Einflussgrößen der numerischen Strömungssimulation auf die Qualität hybrider strömungsakustischer Berechnungen

Patrick Silkeit, Thorben Schröder, Otto von Estorff
TU Hamburg-Harburg, Institut für Modellierung und Berechnung, 21073 Hamburg, Deutschland, Email: mub@tuhh.de

Einleitung

Ein viel verwendeter Fall, der als Benchmark sowohl in der numerischen Strömungsmechanik als auch in der numerischen Strömungsakustik verwendet wird, ist der quer angeströmte Zylinder. Für diesen Fall ist eine Vielzahl von numerischen wie experimentellen Strömungsergebnissen in einer großen Bandbreite von Reynoldszahlen in der Literatur vorhanden. Jedoch weisen sowohl die veröffentlichten Messergebnisse als auch die veröffentlichten numerischen Ergebnisse eine große Varianz auf. Norberg [1] gibt eine ausführliche Übersicht über bestehende Messergebnisse und erweitert diese mit einer sehr ausführlichen Messreihe sowie empirischen Formeln zur Abschätzung verschiedener Strömungsgrößen. Eine Übersicht über numerische Ergebnisse bei einer Reynoldszahl von 20000 ist in [2] zu finden. In beiden zuvor erwähnten Referenzen wird angeregt, dass die Auflösung der dritten Dimension, also der Spannweitenrichtung, in der numerischen Strömungsberechnung eine entscheidende Rolle in Bezug auf die sich einstellende Akustik hat. Als Anhaltspunkt zur Wahl einer angemessenen Ausdehnung in Spannweitenrichtung des Berechnungsgebietes wird die Korrelationslänge als Maß verwendet. Die Untersuchung des Einflusses einer Strömungssimulationsgebietsgröße, die kleiner als die Korrelationslänge ist, auf die Ergebnisse einer hybriden Strömungsakustiksimulation wird nachfolgend beschrieben.

Ziel ist es, zunächst dreidimensionale Strömungssimulationen durchzuführen, deren Berechnungsgebiete sich in der Ausdehnung der Spannweitenrichtung unterscheiden. Anhand dieser Ergebnisse werden verschiedene Strömungsparameter betrachtet und überprüft, welche einen Einfluss der unterschiedlichen Gebietsgrößen zeigen. Aufbauend auf den Strömungsergebnissen werden zweidimensionale hybride strömungsakustische Simulationen durchgeführt und die unterschiedlichen Ergebnisse miteinander verglichen.

Theoretische Grundlagen

Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen zusammengefasst. Zunächst werden die zur Betrachtung der Strömung notwendigen Gleichungen und Größen beschrieben und im Anschluss die Akustikgleichungen eingeführt.

Strömungssimulation

Zur Beschreibung der Strömung werden die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen herangezogen, die sich aus der Masse- und Impulserhaltung ergeben. Dieser Satz nichtlinearer, gekoppelter und partieller Differentialgleichungen wird mit Hilfe der Finite-Volumen-Methode unter der Verwendung des Large Eddy Simulation (LES) Modells gelöst. Bei der LES werden die Variablen der Navier-Stokes Gleichungen einer Tiefpassfilterung unterzogen und in gefilterte und ungefilterte Anteile aufgetrennt. Der Effekt dieser Auftrennung ist, dass die großen und energieführenden Wirbelstrukturen in der Strömung exakt berechnet werden, während die kleinskaligen Strukturen, die hauptsächlich energiedissipierend sind, durch ein einfacheres Modell beschrieben werden können. Für eine ausführliche Herleitung und Beschreibung sei an dieser Stelle auf die Literatur verwiesen, siehe z.B. [3].

