Lärmarme Konstruktion mit orthotropen Faserverbundwerkstoffen – Analytische Betrachtung unter Verwendung des Mehrpols

Sebastian Regner[1], Stefan Sentpali[2]

[1] *thyssenkrupp Steering, 9492 Eschen, E-Mail: Sebastian.Regner@thyssenkrupp.com*
[2] *Hochschule München, 80335 München, E-Mail: Stefan.Sentpali@hm.edu*

Einleitung

Die Automobilindustrie und dadurch auch die automobile Zulieferindustrie sehen sich wachsenden Herausforderungen gegenüber, den Zielkonflikt von Leichtbau und höheren akustischen Standards im Automobil zu lösen. Da die Faserverbundwerkstoffe als Konstruktionswerkstoff im automobilen Umfeld eine immer wichtigere Rolle spielen, ist es Aufgabe des Promotionsvorhabens die Körperschall-ausbreitung in anisotropen Faserverbundwerkstoffen zu untersuchen, sowie Methoden zu entwickeln diese gezielt zu beeinflussen. Da der Bauraum ein limitierender Faktor im Automobilbau ist, soll auf „übliche“ Methoden, wie Versteifungen durch Rippen, Sicken oder Ähnliches, verzichtet werden. Aus diesem Grund befasst sich dieses Promotionsvorhaben mit Möglichkeiten von Materialmodifikationen (lokal/global), sowie Bauweisen, die akustische Vorteile erzielen. Ein Teilaspekt dieser Arbeit, befasst sich mit der analytischen Berechnung der Körperschallausbreitung in eindimensionalen Faser-verbundwerkstoffen unter Verwendung des Mehrpols als Übertragungsmatrize.

Grundgleichungen des Mehrpols

Mit Hilfe der Vierpol- und Achtpol-Gleichungen werden die Eingangsgrössen einer Struktur (z.B. Schnelle und Kraft) mit den entsprechenden Ausgangsgrössen über eine Transfermatrix, die wiederum die Struktur und das Material beschreibt, miteinander verknüpft. Betrachtet man das Wellenfeld auf einem Stab aus hin- und zurücklaufenden Wellen, so kann man die Dehnwelle durch die Vierpol-Gleichung nach [1] und [2]

$$\begin{Bmatrix} \underline{v}_0 \\ \underline{F}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \underline{k} l_s & \frac{i}{\underline{Z}} \sin \underline{k} l_s \\ \mathrm{i}\underline{Z} \sin \underline{k} l_s & \cos \underline{k} l_s \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{F}_1 \end{Bmatrix} \tag{1}$$

und die Biegewelle durch die Achtpolgleichung darstellen:

$$\begin{Bmatrix} \underline{v}_x \\ \underline{w}_x \\ \underline{M}_x \\ \underline{F}_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C(kx) & \frac{1}{k}S(kx) & -\frac{1}{iW}c(kx) & \frac{1}{iWk}s(kx) \\ ks(kx) & C(kx) & -\frac{1}{iW}S(kx) & \frac{1}{iWk}c(kx) \\ -iWc(kx) & -\frac{iW}{k}s(kx) & C(kx) & -\frac{1}{k}S(kx) \\ iWkS(kx) & -iWc(kx) & -ks(kx) & -C(kx) \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \underline{v}_0 \\ \underline{w}_0 \\ \underline{M}_0 \\ \underline{F}_0 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

mit

$$\begin{aligned} C(kx) &= \frac{1}{2}(\cosh kx + \cos kx) \\ c(kx) &= \frac{1}{2}(\cosh kx - \cos kx) \\ S(kx) &= \frac{1}{2}(\sinh kx + \sin kx) \\ s(kx) &= \frac{1}{2}(\sinh kx - \sin kx) \end{aligned} \tag{3}$$

und

$$W = B\frac{k^2}{\omega} \tag{4}$$

v, F, w und M stehen dabei für die Schnelle, Kraft, Winkelgeschwindigkeit, sowie für das Moment am Stabanfang, bzw. –ende. Den Stabanfang, bzw. das Stabende markieren die Subskripte 0 und 1, bzw. x. Wobei x für eine beliebige Länge in Stablängsachse steht. Die Unterstreichung der Variablen symbolisiert die komplexe Zahlenebene.

Die Variablen k, l, und Z markieren die Wellenzahl, Stablänge und Eingangsimpedanz des eindimensionalen Körpers. Der Buchstabe i steht wie üblich für die imaginäre Einheit.

