

Ausbreitung von Schalldruckfronten in Vertikal Anisotropem Eis

Dmitry Eliseev, Christopher Wiebusch, Marvin Willam, Simon Zierke

RWTH Aachen, III. Physikalisches Institut B, Email: eliseev@physik.rwth-aachen.de

Die EnEx-Initiative und das EnEx-RANGE Projekt

Auf dem Saturnmond Enceladus vermutet man einen globalen Ozean unter einem Mantel aus Eis [1]. Dieser Ozean bietet günstige Bedingungen für die Entwicklung von extraterrestrischem Leben [2].

Im Rahmen der vom DLR Raumfahrtmanagement geförderten Enceladus Explorer (EnEx) Initiative werden Technologien entwickelt, die bei einer zukünftigen Enceladus-Mission zum Einsatz kommen können. Im Rahmen dieser Mission soll ein autonom agierendes System mit einer im Eis manövrierbaren Schmelzsonde die Entnahme von Proben aus wasserführenden Spalten ermöglichen.

Im Jahr 2014 hat eine im Rahmen der EnEx-Initiative entwickelte Eisschmelzsonde in einem terrestrischen Testeinsatz in der Antarktis eine flüssige Probe kontaminationsfrei aus den Blood Falls am Taylorgletscher entnommen [3]. Das Projekt EnEx-RANGE ist Teil der EnEx-Initiative und hat zum Ziel, ein autonomes akustisches Navigationssystem für die Schmelzsonde zu entwickeln.

Motivation

Bei der akustischen Bestimmung der Position der Eisschmelzsonde, wird das Trilaterationsprinzip benutzt. Die Emitter mit bekannten Koordinaten senden Schallpulse aus, welche von der Eisschmelzsonde empfangen werden. Dabei werden die Laufzeiten der gemessenen Schallsignale bestimmt. Die Position der Eisschmelzson-

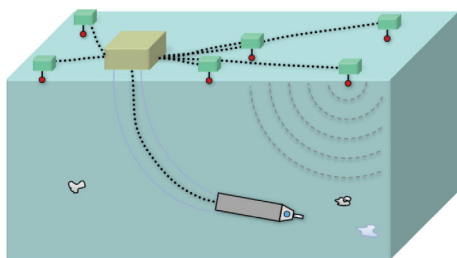


Abbildung 1: Prinzip der akustischen Lokalisierung

de ergibt sich aus der Überschneidung der akustischen Fronten zu den jeweils gemessenen Zeiten. Dafür ist es wichtig die Frontausbreitung einer akustischen Anregung im Eis als zeitliche Funktion zu kennen. Nimmt man an, dass die Schallgeschwindigkeit im Eis konstant ist (c_{const}), breitet sich die Schalldruckfront kugelförmig mit dem Radius $r = c_{const} \cdot t$ aus.

In einigen Einsatzgebieten besitzt das Eis nachgewiesenermaßen jedoch einen starken vertikalen

Schallgeschwindigkeitsgradienten [4],[5]. Die Annahme sphärischer Schallausbreitung kann daher zu Fehlern bei der akustischen Lokalisierung der Eisschmelzsonde führen.

Theorie

Die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Tiefe sei gegeben als $c(z)$. Wenn das Zentrum des Emitters

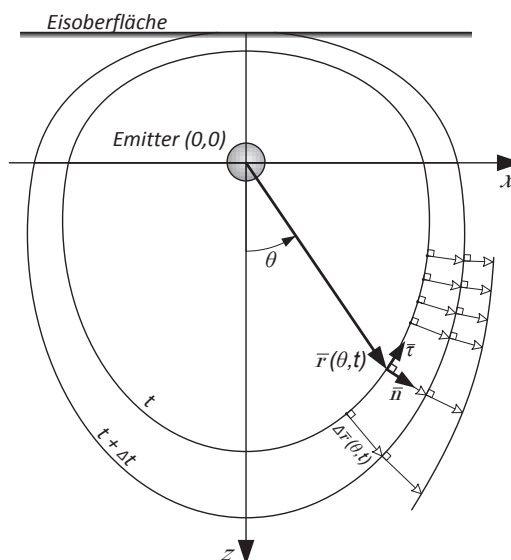


Abbildung 2: Skizze der Ausbreitung der Schalldruckfront

als Koordinatenursprung gewählt wird, ist die allgemeine Beschreibung für die Ausbreitung der Schalldruckwelle in Polarkoordinaten

$$\Delta \vec{r}(\theta, t) = c(\vec{r}) \cdot \Delta t \cdot \vec{n}(\theta, t) \quad (1)$$

mit $\Delta \vec{r}(\theta, t) = \vec{r}(\theta + \Delta \theta, t + \Delta t) - \vec{r}(\theta, t)$ und $\vec{n}(\theta, t)$ einem Normaleneinheitsvektor zu der Schalldruckfront (siehe Abbildung 2). Aus der allgemeinen Beschreibung der Frontausbreitung (1) lässt sich die folgende Differentialgleichung herleiten:

$$\partial_t r(\theta, t) = c(z) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial_\theta r(\theta, t)}{r(\theta, t)} \right)^2} \quad (2)$$