Um im Weiteren die unterschiedlichen Strömungsergebnisse zu quantifizieren und vergleichen zu können, werden die folgenden Variablen eingeführt. Die Strouhal-Zahl ist beschrieben durch

$$St = \frac{f_{St} L}{U_0} \tag{1}$$

wobei f_{St} die Strouhal-Frequenz ist, die der Frequenz der von Kármán'schen Wirbelstraße entspricht. L ist eine charakteristische Länge und U_0 die Anströmgeschwindigkeit. Die Strouhal-Zahl kann als dimensionslose Frequenz betrachtet werden und ist damit relevant für die entstehende Akustik. Weiterhin wird der Auftriebsbeiwert eingeführt, der sich wie folgt zusammensetzt

$$C_L = \frac{2F_y}{\rho_0 U_0^2 S}\,. \tag{2}$$

Hierbei sind F_y die Auftriebskraft, ρ_0 die Dichte und S die effektive Fläche des umströmten Körpers. Für den späteren Vergleich wird der Effektivwert $C_{L,rms}$ des Auftriebsbeiwertes verwendet, da auch der Auftriebsbeiwert mit der Strouhal-Frequenz schwingt und mit dem rms-Wert ein einfacher Vergleich basierend auf einem Zahlenwert möglich ist. Äquivalent zum Auftriebsbeiwert wird der Widerstandsbeiwert eingeführt, der durch

$$C_D = \frac{2F_x}{\rho_0 U_0^2 S} \tag{3}$$

beschrieben ist, wobei F_x die Widerstandskraft ist. Zum späteren Vergleich wird der zeitliche Mittelwert $\overline{C_D}$ des Widerstandsbeiwertes verwendet. Als letzte Vergleichsgröße wird die Rezirkulationslänge eingeführt. Diese ist definiert als der Abstand vom Ende des umströmten Körpers bis zum Nulldurchgang der zeitgemittelten Strömungsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung und wird mit Hilfe einer charakteristischen Länge entdimensionalisiert. Diese Länge beschreibt die Größe des Rezirkulationsgebietes.

Akustiksimulation

Basierend auf den Ergebnissen der Strömungsimulation wird in einer zweiten Simulation die akustische Ausbreitung des durch die Strömung angeregten Schalls berechnet. Die akustische Berechnung wird mit der zweiten Variante der Acoustic Perturbation Equations (APE) nach Ewert und Schröder [4] durchgeführt. Diese Gleichungen ergeben sich aus einer Filterung der linearisierten Euler-Gleichungen und durch eine Auftrennung der Variablen in einen Strömungs- und einen Akustikanteil. Die zweite Variante der APE ist für niedrige Mach-Zahlen geeignet und lässt sich auf der Basis einer inkompressiblen Strömungssimulation berechnen. Die APE-2 Gleichungen lauten

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho' \overline{\boldsymbol{u}} + \overline{\rho} \boldsymbol{u}^a) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}^a}{\partial t} + \nabla \left(\overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{u}^a \right) + \nabla \left(\frac{p^a}{\overline{\rho}} \right) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial p^a}{\partial t} - \overline{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = \frac{\partial P'}{\partial t} \,, \tag{6}$$

worin Variablen mit dem Superskript $\langle \cdot \rangle^a$ die akustischen Anteile darstellen. Zeitgemittelte Größen sind mit $\overline{\langle \cdot \rangle}$ gekennzeichnet, $\langle \cdot \rangle'$ kennzeichnet eine Schwankungsgröße, c ist die Schallgeschwindigkeit und P' ist der Schwankungsanteil des inkompressiblen Strömungsdruckes. Dieser Gleichungssatz beschreibt die akustischen Größen basierend auf einer Anregung durch die Zeitableitung des inkompressiblen Strömungsdrucks, der durch die Strömungssimulation bestimmt wird. Aufgrund der inkompressiblen Strömungssimulation ist dieses Verfahren nur im niedrigen Mach-Zahlbereich gültig.

Strömungsberechnung

Im Folgenden werden zunächst die Einzelheiten der betrachteten Strömungssimulation erläutert. Dazu wird erst der Aufbau des Simulationsgebietes beschrieben und im Anschluss werden die erzielten Ergebnisse dargestellt.

