

Rotierendes Beamforming im Frequenzbereich

Christof Ocker¹, Wolfram Pannert²

¹ Hochschule Aalen, 73430 Aalen, Deutschland, Email: christof.ocker@hs-aalen.de

² Hochschule Aalen, 73430 Aalen, Deutschland, Email: wolfram.pannert@hs-aalen.de

Einleitung

Rotierende Schallquellen, welche beispielsweise durch die Strömung an Tragflächen von Hubschraubern [1], an den Rotoren von Windturbinen [2] und Lüfterflügeln [3, 4, 5] entstehen, können durch Beamforming-Verfahren und einem Mikrofon Array lokalisiert werden. Im Wesentlichen gibt es drei Methoden, um rotierende Schallquellen zu lokalisieren. Sijtsma et al. [6] leitete eine Transportfunktion für rotierende Schallquellen zu einem ruhenden Mikrofon Array her. Hierbei werden die Laufzeitunterschiede an den einzelnen Mikrofonen im Zeitbereich ausgewertet. Fehlende Drucksignale zwischen den Mikrofonen werden interpoliert. Die zweite Methode, entwickelt von Dougherty und Walker [7], arbeitet im Frequenzbereich indem modale Steering-Vektoren in einem rotierenden Referenzsystem den Phasenunterschied an den Mikrofonen beschreiben. Im rotierenden System wird ein virtuelles Mikrofon Array mit einer beliebigen Anzahl an Mikrofonen definiert. Die Drucksignale an den realen Mikrofonen werden anschließend verwendet um durch Interpolation das Drucksignal an den virtuellen Mikrofonen zu bestimmen. Im Gegensatz zu den modalen Steering-Vektoren, verwenden die Autoren in dieser Arbeit die Greensche Funktion im Freifeld [8, 9], um die Schallausbreitung einer rotierenden Schallquelle exakt zu beschreiben. Für die Bewegungskompensation rotiert das Mikrofon Array virtuell mit der gleichen Rotationsgeschwindigkeit wie die Schallquellen, sodass die Drucksignale an den Mikrofonen mathematisch in ein rotierendes Referenzsystem transformiert werden. Zusätzlich wird durch die Anwendung einer sphärisch harmonischen Reihenentwicklung eine modifizierte Greensche Funktion im rotierenden Referenzsystem berechnet, welche das rotierende Schallfeld berücksichtigt. Das Ergebnis ist eine analytische Lösung für die Schallausbreitung einer rotierenden Schallquelle im Frequenzbereich. Der entscheidende Vorteil ist, dass die Drucksignale an den realen Mikrofonen ohne Interpolation berechnet werden.

Für die Anwendung einiger Beamforming-Verfahren ist zudem die Berechnung der Kreuzspektralmatrix notwendig. Im Vergleich zur üblich verwendeten Welch Methode im Zeitbereich zur Berechnung der Kreuzspektralmatrix wird in dieser Arbeit die Daniell Methode im Frequenzbereich verwendet. Aufgrund der unterschiedlichen Quellpositionen infolge der Quellungsbewegung eignet sich die Berechnung und Mittelung im Frequenzbereich besonders gut für bewegte Schallquellen. Mit der rotierenden Beamforming Methode werden Schallquellen vollständig im Frequenzbereich lokalisiert. Im nächsten Abschnitt wird das akustische Signalmodell beschrieben. Anschließend

veranschaulichen die Autoren die Berechnung und Mittelung der Kreuzspektralmatrix im Frequenzbereich. Der darauffolgende Abschnitt stellt den Vergleich der Greenschen Funktion und der Drucksignale im rotierenden und ruhendem System dar. Die Zusammenfassung ist der letzte Abschnitt.