Alternativ kann man zur Berechnung der Schallausbreitung die Strahlverfolgungsmethode (Raytracing) verwenden. Diese wird zum Beispiel im BELLHOP Algorithmus [7] implementiert, welcher oft bei der Modellierung der Schallausbreitung in großen terrestrischen Wasservolumen benutzt wird.

Framework und Rechnungsergebnisse

Für die numerische Lösung der Gleichung (2) werden sowohl der Winkel θ als auch die Zeit t schrittweise variiert. Es werden N Richtungen, die $N - 1$ Sektoren bilden, betrachtet. Die Ausbreitung der Schalldruckfront wird entlang jedes Richtungsstrahls betrachtet. Die zeitlichen Differentialgleichungen für die gegebene Richtung werden mit der Runge-Kutta Methode 4. Ordnung gelöst. Die partiellen Ableitungen $\partial_{\theta} r$ werden durch die Winkelvariation berechnet.

Das entwickelte MATLAB Framework [6] erlaubt die Angabe folgender Konfigurationsparameter:

- Tiefenprofil der Schallgeschwindigkeit
- Simulationszeit
- Winkelauflösung
- Einbringtiefe der Emittier

Das Tiefenprofil der Schallgeschwindigkeit kann in einem separaten Modul entweder als Tiefenfunktion oder als Datentabelle definiert werden. Zur Illustration der Funktionsweise des Frameworks wurden drei Beispiele der Schallausbreitung bei verschiedenen Geschwindigkeitsprofilen berechnet. Die Ergebnisse dieser Modellrechnungen sind in den Abbildungen 3, 4 und 5 gezeigt. Die Diagramme links zeigen das Tiefenprofil der Schallgeschwindigkeit. Die Diagramme auf der rechten Seite zeigen die Schallausbreitung mit der Zeit.

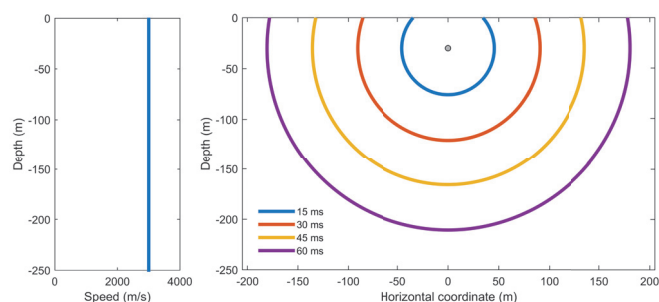


Abbildung 3: Schallausbreitung bei konstanter Schallgeschwindigkeit im Eis

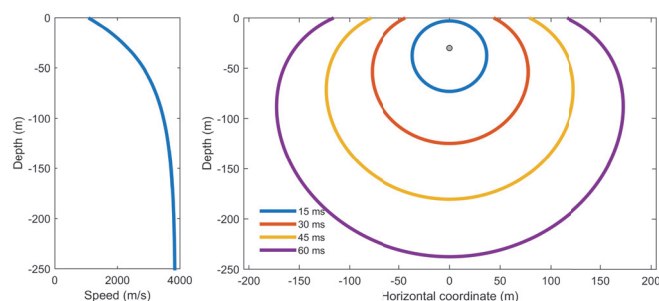


Abbildung 4: Links: Tiefenprofil der Schallgeschwindigkeit (gemessen am Südpol [4],[5]). Rechts: die simulierte Schallausbreitung

Man sieht, dass sich die Schallausbreitung je nach Anisotropie stark von einer kugelförmigen Ausbreitung unter-

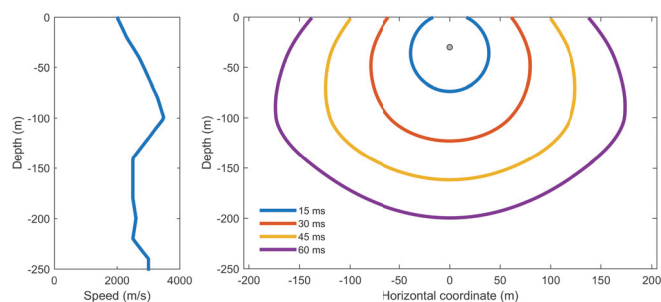


Abbildung 5: Ein exemplarisches Tiefenprofil der Schallgeschwindigkeit (links) und die Schallausbreitung (rechts)

scheiden kann. Daher ist es wichtig solche Anisotropien zu identifizieren und bei der Ermittlung der Entfernungen zu berücksichtigen.

