibt die Energiemenge, die an jedem Punkt einer Struktur fließt. In diesem Beitrag werden nur STI-Verläufe dünnwandiger Strukturen gezeigt. In solchen Strukturen kann der Energiefluss in Dickenrichtung vernachlässigt werden, weshalb der Energiefluss über die Dicke integriert wird [1]. Das führt dazu, dass die STI in dünnwandigen Strukturen anstatt der in Volumenstrukturen üblichen Einheit W/m^2 die Einheit W/m besitzt.

Anhand der Analogie zu einem harmonisch schwingenden Einmassenschwinger lässt sich die Interpretation des Energieflusses einfach visualisieren. Daran kann gezeigt werden, dass die STI die Energie der Wanderwellen beschreibt. Abbildung 1 zeigt einen solchen Einmassenschwinger sowie den Verlauf der Verschiebung u im eingeschwungenen Zustand in einer Schwingperiode. Im eingeschwungenen Zustand kann

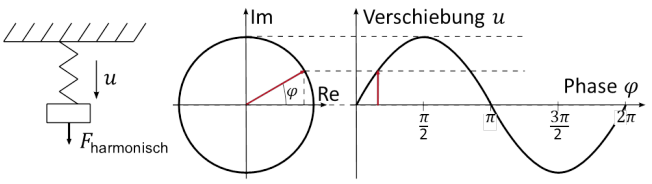

Abbildung 1: Verschiebung u eines Einmassenschwingers in einer Schwingperiode $(0 - 2\pi)$.

die Verschiebung jeder anderen Struktur ebenso wie beim Einmassenschwinger in Abhängigkeit von der Phasenlage betrachtet werden. Da reale Strukturen wie eine Platte mehr als einen Freiheitsgrad besitzen, ist die Darstellung mit einer Kurve allerdings nicht mehr möglich. In Abbildung 2 ist links die Verschiebung u_z einer Platte bei einer harmonischen Anregung für vier Phasenlagen dargestellt. Rechts ist die zugehörige STI gemäß Gleichung (3) zu sehen. Hierbei gibt die Farbskala die Flussdichte FD der STI gemäß Gleichung (4)

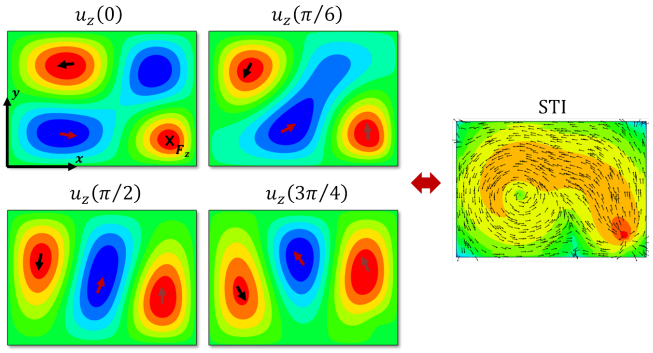

Abbildung 2: Verschiebung u_z einer Platte in verschiedenen Phasenlagen einer Schwingperiode sowie die zugehörige STI im eingeschwungenen Zustand.

an und die Pfeile die Richtung des Energieflusses. Die eingezeichneten Pfeile in den Verschiebungsbildern zeigen an, wie sich die „Schwingungsberge“ und „-täler“ innerhalb einer Schwingperiode auf der Struktur verschieben. Es ist zu erkennen, dass die STI eben diese Wanderung der „Schwingungsberge“ und „-täler“ in einer Schwingperiode darstellt, sie somit die Energie der Wanderwellen beschreibt.