Fallbeschreibung der Strömung

Bei dem betrachteten Strömungsfall handelt es sich um einen von Luft quer angeströmten Zylinder. Die Reynolds-Zahl des Falles beträgt $Re = 20000$ und die Mach-Zahl ist $M = 0,2$. Ein schematischer Aufbau des Netzes ist in Abbildung 1 dargestellt. Das Netz ist zylindrisch aufgebaut und in Wandnähe verfeinert. Die Auflösung in radialer Richtung beträgt 270 Zellen und in azimutaler Richtung 400 Zellen. In Spannweitenrichtung (z-Richtung) ist die Auflösung in Abhängigkeit der simulierten Tiefe in Zylinderdurchmessern n_D ausgedrückt und beträgt $n_D \cdot 20$ Zellen. Auf dem Außenrand wird auf der stromaufwärts liegenden Hälfte ein uniformes Geschwindigkeitsprofil mit der Geschwindigkeit U_0 aufgebracht. Auf der stromabwärts liegenden Hälfte herrscht eine Ausflussbedingung. In z-Richtung wird auf beiden Stirnflächen eine Symmetrierandbedingung aufgeprägt. Die Simulation erfolgt in der Finite-Volumen-Softwareumgebung OpenFOAM® unter der Verwendung der LES und des OpenFOAM® Algorithmus PIMPLE. Als Feinstrukturmodell wurde das dynamische k-Gleichungs-Wirbelviskositätsmodell verwendet. Für Details zu der Implementierung wird an dieser Stelle auf die OpenFOAM®-Dokumentation [5] verwiesen. Die Simulationen werden zunächst so lange gerechnet bis sich die Wirbelstraße voll ausgebildet hat. Nach einer charakteristischen Zeit von $t \cdot U_0/D = 300$ werden die zeitlichen Verläufe aufgezeichnet. Die Simulationen werden bis zu einer charakteristischen Zeit von $t \cdot U_0/D = 525$ durchgeführt, wodurch sich für die zeitgemittelten Größen eine Signallänge von $t \cdot U_0/D = 225$ ergibt. Es werden insgesamt drei Simulationen durchgeführt die sich in ihrer Ausdehnung in Spannweitenrichtung unterscheiden. Die betrachteten Fälle sind $n_D = 0,5; 1,0$ und $2,0$. Im Nachfolgenden werden die Simulationsergebnisse dargestellt.

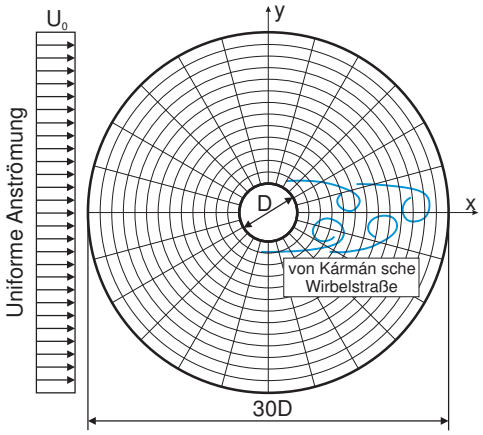

Abbildung 1: Schematische Darstellung des verwendeten Netzes für die Strömungssimulation

Strömungsergebnisse

In Abbildung 2 ist ein Schnitt durch die Mittelebene des Simulationsgebietes gezeigt. Als Variable ist die Amplitude der Geschwindigkeit zu einem beliebig gewählten Zeitschritt dargestellt. Abbildung 2 zeigt deutlich, wie erwartet, die ausgebildete von Kármán'sche Wirbelstraße. Diese zeigt sich gleichermaßen für die drei betrachteten Simulationsgebiete. Um die unterschiedlichen Simulationen besser vergleichen zu können, werden nachfolgend die in den Grundlagen eingeführten Strömungsgrößen betrachtet. Die aus den Simulationen bestimmten Größen

