

Numerische Schalleistungsbewertung mit nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen

Matthias Klärner¹, Mario Wühlr¹, Lothar Kroll¹, Steffen Marburg²

¹ Technische Universität Chemnitz, Institut für Strukturleichtbau, 09107 Chemnitz

² Technische Universität München, Gerhard-Zeidler-Stiftungsprofessur für Akustik mobiler Systeme, 85748 Garching

Einleitung

Die Bewertung der Schallabstrahlung ist ein wichtiges Auslegungskriterium für dünnwandige dynamisch belastete Bauteile. Für die numerische Ermittlung der Schalleistung existieren verschiedene vereinfachte Ansätze basierend auf den Oberflächenschnellen. Somit können FEM-Simulationen im Frequenzbereich zur Leistungsbestimmung herangezogen werden. Speziell modal superpositionierte Frequenzgangrechnungen bieten zur Reduzierung der Rechenzeiten und besseren Genauigkeit modenbezogene Schrittweitensteuerungen. Diese führen einerseits zu nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen zwischen Moden unterschiedlicher Abstände im betrachteten Frequenzbereich. Andererseits ist die Anzahl der Frequenzstützstellen im selben Frequenzbereich abhängig von der Anzahl der Eigenwerte.

Basierend auf der spektralen Leistungsdichte wird ein Ansatz zur Bewertung der Gesamtleistung im betrachteten Frequenzbereich vorgestellt. Die Ermittlung erfolgt unabhängig von der Anzahl der Moden und ermöglicht damit den Vergleich verschiedener Bauteile oder Werkstoffvarianten. Weiterhin eröffnet dieses Verfahren einen schnellen Zugang zu Optimierungsverfahren mit der Gesamtleistung als Zielfunktion.

Bestimmung der Schalleistung

Die abgestrahlte Schalleistung in einem definierten Frequenzbereich soll als Zielfunktionswert für Optimierungsrechnungen zugänglich gemacht werden. Dies ermöglicht, Bauteile beispielsweise seitens ihrer Topologie, lokalen Dickenausprägungen oder Zusammensetzungen der Einzelschichten hinsichtlich der Schallabstrahlung optimieren zu können.

Im Einzelnen können effiziente harmonische Analysen basierend auf modal reduzierten Modellen zunächst zur Ermittlung der Geschwindigkeitsfelder im gesamten Frequenzbereich herangezogen werden. Die abgestrahlte Schalleistung wird in der Folge vereinfacht aus den Elementnormalengeschwindigkeiten ermittelt.

Dabei wird das Abstrahlverhalten von schwingenden Oberflächen näherungsweise mit Hilfe der Schalleistung P bewertet. Dies basiert auf dem Integral der Schallintensität I in Normalenrichtung über die geschlossene Oberfläche Γ des abstrahlenden Körpers [2].

$$P = \int_{\Gamma} \vec{I} \cdot \vec{n} \, d\Gamma \quad \text{mit} \quad \vec{I} = \frac{1}{2} \Re(p\vec{v}) \quad (1)$$

Mit der Geschwindigkeit *normal* zur Oberfläche $v_n = \vec{v}\vec{n}$ aus den dynamischen Struktursimulationen [2], kann

die äquivalente Schalleistung (equivalent radiated power, ERP) mit einem einfachen Ansatz für den Schalldruck

$$p \approx \varrho_f c_f v \quad (2)$$

mit der Kennimpedanz der Luft

$$Z_0 = \varrho_f c_f \quad (3)$$

mit deren Dichte ϱ_f sowie deren Schallgeschwindigkeit c_f ermittelt werden. Diese Näherung ist anwendbar in Fernfeldern bei hohen Frequenzen und führt auf die integrale Form

$$P_{ERP} = \frac{1}{2} \varrho_f c_f \int_{\Gamma} |v(x)|^2 \, d\Gamma(x) \quad (4)$$

bzw. die diskretisierte Form für N_e abschnittsweise konstante finite Elemente mit der Fläche A_e .

$$P_{ERP} = \frac{1}{2} \varrho_f c_f \sum_{n_e=1}^{N_e} A_e v_e^2. \quad (5)$$

Die ERP vernachlässigt dabei allerdings lokale Effekte bei konstant angenommenem Abstrahlgrad $\sigma = 1$ über alle Elemente und führt somit auf eine obere Grenze der abgestrahlten Leistung. Eine gute Genauigkeit wird für konvexe Starrkörper bei hohen Frequenzen erzielt.