Bewegungskompensation im Frequenzbereich

Im Gegensatz zu ruhenden Quellen ist die Lokalisierung bewegter Quellen komplizierter, da die Signale zeitabhängig sind und das Spektrum durch den Dopplereffekt verschoben ist. Um Beamforming-Verfahren anwenden zu können, muss zuerst eine Bewegungskompensation durchgeführt werden. Die Grundidee ist das Mikrofon Array virtuell zu rotieren, um ein ruhendes Schallfeld im rotierenden System zu beschreiben. Das Schallfeld für eine Punktquelle im rotierenden System ist folgendermaßen definiert:

$$P_{\Omega}(\mathbf{x}, \omega_k) = G_{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) Q(\mathbf{y}, \omega_k). \quad (1)$$

Hierbei ist $P_{\Omega}(\mathbf{x}, \omega_k)$ der Schalldruck im Frequenzbereich für jedes Mikrofon im rotierenden System für eine bestimmte Frequenz, $Q(\mathbf{y}, \omega_k)$ das Spektrum der Schallquelle und $G_{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k)$ die Greensche Funktion im Frequenzbereich im rotierenden System, welche die Schallausbreitung von der Quelle zu den Mikrofonen beschreibt. Hierbei werden Effekte berücksichtigt, welche von der Bewegung relativ zum ruhenden Medium entstehen. Der Vektor $\mathbf{x} = (r_x, \varphi_x, \theta_x)$ zeigt die Position der ruhenden Mikrofone und der Vektor $\mathbf{y} = (r_y, \varphi_y, \theta_y)$ die Position der rotierenden Punktquelle an. Das ringförmige Mikrofon Array ist achsensymmetrisch im Koordinatenursprung platziert und die Schallquelle rotiert um den Radius ρ mit einer Winkelgeschwindigkeit Ω um die z-Achse. Abbildung 1 veranschaulicht schematisch den Messaufbau und die rotierende Schallquelle. Zur Be-

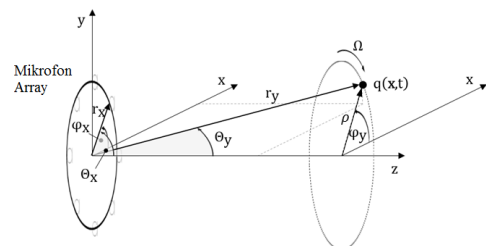


Abbildung 1: Schematische Darstellung vom Messaufbau und der rotierenden Schallquelle.

schreibung der Schallausbreitung einer rotierenden Quel-

le, wird die Greensche Funktion im ruhenden System durch eine sphärisch harmonische Reihenentwicklung in Kugelkoordinaten beschrieben. Anschließend wird das Signal in die akustische Moden m zerlegt und die Frequenz jeder Mode entsprechend der Rotation verschoben. Die modifizierte Greensche Funktion im rotierenden System in Gl. (1) ist definiert als

$$G_{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) = -i \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im(\varphi_{x0} - \varphi_{y0})} k_m \sum_{n=|m|}^{+\infty} N_{mn}^2 b_n(k_m, r_x, r_y) c_{mn}(\theta_x, \theta_y). \quad (2)$$

N_{mn} ist ein Normalisierungsfaktor

$$N_{mn} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}}, \quad (3)$$

k_m ist die Wellenzahl der akustischen Mode m entsprechend der verschobenen Frequenz und c die Schallgeschwindigkeit

$$k_m = \frac{(\omega_k + m\Omega)}{c}, \quad (4)$$

$j_n(\cdot)$ ist die sphärische Bessel Funktion und $h_n^{(\delta_m)}(\cdot)$ ist die sphärische Hankel Funktion mit der Ordnung n

$$b_n = \begin{cases} j_n(k_m, r_y) h_n^{(\delta_m)}(k_m, r_x) & \text{if } r_y \leq r_x \\ j_n(k_m, r_x) h_n^{(\delta_m)}(k_m, r_y) & \text{if } r_y > r_x \end{cases}, \quad (5)$$

wobei die Art der sphärischen Hankel Funktion δ_m nach Poletti und Teal [10] folgendermaßen definiert ist

$$\delta_m = \begin{cases} 2 & \text{if } k_m \geq 0 \\ 1 & \text{if } k_m < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Der Parameter c_{mn} wird bestimmt über

$$c_{mn} = P_n^m(\cos \theta_x) P_n^m(\cos \theta_y), \quad (7)$$

wobei $P_n^m(\cdot)$ die Legendre Funktion erster Art vom Grad n und der Ordnung m ist.