Die Funktionen C(kx), c(kx), S(kx) und s(kx) ersetzen die trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen.

Berücksichtigung der Orthotropie

Um die Orthotropie zu berücksichtigen, muss die Biegewellenzahl für isotrope Werkstoffe durch die Biegewellenzahl für orthotrope Werkstoffe ersetzt werden. Diese lautet nach [3] wie folgt:

$$k_b(\Theta) = \sqrt{\omega}\sqrt[4]{\frac{\rho h}{B(\Theta)}} \tag{5}$$

ω, ρ und h markieren die Kreisfrequenz, sowie die Höhe des Stabquerschnitts. B(θ) steht für die Biegesteifigkeit des eindimensionalen Faserverbundkörper in Abhängigkeit des Winkels θ der Krafteinleitung und ist wie folgt definiert:

$$B(\Theta) = \frac{h^3}{12}\left(Q_{11}\cos^4\Theta + 2(\nu_{xy}Q_{22} + 2Q_{66}\right) * \\ * \cos^2\Theta \sin^2\Theta + Q_{22}\sin^4\Theta) \quad (6)$$

Q_{11}, Q_{22} und Q_{66} sind Therme der Steifigkeitsmatrix und berücksichtigen die Richtungsabhängigkeit des Faserverbundwerkstoffes. Diese können der klassischen Laminattheorie entnommen werden.

Messaufbau

Zunächst wurde der einfachste Fall untersucht, um Analytik mit einer messtechnischen Analyse abgleichen zu können. Hierzu wurde ein CFK Stab (Ø = 30 mm, L = 1000 mm) auf zwei weichen Schaumstoffkeilen frei-frei gelagert.

Für die Dehnwellenanregung (Siehe Abbildung 1) wurde dieser stirnseitig in Stablängsrichtung mit einem Impulshammer angeregt und die Übertragungsfunktion auf der gegenüberliegenden Stirnseite mit einem einachsigen Beschleunigungssensor gemessen.

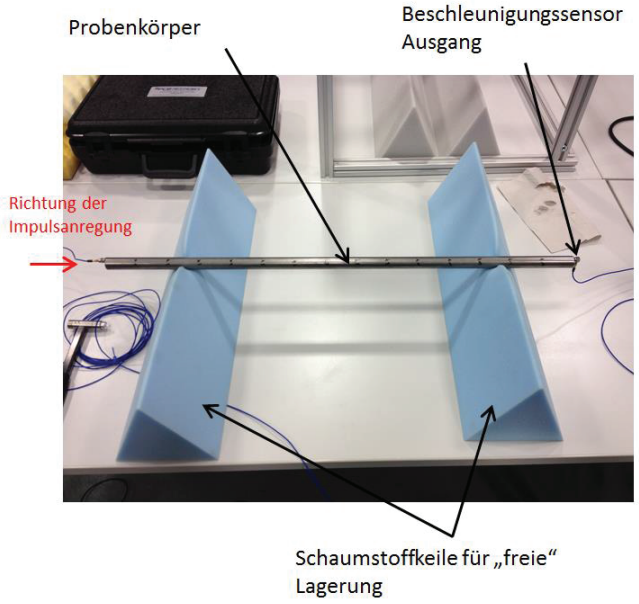

Abbildung 1: Exemplarischer Aufbau für Messung der Dehnwelle

Die Biegewelle (Siehe Abbildung 2) wurde ebenfalls mittels eines Impulshammers, senkrecht zur Stablängsachse, an einem Fixpunkt am Stabanfang angeregt. Es wurden 5 Messungen gemittelt. Bei jeder dieser Messungen wurde ein wandernder einachsiger Beschleunigungssensor jeweils an fünf verschiedenen Positionen am Stab befestigt um die Übertragungsfunktion, als auch die Schwingformen zu bestimmen.