Diese vereinfachte Ermittlung hat einerseits Mängel in der Quantität der Ergebnisse. Die Tendenzen bezüglich der Optimierungsparameter können anhand der qualitativen Verläufe hinreichend genau und deutlich schneller als mit anderen Verfahren ermittelt werden. Genauere Ergebnisse mit lassen sich beispielsweise mit Hilfe des lumped parameter models (LPM)

$$P_{LPM} = \frac{1}{2} \varrho_f c_f \sum_{i=1}^{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} A_i A_j \Im(G_{ij}) \Re(v_i v_j^*) \quad (6)$$

mit den GREENSchen Funktionen

$$\Im(G_{ij}) = \frac{\sin(k|x-y|)}{2\pi|x-y|} \quad (7)$$

der Volumengeschwindigkeit (PVV) oder aber mit Hilfe der Randelementemethode (BEM) erzielen [2]. Ferner existieren Ansätze zur Korrektur der ERP im niederfrequenten Bereich [4].

In harmonischen Finite-Elemente-Simulationen wird zudem die Energiebilanz und deren elastische und verlustbehaftete Anteile implizit ermittelt. Dabei wird die kinetische Energie des gesamten Systems oder mehreren

Komponenten durch das Integral über das Volumen V berechnet,

$$W_{kin} = \int_V \frac{1}{2} \rho_s \mathbf{v} \mathbf{v}^T dV \quad (8)$$

mit der Dichte des Materials der abstrahlenden Oberfläche ρ_s und der Oberflächenschnelle \mathbf{v} . Die mechanische Leistung ergibt sich in jedem Frequenzschritt zu

$$P_{kin} = f \cdot \int_V \frac{1}{2} \rho_s \mathbf{v} \mathbf{v}^T dV \quad (9)$$

Aus allen Verfahren folgen demnach frequenzabhängige Schalleistungspegel L_W .

Ermittlung der Gesamtleistung

Für eine sehr einfache objektive Bewertung akustischer Kenngrößen werden häufig Einzahlwerte gegenüber frequenzabhängigen Terz- oder Schmalbandkurven bevorzugt. Auch für die Formulierung von Zielfunktionen in der Optimierung sind Einzahlwerte von Vorteil.

Dazu werden die frequenzabhängigen Schalleistungspegel zunächst in Form der spektralen Leistungsdichte als (Auto-)Leistungsdichtespektren (LDS oder PSD) oder Wirkleistungsspektren angegeben. Im vorliegenden Fall sind die frequenzspezifischen Werte exakte Ergebnisse einzelner harmonischer Analysen und somit unbeeinflusst von den vorherigen oder nachfolgenden Frequenzintervallen.

Die Gesamtleistung eines Signals ergibt sich aus dem Integral über alle Frequenzen. Für N Frequenzstützstellen mit beliebigen Frequenzabständen gilt

$$P_{ges} = \frac{1}{f_o - f_u} \sum_{n=1}^N (\Delta f_n P_n) \quad (10)$$

mit

$$\Delta f_n = \frac{f_{n+1} - f_{n-1}}{2} \quad \text{für} \quad 2 \leq n \leq N-1 \quad (11)$$

$$\Delta f_1 = \frac{f_2 - f_1}{2} \quad (12)$$

$$\Delta f_N = \frac{f_N - f_{N-1}}{2} \quad (13)$$

gemäß Abbildung 1.

Die Lage und Anzahl der Frequenzstützstellen lassen sich in den harmonischen Analysen mit verschiedenen Optionen beeinflussen. Die Konvergenz der Lösung bezüglich der Schrittweitensteuerung ist Gegenstand der folgenden Parameterstudien.

FE-Modell Rechteckplatte

Zum Funktionsnachweis des Ansatzes wurde das Modell einer Rechteckplatte von ca. $278 \cdot 234 \cdot 2 \text{ mm}$ mit 1600 quadratischen Schalenelementen (4961 Knoten) verwendet. Es wird isotropes linear elastisches Materialverhalten ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$, $\rho = 7,89 \text{ g/cm}^3$) und eine konstante Strukturdämpfung ($\eta=0,002$) voraus gesetzt. Die

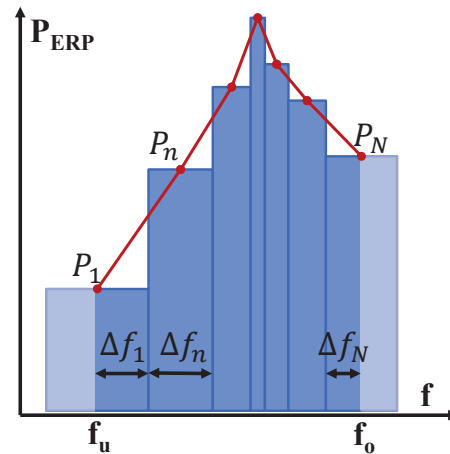


Abbildung 1: Summation der Einzelwerte im Frequenzbereich

Platte wird mit einer Normalkraft von 1 N an einem beliebigen Punkt außerhalb der Symmetrieachsen und Diagonalen angeregt.