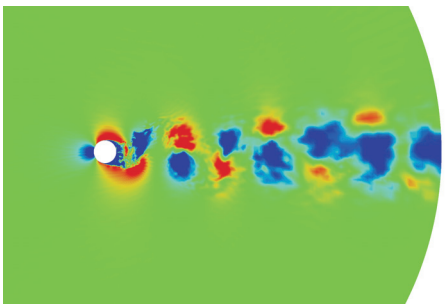

Abbildung 2: Amplitude der Geschwindigkeit in einem Schnitt durch die Mittelebene des Simulationsgebietes im Fall $n_D = 2$

sind im oberen Abschnitt von Tabelle 1 zusammengestellt. Der untere Abschnitt fasst eine Auswahl an Werten aus der Literatur zusammen. Hier sind die Ergbenisse der empirischen Formeln von Norberg [1] und die Simulationsergebnisse von Lysenko et al. [2] und Wornom et al. [6] aufgeführt. Bei der Betrachtung der Strouhal-Zahl gibt

Tabelle 1: Übersicht der Strömungsgrößen bestimmt aus den Simulationsergebnissen und Werten gegeben in der Literatur

Art	n_D	St	$C_{L,rms}$	$\overline{C_D}$	L_r
LES	0,5	0,205	0,93	1,45	0,93
LES	1,0	0,200	0,92	1,44	0,91
LES	2,0	0,200	0,84	1,41	0,93
Empirisch [1]	-	0,194	0,47	-	-
LES [6]	π	0,19	0,6	1,27	0,8
LES [2]	π	0,2	0,64	1,32	0,64

es zwischen den durchgeführten Simulationen nur einen vernachlässigbaren Unterschied. Im Vergleich zu den Literaturwerten stimmen die Simulationsergebnisse mit denen von [2] überein. Die übrigen Werte der Simulationsergebnisse liegen insgesamt höher im Vergleich zu den Werten aus der Literatur. Die Rezirkulationslänge zeigt keinen erkennbaren Einfluss. Beide Beiwerte zeigen einen Abfall mit steigender Größe des Simulationsgebietes. Am deutlichsten wird der Abfall beim Auftriebsbeiwert. Basierend auf den drei unterschiedlichen Simulationsergebnissen werden im Folgenden Akustiksimulationen durchgeführt um den Einfluss der verschiedenen Simulationsgebietsgrößen zu untersuchen.

Akustikberechnung

Nachfolgend werden zunächst der Ablauf und Aufbau der Akustiksimulation beschrieben und im Anschluss die Ergebnisse erläutert.

Fallbeschreibung der Akustik

Auf Basis der Strömungsergebnisse wird im Anschluss eine zweidimensionale Akustikberechnung durchgeführt. Hierzu werden die Strömungsergebnisse aus der Mittelebene der Strömungssimulation auf das Akustiknetz interpoliert und anschließend der Quellterm bestimmt. Die Ausbreitung wird daraufhin mit den APE-2 Gleichungen berechnet. Am äußeren Rand des Simulationsgebietes ist eine Dämpfungsschicht aufgebracht, die als absorbierende Randschicht wirkt und somit ein Freifeld simuliert. Die Breite der Randschicht beträgt in etwa $R_D \approx 9\lambda$, wobei λ die Wellenlänge ist. Eine schematische Darstellung des Berechnungsgebietes für die Akustiksimulation ist in Abbildung 3 dargestellt. Das zylindrische Akustiknetz hat einen Radius von $R_{Ac} = 1000D$. Im Bereich ausserhalb des Quellgebietes beträgt die gleichförmige Auflösung in etwa 15 Punkte pro dominanter Wellenlänge. Die Akustikberechnungen werden über den gleichen Zeitbereich berechnet, der auch für die Berechnung der zeitgemittelten Strömungsgrößen verwendet wurde. Daher wird ein charakteristischer Zeitbereich von $t \cdot U_0/D = 225$ simuliert. Die unterschiedlichen Akustiksimulationen werden mit identischen Einstellungen und Netzen berechnet um eine gute Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu erhalten. Die erzielten Ergebnisse werden im nachfolgenden Abschnitt dargestellt.