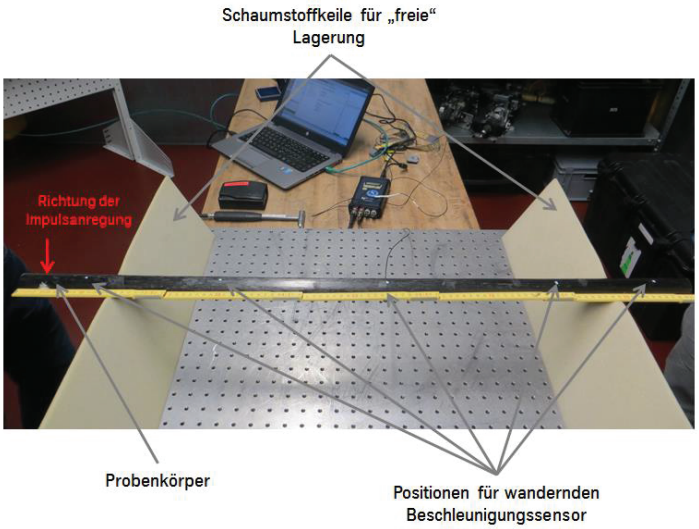

Abbildung 2: Exemplarischer Aufbau für Messung der Biegewelle

Ergebnis

In Abbildung 3 und Abbildung 4 sind nachfolgend die Ergebnisse aus analytischer Berechnung und Messung der Dehn- und Biegewelle dargestellt.

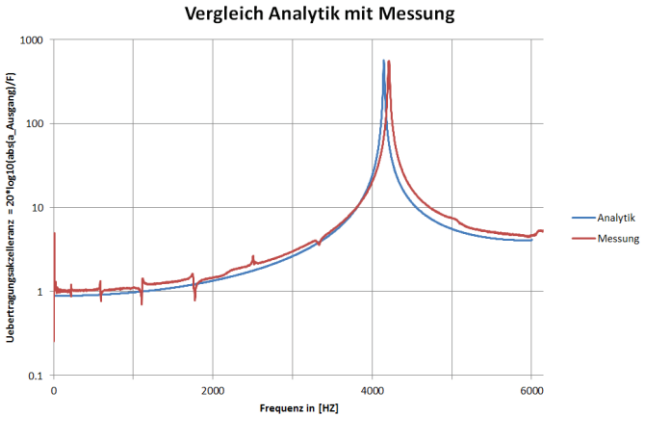

Abbildung 3: Vergleich Analytik mit Messung der Dehnwelle

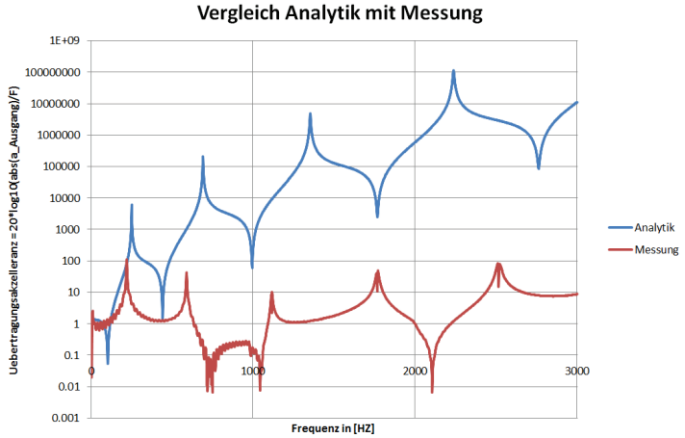

Abbildung 4: Vergleich Analytik mit Messung der Biegewelle

Abbildung 3 zeigt eine gute Übereinstimmung von analytischer Berechnung auf Basis des Vierpol und messtechnischen Ergebnis.

Abbildung 4 zeigt jedoch eine deutliche Abweichung von Analytik und Messung. Um zu überprüfen, ob dies an der Integration der Orthotropie in den Achtpol liegt, wurde ebenfalls eine Messung und Berechnung für einen Stab aus Stahl durchgeführt. Auch hier lieferte der Vierpol einen sehr gute Übereinstimmung. Jedoch zeigte sich auch beim Achtpol eine starke Abweichung zwischen Analytik und Messung, die noch nicht endgültig gelöst werden konnte. Gerade bei der analytischen Berechnung des Stahl-Stabes zeigte sich auch bei der Biegewelle ein symmetrischer Verlauf der Kurve, der eher einer Dehnwelle, als Beigewelle gleicht.

Literatur

[1] Cremer L., Heckl M.; Körperschall; Springer Verlag, 2010

[2] Sinambari, G.R., Sentpali, S.; Ingenieurakustik; Springer Verlag, 2014

[3] Bosmans, P., Mees, P., Vermeir, G.; Structure-borne sound transmission between thin orthotropic plytes: Analytical solutions; Journal of Sound and Vibration; 1996