Untersuchungsmethode

Die Untersuchungsmethode besteht aus 9 Arbeitsschritten, die nacheinander durchgeführt werden. Die einzelnen Schritte sind in Abbildung 3 zusammengefasst. Ausgangsbasis der Methode ist das FE-Modell der Struktur, an dem die Parameterstudien durchgeführt werden sollen. Die Ausgangsversion des Modells wird nachfolgend Original-Modell genannt. In Schritt 1 wird eine Modalanalyse des Modells durchgeführt, um die Eigenfrequenzen zu bestimmen. In Schritt 2 werden harmonische Analysen durchgeführt. Die Anregung erfolgt dabei nacheinander an den Eigenfrequenzen. Die Schallabstrahlung einer Struktur ist in den Eigenfrequenzen deutlich höher als in den Zwischenfrequenzen. Daher werden alle Untersuchungen in den Eigenfrequenzen durchgeführt. In Abbildung 3 sind zur Visualisierung in den Schritten 2–6 beispielhaft die drei Anregungsfrequenzen 2, 8 und 9 selektiert. In den Schritten 3 und 4 wird im Post-Processing der harmonischen Analysen für jede Anregungsfrequenz die STI berechnet bzw. analysiert. Die Analyse der STI im 4. Schritt definiert die Orte auf der Struktur, an denen Modifikationen vorgenommen werden sollen. Dazu wird im Original-Modell für jede Anregungsfrequenz ein Set mit Elementen und Knoten erstellt. Details zur in diesem Beitrag vorgestellten STI-Analyse sind in Abschnitt Parameterstudien zu finden. Für jede Anregungsfrequenz, nachfolgend „Auslegungsmode“ genannt, werden anschließend die Schritte 5–8 durchlaufen: Am Ort des in Schritt 4 erstellten Sets wird in Schritt 5 eine Modifikation der Struktur vorgenommen, indem lokal die Impedanz erhöht wird. Dazu werden auf den Knoten des Sets Punktmassen und zwischen den Knoten eines Elements Federn appliziert. Die Impedanzerhöhung durch die Massen und Federn wird im Folgenden „MaF-Applikation“ genannt. Da die STI in jeder Anregungsfrequenz unterschiedlich ist, unterscheiden sich ebenfalls die erstellten Sets. Somit unterscheiden sich auch die modifizierten Modelle in allen Auslegungsmoden voneinander. Durch die zusätzliche Masse und Steifigkeit verschieben sich die Eigenfrequenzen. Für eine sinnvolle Bewertung der Auswirkung der Strukturänderung in einer Auslegungsmode ist es notwendig, gleiche Eigenfrequenzen (Reihenfolge) miteinander zu vergleichen (z.B. die 2. mit der 2. und die 3. mit der 3.) und nicht gleiche Frequenzen. Wenn sich eine Eigenfrequenz verschiebt, liegt die Original-Eigenfrequenz im modifizierten Modell automatisch in einem Bereich niedriger Schallabstrahlung. Daher werden in Schritt 6 erneut eine Modalanalyse und in den Schritten 7 und 8 die harmonische Analyse bzw. die STI-Berechnung durchgeführt. Im letzten Schritt werden für alle Anregungsfrequenzen die modifizierten Modelle mit dem Original-Modell verglichen. Zunächst werden die Eigenfrequenzen verglichen, um zu überprüfen, wie stark die Modifikation die Eigenfrequenzen verschiebt. Anschließend wird die ERP verglichen, um zu überprüfen, ob durch die Modifikation die Schallabstrahlung gesunken oder gestiegen ist.

Parameterstudien

Es werden zwei Parameterstudien durchgeführt, um die Forschungsfrage, welche flächenmäßige Ausdehnung von Strukturmodifikationen die ERP maximal senkt, zu beantworten. In beiden Parameterstudien werden die Massen und Federn auf den Elementen mit der höchsten Flussdichte appliziert. Der Unterschied liegt im Kriterium, welches die zu berücksichtigenden Elemente auswählt und damit die Elementanzahl. In der ersten Parameterstudie wird die Fläche der MaF-Applikation in Bezug zur Gesamtfläche A_{ges} variiert. Die MaF-Applikation erfolgt somit auf den Elementen mit den höchsten FD-Werten, die $X\,\%$ der Gesamtfläche ausmachen. Dabei wird X im Bereich $0{,}1\,\% \leq X \leq 20\,\%$ verändert. In der zweiten Parameterstudie wird die Fläche der MaF-Applikation in Bezug zur maximalen Flussdichte der STI FD_{max} variiert. Das bedeutet, dass auf allen Elementen, deren FD-Wert $X\,\%$ der maximalen Flussdichte erreicht, die Massen und Federn appliziert werden. Dabei wird X im Bereich $40\,\% \leq X \leq 95\,\%$ variiert.