Mit dieser Formulierung können Beamforming-Verfahren im Frequenzbereich angewendet werden. Der Schalldruck an den Mikrofonen im ruhenden System $P(r_x, \varphi_{xl}, \theta_x, \omega_k)$ an den L äquidistant verteilten Mikrofonpositionen φ_{xl} wird durch die diskrete Fourierreihe mit den Koeffizienten der Azimutalmoden ausgedrückt:

$$P_m(r_x, \theta_x, \omega_k) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L P(r_x, \varphi_{xl}, \theta_x, \omega_k) e^{-im\varphi_{xl}} \quad (8)$$

mit

$$-\frac{L}{2} + 1 \leq m \leq \frac{L}{2}. \quad (9)$$

Um Effekte durch die Quellungsbewegung zu kompensieren, wird im rotierenden System jeder Koeffizient der Azimutalmoden in der Frequenz verschoben. Das Spektrum der

Drucksignale ergibt sich an dem Mikrofon mit der Nummer l über die inverse Fouriertransformation:

$$P_{\Omega}(r_x, \varphi_{xl}, \theta_x, \omega_k) = \sum_{m=-\frac{L}{2}+1}^{+\frac{L}{2}} P_m(r_x, \theta_x, \omega_k + m\Omega) e^{im\varphi_{xl}} \quad (10)$$

Die Anzahl der Mikrofone limitieren die Anzahl der aufgelösten Azimutalmoden.

Aufgrund der bewegten Quelle ist die Kreuzspektralmatrix der Mikrofonensignale gegenüber ruhenden Quellen verändert. Die modifizierte Kreuzspektralmatrix im rotierenden System berechnet sich aus dem Erwartungswert E der Drucksignale im rotierenden System

$$\langle S_{ll'}(\omega_k) \rangle = E \langle P_{\Omega}(r_x, \varphi_{xl}, \theta_x, \omega_k) P_{\Omega}^*(r_x, \varphi_{x'l'}, \theta_x, \omega_k) \rangle, \quad (11)$$

wobei der Exponent $*$ das Konjugierte des Drucksignals darstellt.

Mittelung der Kreuzspektralmatrix

Eine Mittelung der Kreuzspektralmatrix ist notwendig, um scheinbare Korrelationen in den Quellsignalen zu reduzieren. Einige Beamforming-Verfahren reagieren auf Korrelationen derart, dass bei zwei vollständig korrelierten Quellen nur eine lokalisiert wird. Bei ruhenden Quellen ist die übliche Methode zur Mittelung der Kreuzspektralmatrix der L Mikrofonensignale die Welch Methode [11] im Zeitbereich. Hierbei wird das gemessene Zeitsignal der Länge T in \bar{N} sich überlappende Unterabschnitte mit Q' Samples aufgeteilt. Anschließend wird für jeden Unterabschnitt die diskrete Fouriertransformation berechnet. Durch die Mittelung über \bar{N} Unterabschnitte ergibt sich die gemittelte Kreuzspektralmatrix entsprechend

$$\langle S_{ll'}(\omega_k) \rangle = \frac{1}{\bar{N}} \sum_{\bar{n}=1}^{\bar{N}} \sum_{s,s'}^S \frac{e^{i\omega_k \left(\frac{r_{ls} - r_{l's'}}{c} \right)}}{r_{ls} r_{l's'}} Q_{s,s'}^{\bar{n}}(\omega_k), \quad (12)$$

wobei S die Anzahl der Quellpositionen und r_{ls} der Vektor vom Mikrofon l zur Quelle s ist.

Bei rotierenden Schallquellen ist die Mittelung der Kreuzspektralmatrix im Zeitbereich schwierig, da die Position der Schallquelle in den Unterabschnitten unterschiedlich ist. In diesem Fall eignet sich die Mittelung im Frequenzbereich mit der Daniell Methode [12]. Hierbei wird die diskrete Fouriertransformation aus dem komplett gemessenen Zeitsignal der Länge T berechnet. Symmetrisch zur fokussierenden Frequenz wird anschließend über $2J$ benachbarte Frequenzlinien gemittelt:

$$\langle S_{ll'}(\omega_k) \rangle = \frac{1}{2J+1} \sum_{j=k-J}^{k+J} \sum_{s,s'}^S \frac{e^{i\omega_j \left(\frac{r_{ls} - r_{l's'}}{c} \right)}}{r_{ls} r_{l's'}} Q_{s,s'}(\omega_j). \quad (13)$$