Nachweis der Vertikalen Anisotropie an der Eisoberfläche

Die Modellrechnung zeigt zudem die Möglichkeit vertikale Anisotropien schon an der Eisoberfläche zu erkennen.

In Abbildung 6 ist die Schallausbreitung von einem oberflächennah platzierten Emittier dargestellt. Das simulierte Eis besitzt die am Südpol gemessene vertikale Anisotropie [4], [5], deren Geschwindigkeitsprofil in Abbildung 4 gezeigt ist. Die berechnete Schallausbrei-

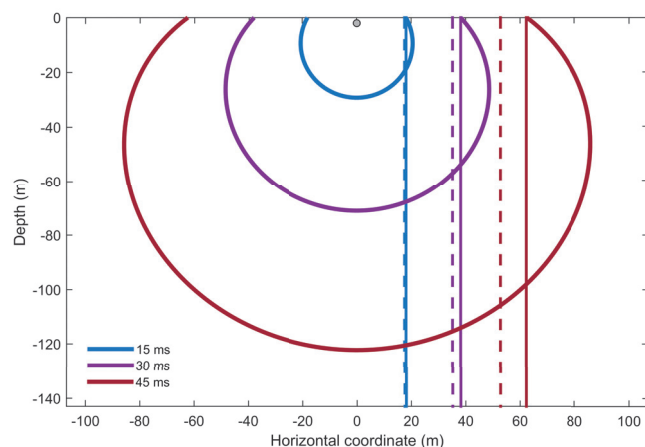


Abbildung 6: Simulierte Schallausbreitung am Südpol. Die vertikalen durchgezogenen Linien: Schallausbreitung an der Eisoberfläche unter Berücksichtigung der vertikalen Anisotropie [4],[5]. Die gestrichelten Linien: $C_{oberfl} \cdot t$.

ung in der Nähe der Eisoberfläche erfolgt schneller als mit der Schallgeschwindigkeit der oberflächennahen Eisschicht. Die gestrichelten Linien zeigen die horizontalen Koordinaten, die aus der Schallgeschwindigkeit (gemessen in der oberflächigen Eisschicht) und der Zeit berechnet werden ($r = C_{oberfl} \cdot t$). Hingegen zeigen die durchgezogenen vertikalen Linien die horizontalen Koordinaten der sich ausbreitenden Schallfront an der Eisoberfläche, die unter Berücksichtigung der vertikalen Anisotropie berechnet sind. Der Effekt lässt sich dadurch erklären, dass die direkte „Trajektorie“ eines Schallfrontenelements auf längeren Distanzen nicht die schnellste ist.

Literatur

- [1] Iess L. et al: The Gravity Field and Interior Structure of Enceladus. *Science* (Apr 2014), Vol.344, 78-80
- [2] Cassini Tastes Organic Material at Saturn's Geysers Moon, NASA Pressemitteilung (Mar 2008) URL: <http://saturn.jpl.nasa.gov/news/newsreleases/newsrelease20080326/>
- [3] Kowalski J. et al: Navigation technology for exploration of glacier ice with maneuverable melting probes. *Cold Regions Science and Technology* (Mar 2016), Vol.123, 53-70
- [4] Weihaupt J.G.: Seismic and gravity studies at the South Pole. *Geophysics* (1963), Vol.28 no.4, 582-592
- [5] Abbasi et al: Measurement of sound speed vs. depth in South Pole ice for neutrino astronomy. *Astroparticle Physics* (Jun 2010), Vol. 33, 277-286
- [6] Framework for calculation of the p-wave fronts expanding in vertically anisotropic ice. Homepage on Github, URL: <http://github.com/smartfpga/SchallAusbreitungImEis.git>
- [7] General description of the BELLHOP ray tracing program. Online Manual, URL: <http://oalib.hlsresearch.com/Rays/GeneralDescription.pdf>