Wie bereits beschrieben, wird in Schritt 4 der Untersuchungsmethode (Abbildung 3) für jede Auslegungsmode ein Set mit den Elementen erstellt, die die Kriterien der Parameterstudien erfüllen. In Schritt 5 wird anschließend die MaF-Applikation auf dieses Set aufgebracht. In Abbildung 4 sind für beide Parameterstudien beispielhaft die resultierenden Sets für zwei verschiedene Auslegungsmoden dargestellt. Konkret sind für die Auslegungsmoden 8 und 9 die Sets von $X = 10\,\%$ von A_{ges} für die Parameterstudie 1 bzw. $X = 20\,\%$ von FD_{max} für die Parameterstudie 2 abgebildet. Es ist zu erkennen, dass sich in Parameterstudie 1 die Sets in den verschiedenen Auslegungsmoden bei gleichem X in der Form unterscheiden, aber die gleiche Größe aufweisen (Abbildung 4 – links). In der Parameterstudie 2 unterscheiden sich bei gleichem X – bedingt durch verschiedene Flussdichte-Verteilungen in jeder Mode – sowohl die Form als auch die Größe (Abbildung 4 – rechts). In beiden Fällen steigt die flächenmäßige Ausdehnung der Strukturmodifikationen mit größer werdendem X an.

Teststrukturen

Die Untersuchungen werden an zwei verschiedenen Modellen durchgeführt – zum einen am Plattenmodell aus Abbildung 3