Ein Vergleich der beiden Mittelungsverfahren und die Anwendung der Daniell Methode im Beamforming-Verfahren für ruhende und rotierende Schallquellen ist

in [13] dargestellt. Für einen bestimmten Fokuspunkt wird die Amplitude mit dem Delay&Sum-Beamforming-Verfahren folgendermaßen berechnet

$$B_s(\omega_k) = \sqrt{\sum_{l,l'} H_{l_s}^*(\omega_k) \langle S_{ll'}(\omega_k) \rangle H_{l's}(\omega_k)}, \quad (14)$$

wobei H_{l_s} der Steering Vektor für einen bestimmten Quellpunkt ist.

Lokalisierung rotierender Schallquellen

Bei der Lokalisierung von rotierenden Quellen gegenüber ruhenden Quellen ist die Berechnung der Drucksignale und der modifizierten Greenschen Funktion im rotierenden System notwendig. Während die Berechnung der Drucksignale in Gl. (10) vom Rechenaufwand gering ist, ist die Berechnung der modifizierten Greenschen Funktion im rotierenden System in Gl. (2) aufgrund der Reihenentwicklung sehr aufwendig. Um die Rechenzeit drastisch zu reduzieren kann bei kleinen Umfangsgeschwindigkeiten die modifizierte Greensche Funktion im rotierenden System G_Ω durch die Greensche Funktion im ruhenden System G_0 approximiert werden.

$$G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) = \frac{e^{-ik|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \quad (15)$$

Somit vereinfacht sich Gl. (1) zu

$$P_\Omega(\mathbf{x}, \omega_k) = G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) Q(\mathbf{y}, \omega_k). \quad (16)$$

Am Beispiel einer rotierenden Punktquelle wird der Unterschied zwischen G_0 und G_Ω gezeigt. Die Punktquelle rotiert mit einer Drehzahl von $n = 1000 \text{ 1/min}$ auf einem Radius von 0.25 m . Zum betrachteten Zeitpunkt befindet sich die Quelle im Punkt $\mathbf{y} = (0.25, 0.00, 1.00)$. Die Auswertung erfolgt mit dem Delay&Sum-Beamforming-Verfahren für die Frequenz $f = 2500 \text{ Hz}$. Die Fokusebene hat eine Größe von $0.8 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$ und ist in 1600 Fokuspunkte unterteilt. Mit der Daniell-Methode wird die Kreuzspektralmatrix über 101 Frequenzlinien gemittelt. Für die Lokalisierung wird ein ringförmiges Mikrofon Array mit 48 Mikrofonen verwendet, welche äquidistant auf einem Durchmesser vom 1 m achsensymmetrisch zur rotierenden Schallquelle in einem Abstand von 1 m angeordnet sind. Abbildung 2 zeigt das Ergebnis nach dem Beamforming. Die Rechenzeit für die Berechnung mit G_0 entsprechend Gl. (16) beträgt auf einem Intel Core i5-4210U Prozessor 102 s . Die Schallquelle wird zum betrachteten Zeitpunkt nicht an der richtigen Winkelposition lokalisiert. Durch die Approximation mit G_0 wird ein ruhendes System angenommen, wodurch die Schallquelle eine Winkelverschiebung aufweist. Bei der Berechnung der Reihenentwicklung der modifizierten Greenschen Funktion wird die Summe der Azimutalmoden m entsprechend der Anzahl der Mikrofone auf dem Array $\sum_{m=-23}^{+24}$ begrenzt. Höhere Azimutalmoden können vom verwendeten Array nicht aufgelöst werden. Die Grenze der Summe zur Berechnung der Radialfunktionen ist auf 100 limitiert, um eine Konvergenz der

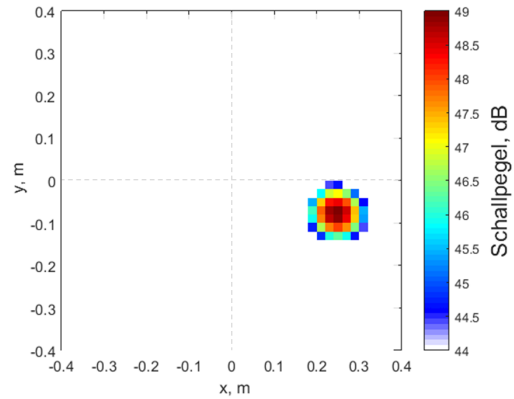


Abbildung 2: Beamforming-Ergebnis einer rotierenden Schallquelle mit $n = 1000 \text{ 1/min}$ berechnet mit G_0 .