Mit dem gewählten Seitenverhältnis von ca. $1 : 1,188$ konnten die Platte derart abgestimmt werden, dass die unteren fünf Eigenfrequenzen mit möglichst großem Abstand zueinander auftreten (Abbildung 2).

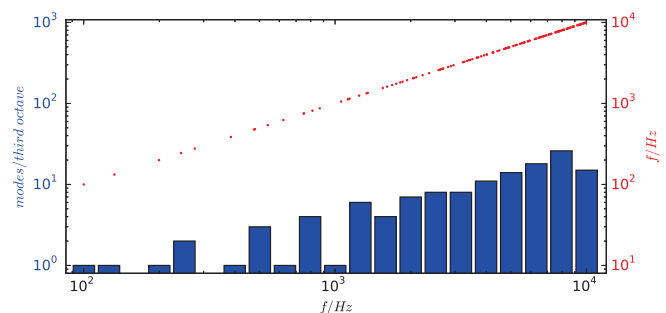


Abbildung 2: Eigenfrequenzen einer Rechteckplatte: Absolutwerte (rot) und Modendichte je Terzband (blau)

Die harmonische FE-Simulation in ABAQUS wurde mit einem eigenen Post-Processing-Algorithmus zur ERP-Berechnung aus der mittleren Elementnormalgeschwindigkeit der einzelnen Elemente ausgewertet.

Numerische Parameterstudien

Schrittweitensteuerung

Die Steuerung der Frequenzschrittweite unterscheidet maßgeblich äquidistante Intervalle in einem vorgegebenen Frequenzbereich (range) und modenbasierte Teilintervalle (modes). Weiterhin können die Teilintervalle linear oder logarithmisch im Frequenzbereich unterteilt werden. Abbildung 3 zeigt die Unterschiede in der Parametrisierung für jeweils 136 Frequenzschritte im Frequenzbereich von 10 Hz bis 1000 Hz . Zur besseren Unterscheidung wurden die Kurven vertikal zueinander verschoben und nur bis 250 Hz dargestellt. Deutlich erkennbar sind die starken Abweichungen in den Eigenfrequenzen (vertikale

Marker), speziell bei großen äquidistante Frequenzschritten. Der maßgebliche Beitrag zur Schallabstrahlung wird hier nicht genau genug wieder gegeben. Die Gesamtleistung der äquidistanten Modelle liegt demnach mehr als 20 dB unterhalb der modenbasierten Frequenzintervalle.

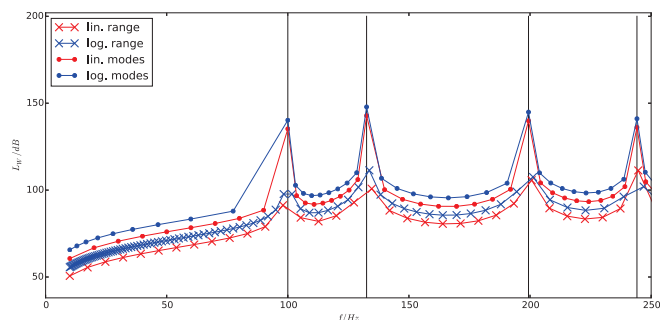


Abbildung 3: Abgestrahlte Schallleistung einer Rechteckplatte: Einfluss der Schrittweitensteuerung

Für weitere Untersuchungen wurden ausschließlich modenbasierte Teilintervalle mit linearer bereichsweise äquidistanter Frequenzschrittweite im Bereich von 10 bis 250 Hz verwendet.

Frequenzschritte je Mode

Im Weiteren wurde die Anzahl der Frequenzschritte zwischen zwei Moden von 10 bis auf 1000 erhöht. Die Ergebnisse in Abbildung 4 und Tabelle 1 zeigen eine Konvergenz der gesamten Schallleistung durch die immer genauere Abbildung der Resonanzstellen. Die dargestellte CPU-Zeit beinhaltet alle Schritte in ABAQUS von der Modalanalyse bis zur harmonischen Analyse, nicht jedoch das Post-Prozessing zur ERP-Berechnung.