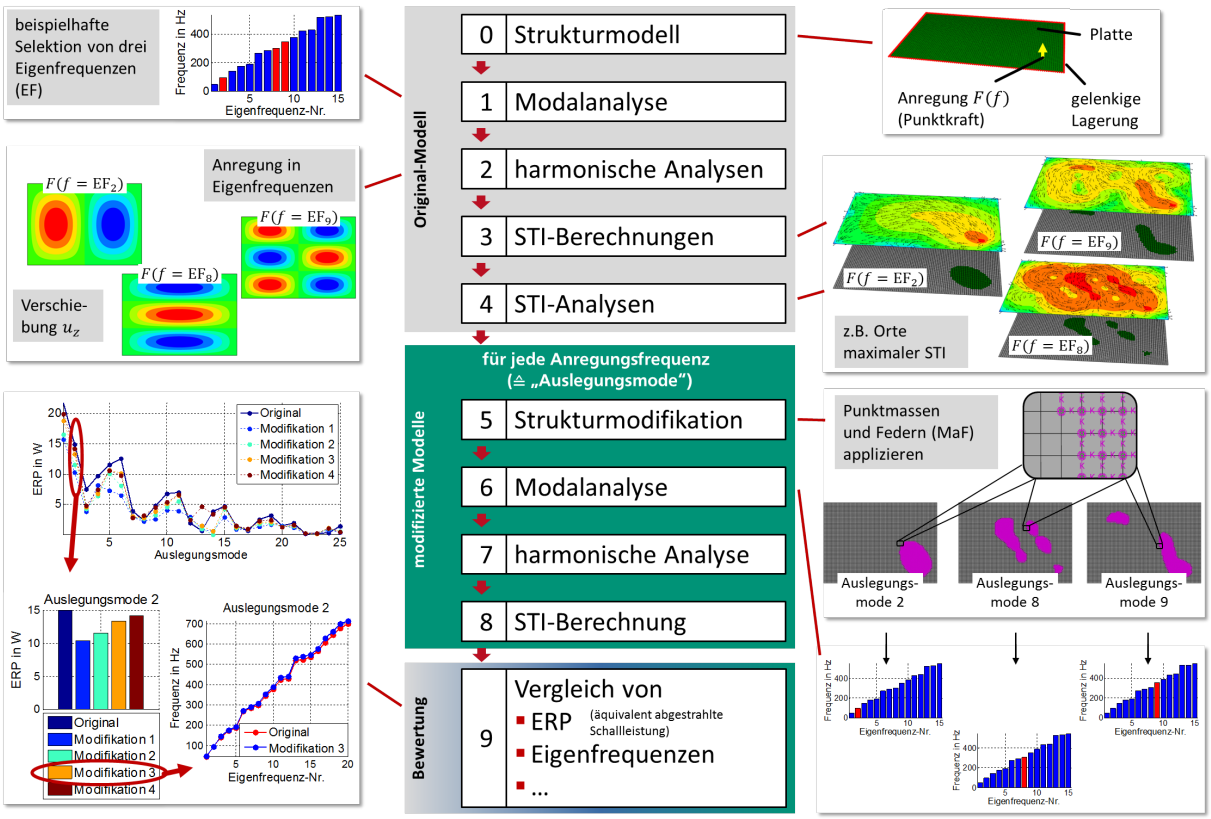

Abbildung 3: Prinzipdarstellung der Untersuchungsmethode.

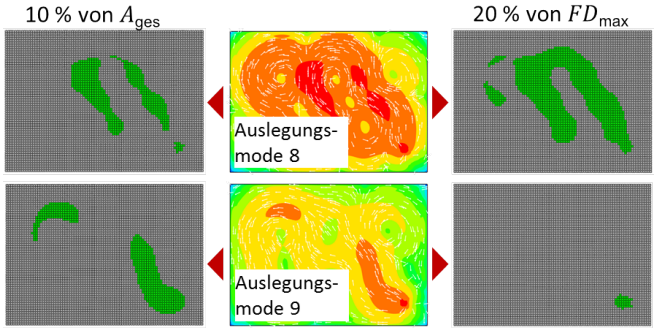

Abbildung 4: Beispielhafte Darstellung resultierender Sets für zwei Auslegungsmoden beider Parametervariationen.

und zum anderen am Modell einen Gepäckraumbodens, das in Abbildung 5 zu sehen ist. Das Plattenmodell besitzt die Ab-

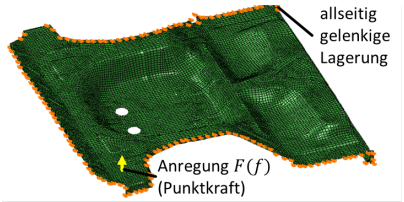

Abbildung 5: Modell des Gepäckraumbodens.

messungen $(870 \times 620 \times 5)$ mm. Der Gepäckraumboden hat in Breiten- und Längenrichtung die maximalen Abmessungen von $(1{,}4 \times 1{,}5)$ m sowie eine Dicke von $0{,}7$ mm. Beide Modelle sind aus Stahl und werden in den ersten 25 Eigenfrequenzen mit einer Kraft von 1 N angeregt. Aufgrund der Modellkrümmungen weist die STI beim Gepäckraumboden ausgeprägtere Pfade als bei der Platte auf. Durch den Vergleich der Ergebnisse beider Modelle kann untersucht werden, welchen Einfluss ausgeprägte Energiepfade und damit Krümmungen auf das Absenken der ERP durch die Strukturmodifikationen haben. Bei beiden Modellen wird über die Punktmassen eine Gesamtmasse von 1 kg aufgebracht. Bei der Platte entspricht das $4{,}7\,\%$ der Plattenmasse und beim Gepäckraumboden einer Masseerhöhung um $12{,}1\,\%$. Die zusätzliche Gesamtsteifigkeit, die über die Federn aufgebracht wird, beträgt in beiden Modellen $3{,}45 \cdot 10^6$ N/m pro Koordinatenrichtung. Die Zusatzmasse und Zusatzsteifigkeit sind so aufeinander abgestimmt, dass sich die Eigenfrequenzen der Modelle durch die Strukturmodifikationen kaum ändern. Das Aufbringen einer konstanten Gesamtmasse und Gesamtsteifigkeit durch die MaF-Applikation bedeutet, dass die Masse der einzelnen Punktmassen bzw. die Steifigkeit der einzelnen Federn mit zunehmender Applikationsfläche sinkt.