Greenschen Funktion zu erreichen. Die Rechenzeit für die Berechnung mit G_Ω entsprechend Gl. (1) beträgt 8501 s . Abbildung 3 zeigt das Ergebnis nach dem Beamforming mit der Berechnung der modifizierten Greenschen Funktion. Die rotierende Schallquelle wird zum betrachteten

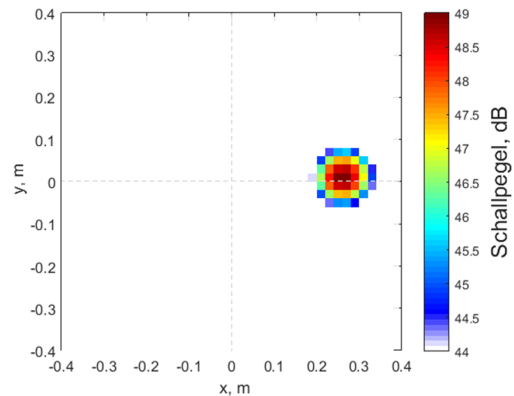


Abbildung 3: Beamforming-Ergebnis einer rotierenden Schallquelle mit $n = 1000 \text{ 1/min}$ berechnet mit G_Ω .

Zeitpunkt an der richtigen Position lokalisiert. Im Folgenden wird der Modulus und die Phase der Greenschen Funktion für diese Situation für einen bestimmten Fokuspunkt betrachtet. Die durchgezogene blaue Linie zeigt die Berechnung im rotierenden System und die gestrichelte rote Linie im ruhenden System. Während sich der Modulus nur geringfügig verändert, entwickelt sich bei der Phase ein Versatz bei der Berechnung der Schallquelle. Dieser Phasenunterschied führt zu einer Winkelverschiebung der Schallquelle. Ist man sich des Phasenunterschiedes bewusst, lässt sich dieser durch eine Drehung des Beamforming-Ergebnisses kompensieren. Abbildung 5 zeigt dieselbe Auswertung für eine rotierende Schallquelle mit $n = 6000 \text{ 1/min}$. Zusätzlich zur Phasenverschiebung tritt ebenfalls eine Verzerrung der Phase und eine Veränderung des Modulus als Funktion der Mikrofonposition auf. Um diese Schallquelle in Position und Amplitude richtig zu lokalisieren, muss zwingend die modifizierte Greensche Funktion im rotierenden System berechnet werden. Die modifizierte Greensche Funktion

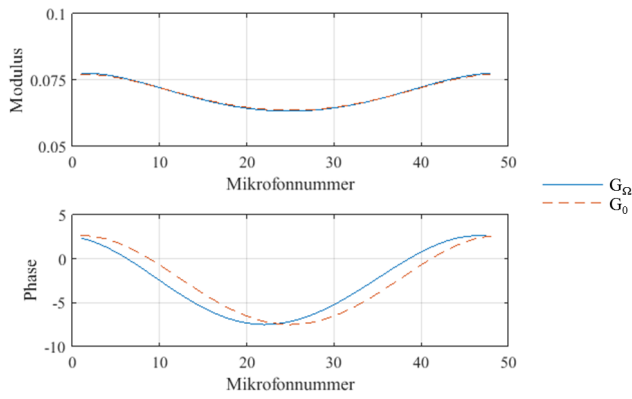


Abbildung 4: Modulus und Phase einer rotierenden Schallquelle mit $n = 1000$ $1/min$ berechnet mit G_Ω (durchgezogene Linie) und G_0 (gestrichelte Linie).