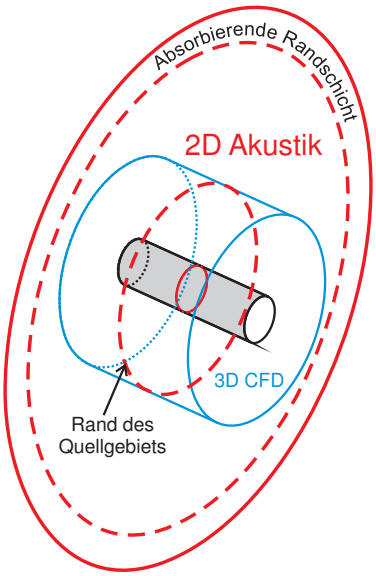

Abbildung 3: Schematische Darstellung des Berechnungsgebietes der Akustik

Akustikergebnisse

In Abbildung 4 ist ein Ergebnis des Schalldrucks des Falls $n_D = 2$ gezeigt. Hierin ist die quasi dipolartige Abstrahlung gut zu sehen. Des Weiteren ist zu erkennen, dass der Schalldruck aufgrund der Strömungsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung verdriftet wird. Zusätzlich ist in Abbildung 4 eine Linie eingezeichnet entlang dieser die nachfolgenden Ergebnisse ausgewertet werden.

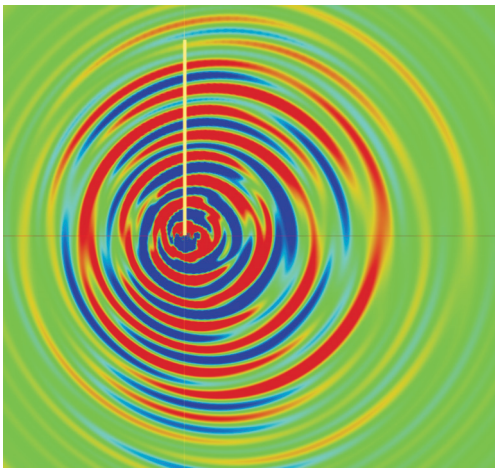

Abbildung 4: Ergebnis des Schalldrucks der Akustiksimulation im Fall $n_D = 2$

In Abbildung 5 sind die Zeitverläufe des Schalldrucks bei einem Abstand von 0,2 m senkrecht zur Anströmung der Fälle $n_D = 0,5$ (Abb. 5 links) und $n_D = 2$ (Abb. 5 rechts) dargestellt. Ein deutlicher Unterschied ist in

der Gleichförmigkeit der Zeitsignale zu erkennen. Das linke Zeitsignal zeigt viele Unregelmäßigkeiten und Unterschiede in den Amplituden. Das Zeitsignal basierend auf dem größeren Strömungssimulationsgebiet zeigt diese Unregelmäßigkeiten und Ausschläge hingegen kaum. Vollständigkeitshalber sei erwähnt, dass das Zeitsignal, welches auf dem mittleren Strömungsgebiet beruht, bezüglich dieses Phänomens zwischen den beiden gezeigten Beispielen liegt. Zusätzlich zu den zuvor benannten Un-

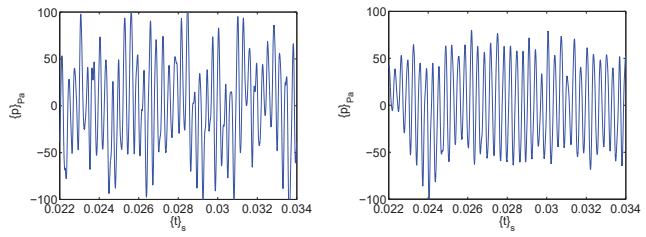

Abbildung 5: Vergleich der Zeitverläufe des Schalldrucks bei 0,2 m Abstand senkrecht zur Anströmung der Fälle $n_D = 0,5$(l) und $n_D = 2$(r)

terschieden variieren die dominierenden Frequenzen der Zeitsignale. Die ermittelten Frequenzen sind in Tabelle 2 aufgelistet. Da oftmals zeitgemittelte Größen von Interes-