Ergebnisse

Der Vergleich der ERP der modifizierten Plattenmodelle mit der ERP des Original-Modells ist für die Parameterstudien 1 und 2 in der Abbildung 6 bzw. Abbildung 7 dargestellt. Es zeigt sich, dass die ERP in niedrigen Auslegungsmoden (1–7) bei sehr kleinen Modifikationsflächen stark erhöht wird und bei größeren Modifikationsflächen gesenkt wird. „Sehr kleine" Modifikationsflächen bezieht sich im Fall der Parameterstudie 1 auf $0{,}1 - 0{,}5\,\%$ von A_{ges} und im Fall der Parameterstudie 2 (in den meisten Auslegungsmoden) $40 - 70\,\%$

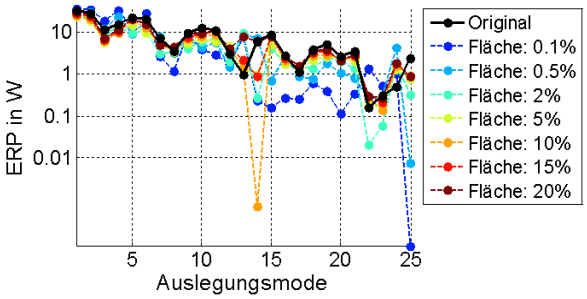

Abbildung 6: Vergleich der ERP der modifizierten Plattenmodelle mit der ERP des Original-Modells für die Parameterstudie 1.

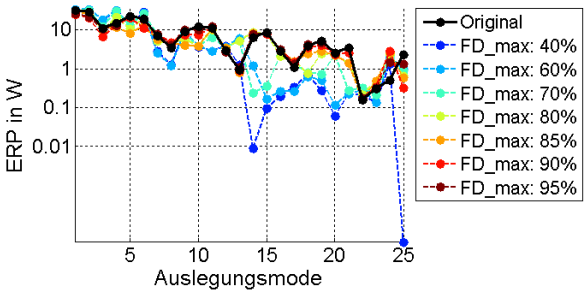

Abbildung 7: Vergleich der ERP der modifizierten Plattenmodelle mit der ERP des Original-Modells für die Parameterstudie 2.

von $FD_{\max}$. Bei höheren Auslegungsmoden (ab 13) wird die ERP fast unabhängig von der Modifikationsfläche gesenkt. Bei kleineren Modifikationsflächen ist diese Tendenz stärker ausgeprägt. In zwei Auslegungsmoden (13 und 24) führt keine der untersuchten Strukturänderungen zu einer ERP-Senkung.

Für das Modell der Platte lässt sich global, das heißt für alle Auslegungsmoden, keine gültige Regel ableiten, welche flächenmäßige Ausdehnung die ERP maximal senkt – weder für einen Bezug der Applikationsfläche in Bezug zur Gesamtfläche (Parameterstudie 1) noch für einen Bezug zur maximalen Flussdichte (Parameterstudie 2). In beiden Parameterstudien unterscheidet sich der Einfluss einer zunehmenden Fläche der Modifikation auf die ERP. Dies lässt sich anhand Abbildung 8 zeigen, wo der ERP-Vergleich der Parameterstudie 1 für zwei Auslegungsmoden als Balkendiagramm zu sehen ist. So ist zu erkennen, dass für die Auslegungsmode 4 die optimale Modifikationsfläche, für die die ERP maximal gesenkt wird, bei ca. 10 % liegt. Darunter und darüber ist die ERP höher. Für die Auslegungsmode 18 hingegen sollte die Modifikationsfläche möglichst klein gewählt werden.