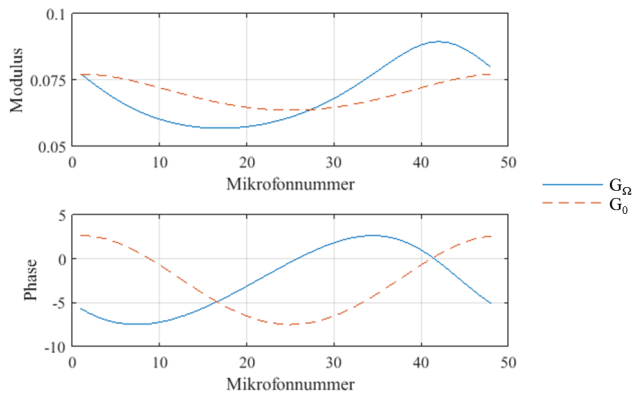


Abbildung 5: Modulus und Phase einer rotierenden Schallquelle mit $n = 6000$ $1/min$ berechnet mit G_Ω (durchgezogene Linie) und G_0 (gestrichelte Linie).

muss für jeden Fokuspunkt neu berechnet werden, wodurch sich die hohe Rechenzeit ergibt. Allerdings ist die Berechnung der Fokuspunkte völlig unabhängig voneinander, wodurch sich eine hervorragende Skalierbarkeit bei der parallelen Berechnung auf mehreren Prozessoren ergibt.

Zusammenfassung

Das rotierende Beamforming berechnet die Bewegungskompensation einer rotierenden Schallquelle und die Berechnung der Kreuzspektralmatrix vollständig im Frequenzbereich. Bei einer geringen Drehzahl bzw. bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten kann die Berechnung der modifizierten Greenschen Funktion im rotierenden System durch die Greensche Funktion im ruhenden System approximiert werden, sofern die Phasenverschiebung berücksichtigt wird. Bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten muss der Einfluss des rotierenden Schallfeldes durch die modifizierte Greensche Funktion berücksichtigt werden, da Modulus und Phase verschoben und verzerrt werden.

Literatur

- [1] Farassat, F.: Theory of Noise Generation from Moving Bodies with Application to Helicopter Rotors. NASA TR-451 (1975).
- [2] Ramachandran, R. C., Raman, G., and Dougherty, R. P.: Wind turbine noise measurement using a compact microphone array with advanced deconvolution algorithms, *Journal of Sound and Vibration* 333(14) (2014), 3058-3080
- [3] Dougherty, R., Walker, B., and Sutliff, D.: Locating and Quantifying Broadband Fan Sources Using In-Duct Microphones, 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2010), AIAA Paper 2010-3736
- [4] Herold, G., and Sarradj, E.: Microphone array method for the characterization of rotating sound sources in axial fans. In: Proceedings of the Fan 2015 Conference (2015)
- [5] Zenger, F., Junger, C., Kaltenbacher, M., and Becker, S.: A Benchmark Case for Aerodynamics and Aeroacoustics of a Low Pressure Axial Fan. SAE Technical Paper 2016-01-1805 (2016)
- [6] Sijtsma, P., Oerlemans, S., and Holthusen, H.: Location of Rotating Sources by Phased Array Measurements. NLR-TP-2001-135 (2001)
- [7] Dougherty, R., and Walker, B.: Sijtsma, P.: Virtual Rotating Microphone Imaging of Broadband Fan Noise, 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2009), AIAA Paper 2009-3121
- [8] Pannert, W., and Maier, C.: Rotating beamforming – motion-compensation in the frequency domain and application of high-resolution beamforming algorithms. *Journal of Sound and Vibration* 333(7) (2014), 1899-1912
- [9] Ocker, C., Pannert, W.: Imaging of Broadband Noise from Rotating Sources in Uniform Axial Flow. *AIAA Journal* (2016), 1-9
- [10] Poletti, M. A., and Teal, P. D.: Comparison of methods for calculating the sound field due to a rotating monopole. *The Journal of the Acoustical Society of America* 129(6) (2011), 3513-3520
- [11] Welch, P.: The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* AU-15 (1967), 70-73
- [12] Daniell, P. J., Discussion following on the theoretical specification and sampling properties of autocorrelated time series, by M. S. Bartlett. Supplement to the *Journal of the Royal Statistical Society* (1946), 27-41
- [13] Ocker, C., Pannert, W.: Calculation of the cross spectral matrix with Daniell's method and application to acoustical beamforming. *Applied Acoustics* 120 (2017), 59-69