Tabelle 2: Vergleich der dominanten Frequenzen der Zeitsignale

n_D	Dominante Frequenz
0,5	3161 Hz
1,0	3079 Hz
2,0	3073 Hz

se in der Akustik sind, wird abschließend der Schalldruckpegel L_P betrachtet. Genauer wird der Fehler des Schalldruckpegels betrachtet, der auf Basis des Falles $n_D = 2$ nach $L_{P,error} = L_{P,n_D=2} - L_{P,n_{D,i}}$ bestimmt wird. Der Fehler des Schalldruckpegels über den Abstand entlang der eingezeichneten Linie in Abbildung 4 ist in Abbildung 6 dargestellt. Hier ist zu sehen, dass die Abweichungen im Schalldruckpegel unter ca. 0,5 dB für den Fall $n_D = 1$ bzw. 1 dB für den Fall $n_D = 0,5$ liegen und somit der Schalldruckpegel auch mit einem kleinen Strömungssimulationsgebiet relativ genau abgebildet werden kann.

Zusammenfassung

Im Zuge der vorgestellten Untersuchung wurden verschiedene Größen des Simulationsgebietes für die Berechnung eines quer angeströmten Zylinders als Input für eine zweidimensionale hybride Akustiksimulation verwendet. Vier Strömungsgrößen wurden betrachtet und es wurde festgestellt, dass nur die Widerstands- und Auftriebsbeiwerte einen deutlichen Einfluss der Gebietsgröße in Spannweitenrichtung aufweisen. Die Ergebnisse der Akustiksimulation zeigen Unterschiede in den Zeitsignalen, zum einen in der Gleichförmigkeit der Signale und zum anderen in der dominanten Frequenz. Hieraus lässt sich der Schluss ziehen, dass zur korrekten Abbildung der Zeit-

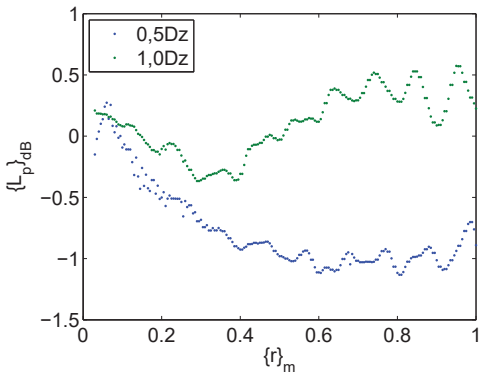

Abbildung 6: Fehler des Schalldruckpegels auf der Basis des Falles $n_D = 2$ über den Abstand senkrecht zur Strömungsrichtung

signale ein genügend großes Simulationsgebiet verwendet werden muss. Die Betrachtung des Schalldruckpegels zeigt, dass der Einfluss auf zeitgemittelte Größen recht gering ausfällt und somit auch kleinere Berechnungsgebiete zur Bestimmung dieser Größen verwendet werden können. Dies kann aufgrund der hohen Rechenzeiten, die sich durch die große Zellenzahl einer LES begründet, zu einer Zeitersparnis führen, wenn nur die zeitlich gemittelten Akustikgrößen von Interesse sind.

Literatur

[1] Norberg, C.: Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. Journal of Fluids and Structures (2003), 17(1), 57–96.

[2] Lysenko, D. a., Ertesvåg, I. S., Rian, K. E.: Large-Eddy Simulation of the Flow Over a Circular Cylinder at Reynolds Number 2×10^4. Flow, Turbulence and Combustion (2014), 92(3), 673–698.

[3] Sagaut, P.: Large Eddy Simulation for Incompressible Flows. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (2002).

[4] Ewert, R., Schröder, W.: Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. Journal of Computational Physics (2003), 188(2), 365–398.

[5] OpenFoam® Dokumentation, URL: `http://www.openfoam.com/documentation/`

[6] Wornom, S., Ouvrard, H., Salvetti, M. V., Koobus, B., Dervieux, A.: Variational multiscale large-eddy simulations of the flow past a circular cylinder: Reynolds number effects. Computers & Fluids (2011), 47(1), 44–50.