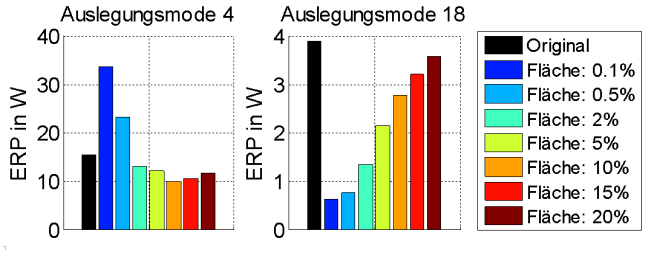

Abbildung 8: Vergleich der ERP der Plattenmodelle aus Parameterstudie 1 für zwei Auslegungsmoden.

Am Gepäckraumboden wird lediglich die Parameterstudie 2 durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 9 dargestellt. Es zeigt sich, dass global in wesentlich weniger Auslegungsmoden die ERP durch die Strukturmodifikationen gesenkt wird. Die ERP des Original-Modells (schwarze Kurve) ist selten höher als die der modifizierten Modelle (farbige Kurven). In vielen Auslegungsmoden führt keine der MaF-Applikationen zu einer ERP-Reduktion. Die Erwartung, dass die Methode der Applikation lokaler Impedanzsprünge anhand der STI zur Senkung der ERP an gekrümmten Strukturen besser funktioniert, bestätigt sich im untersuchten Parameterraum somit nicht. Abbildung 10 zeigt den ERP-Vergleich detaillierter für die Auslegungsmoden 10 und 11. In beiden Moden unterscheidet sich der Einfluss, den eine zunehmende Applikationsfläche auf die ERP hat. Somit lässt sich wie bei der Platte für einen Bezug der Applikationsfläche zur maximalen Flussdichte keine globale – für alle Auslegungsmoden geltende – Regel ableiten, welche flächenmäßige Ausdehnung die ERP maximal senkt.

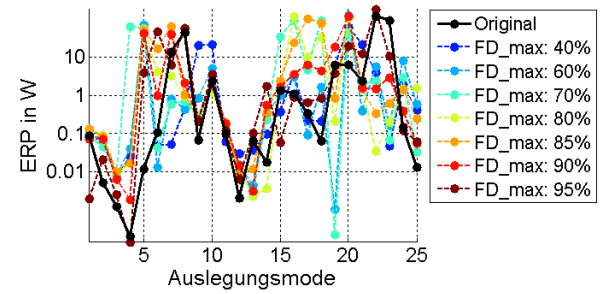

Abbildung 9: Vergleich der ERP der modifizierten Gepäckraumboden-Modelle mit der ERP des Original-Modells für die Parameterstudie 2.

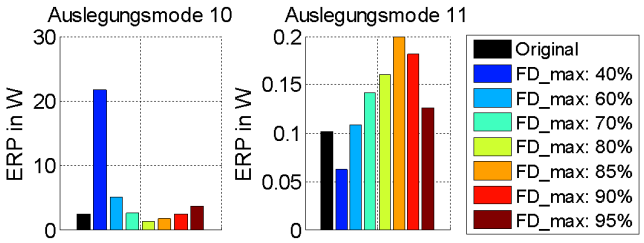

Abbildung 10: Vergleich der ERP der Gepäckraumboden-Modelle aus Parameterstudie 2 für zwei Auslegungsmoden.

Literatur

[1] Hanselka, H. u. Bös, J.: Kap. Maschinenakustik. In: Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau, (Grote, K.-H. u. Feldhusen, J., Hrsg.), Springer-Verlag, Berlin, 24. Auflage, 2014

[2] Schaal, C., Ebert, J., Bös, J. u. Melz, T.: Analyse der Strukturintensität in akustisch verbesserten Strukturen. In: DAGA 2015. (2015), 830–833

[3] Zeller, P., Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden. 2009.