Gleichfalls sichtbar sind die unterschiedlichen Frequenzauflösungen im Vergleich benachbarter Teilintervalle. So wird die Überhöhung bei der selben Eigenfrequenz beidseitig unterschiedlich fein aufgelöst, je nach dem, wie der Abstand der benachbarten Eigenfrequenzen ausfällt.

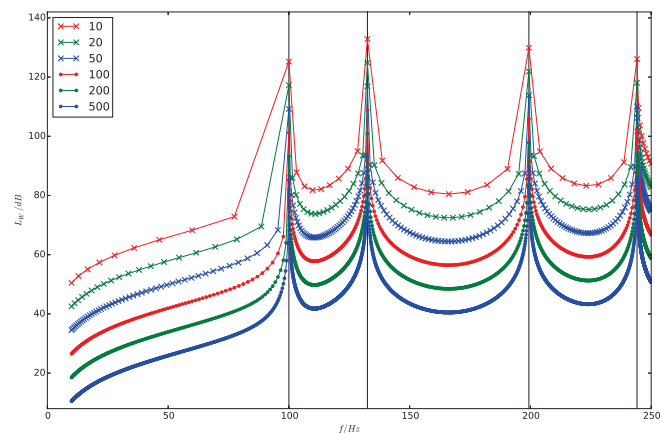


Abbildung 4: Abgestrahlte Schallleistung einer Rechteckplatte: Einfluss der Anzahl der Frequenzschritte

Tabelle 1: Einfluss der Anzahl der Frequenzschritte auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung einer Rechteckplatte und die CPU-Zeit (Bias = 1.0)

N	P_{ERP}/mW	L_W/dB	t_{CPU}/s
10	0,913	89,6	24
20	0,438	86,4	27
50	0,174	82,4	39
100	0,091	79,6	61
200	0,052	77,2	106
500	0,034	75,3	249

Verzerrung

Für jeweils 100 Frequenzstützstellen zwischen zwei Moden wurde im Weiteren der Einfluss der Verzerrung untersucht. Der Wertebereich dafür sind die positiven reellen Zahlen, wobei ein Verzerrungsfaktor (Bias) von 1,0 für bereichsweise äquidistante Stützstellenverteilungen steht. Werte kleiner eins bedeuten eine Verdichtung der Punkte zu den Bereichsübergängen hin, wohingegen Werte größer eins eine kleinere Frequenzschrittweite zu den Eigenfrequenzen hin erwirken (Abbildung 5).

Die Gesamtleistung zeigt bei steigendem Bias ebenfalls Konvergenz (Tabelle 2) wohingegen hierbei durch die konstante Anzahl der untersuchten Frequenzschritte kein zusätzlicher numerischer Aufwand entsteht.

Die wiederum vertikal verschobenen Kurven in Abbildung 5 zeigen bei hohen Verzerrungsfaktoren sehr große Frequenzabstände in den Übergangsbereichen, auf die jedoch keine deutlichen Beiträge zur Gesamtleistung entfallen.

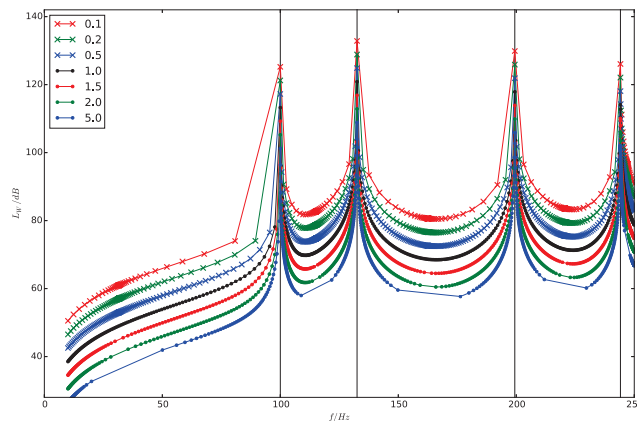


Abbildung 5: Abgestrahlte Schallleistung einer Rechteckplatte: Einfluss der Verzerrung

Tabelle 2: Einfluss der Verzerrung auf die gesamte abgestrahlte Schalleistung einer Rechteckplatte

$Bias$	P_{ERP}/mW	L_W/dB
0,1	0,7611	88,8
0,2	0,4065	86,1
0,5	0,1707	82,3
1,0	0,0905	79,6
1,5	0,0645	78,1
2,0	0,0521	77,2
5,0	0,0343	75,4

Frequenzschritte je Mode und Verzerrung

Da sowohl ein hoher Verzerrungsfaktor als auch eine hohe Anzahl von Frequenzschritten zur Konvergenz führen, wurden beide Faktoren in Kombination untersucht. Abbildung 6 zeigt Gesamtschalleistungspegel kleiner 75 dB für alle Rechnungen mit $N \cdot Bias \geq 1000$.

Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass die Werte für 500 und 1000 Schritte bei Verzerrungsfaktoren von 10 bereits wieder minimal ansteigen (um 0,01 dB). Hier ist der große Abstand der Frequenzstützstellen in den Übergangsbereichen bereits von geringem fehlerhaften Einfluss.

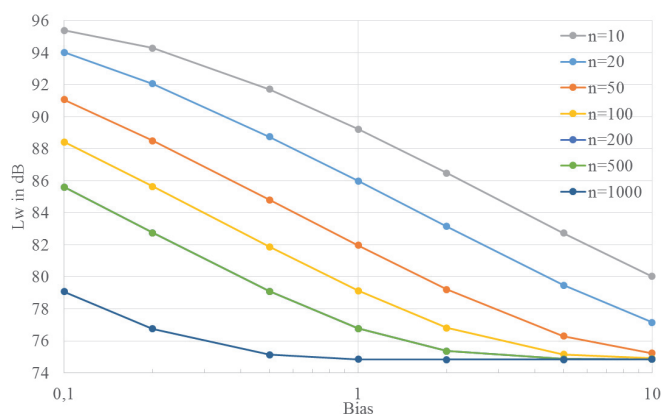


Abbildung 6: Gesamte abgestrahlte Schalleistung einer Rechteckplatte: Kombiniertes Einfluss der Anzahl der Frequenzschritte und der Verzerrung

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassend ist eine Gesamtleistungsermittlung aus dem Leistungsdichtespektrum auch bei nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen möglich. Für die Modelle mit einer sehr geringen Dämpfung ($D=0.002$ bei Stahl) konnte die Konvergenz der Gesamtleistungspegel bei $N \cdot Bias \geq 1000$ nachgewiesen werden. Zugunsten der erforderlichen Rechenzeit sind dabei Modelle mit kleiner Schrittzahl je Mode und großem Verzerrungsfaktor zu bevorzugen.

Weitere Schritte dienen der systematischen Untersuchung zur Abhängigkeit der (modalen) Dämpfung. Die Parameterstudien werden sowohl mit isotropen Werkstoffen mit konstanter Dämpfung als auch mit anisotropen

Werkstoffen mit variabler modaler Dämpfung [1, 3] sowie bei möglicher Frequenzabhängigkeit durchgeführt.

Ein Ansatz zur erweiterten Schrittweitensteuerung mit symmetrischer Verteilung an Resonanzstellen wird dabei zu einer effizienteren Parametrisierung der Modelle führen.

Förderhinweis

Die Ergebnisse wurden im Rahmen des Projektes DFG-KR 1713/18-1 ‘Schallabstrahlung bei nichtlinearem und lokal variierendem Dämpfungsverhalten von Mehrlagenverbunden’ erarbeitet, welches die *Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)* gefördert wird.

Literatur

- [1] ADAMS, R. D. ; MAHERI, M. R.: Dynamic flexural properties of anisotropic fibrous composite beams. In: *Composites Science and Technology* 50 (1994), Nr. 4, S. 497–514
- [2] FRITZE, Denny ; MARBURG, Steffen ; HARDTKE, Hans-Jürgen: Estimation of Radiated Sound Power: A Case Study on Common Approximation Methods. In: *Acta Acustica United with Acustica* 95 (2009), S. 833–842
- [3] KLAERNER, Matthias ; WUEHRL, Mario ; KROLL, Lothar ; MARBURG, Steffen: Anisotropic Damping of Thermoplastic Composites. In: *Noise and Vibration - Emerging Technologies, NOVEM*, 2015. – ISBN 978-2-9515667-0-5
- [4] LUEGMAIR, Marinus ; MÜNCH, Hannes: Verbesserte Equivalent Radiated Power (ERP) Berechnung. In: *DAGA 2015 - 41. Jahrestagung für Akustik*, 2015, S. 834–836