

Beschreibung des Energieflusses über Stoßstellen leichter Massivholzkonstruktionen im mittleren und höheren Frequenzbereich

Christoph Winter, Martin Buchschmid, Gerhard Müller

Lehrstuhl für Baumechanik, Technische Universität München, 80333 München, Deutschland, Email: christoph.winter@tum.de

Einleitung

Für eine Verwendung leichter Massivholzkonstruktionen im Geschosswohnungsbau sind die methodischen Grundlagen für die Planung des erforderlichen Luft- und Trittschallschutzes weiterzuentwickeln. Hierfür ist insbesondere die Prognose der Schallübertragung an Bauteilstößen notwendig. Im tiefen Frequenzbereich eignet sich die Finite Elemente Methode (FEM) für Vorhersagen. Mit steigender Frequenz nimmt die Anzahl der Moden pro Frequenzband zu, wobei die klassische FEM aufgrund der Sensitivität der Ergebnisse an Grenzen stößt und die Anwendung statistischer Methoden erforderlich wird. Die Statistische Energie Analyse (SEA) liefert für den mittleren Frequenzbereich ab einer ausreichenden Anzahl an Moden pro Band robuste Ergebnisse, erlaubt jedoch in der Regel nur eine eingeschränkte Orts- und Frequenzauflösung. Hochfrequent kann das dynamische Verhalten der Platten in Dickenrichtung durch die SEA nicht abgebildet werden. Bei der Vorhersage im Frequenzbereich werden für die oben genannten Strukturen im Rahmen einer Energieflussanalyse (EFA) Mittelungsmethoden der SEA [1] in der Nachauswertung der FEM eingesetzt. Die Vorteile des Verfahrens sind robuste Ergebnisse sowie eine größere Flexibilität bei der Definition der Subsysteme [2, 3]. Mit der EFA können die Energieflüsse zwischen den einzelnen Bauteilen, auch für den mittleren und - im Fall von Volumenelemente-Modellen - höheren Frequenzbereich [4], in Form von Energieeinflusskoeffizienten A_{ij} bestimmt werden. Sofern die Voraussetzungen der SEA erfüllt sind, kann die EFA auf die Power Injection Method erweitert werden, um die Dämpfungsverlustfaktoren η_{ii} und Kopplungsverlustfaktoren η_{ij} zwischen Bauteilen zu berechnen. Damit kann das Stoßstellendämm-Maß zur Prognose der Körperschallübertragung über die Flanken gemäß EN 12354-1 [5] ermittelt werden. Hierbei erfolgt ein Abgleich mit den auf Basis der Schnellepegeldifferenzen berechneten Werten. Ferner werden die Grenzen von SEA und EFA anhand einer Gegenüberstellung der A_{ij} aufgezeigt.

Energieflussanalyse

Bei der Anwendung der EFA wird die Struktur - entsprechend deren Unterteilung in Bauteile - in Subsysteme eingeteilt, wobei im Gegensatz zur SEA die Voraussetzung der schwachen Kopplung nicht gegeben sein muss. Zunächst wird eine Harmonische Analyse durchgeführt. Die einzelnen Subsysteme werden wahlweise mit einer bekannten Belastung oder im Fall einer statistisch verteilten Last mit einer „Rain on the Roof“ - Anregung beaufschlagt. Letztere gewährleistet eine Beteiligung aller

Moden an der Systemantwort. Aus Last und Schnelle der belasteten Elemente wird die eingebrachte Leistung, gemittelt nach Zeit und Ort, berechnet. Das zeitliche Mittel der kinetischen und potentiellen Energie wird zunächst auf Elementbasis berechnet und lastfallbezogen über jedes Subsystem aufsummiert. Mittels der Gesamtenergie \mathbf{E} in den Subsystemen sowie der in die einzelnen Subsysteme eingebrachten Leistung \mathbf{P} kann die Matrix \mathbf{A} der Energieeinflusskoeffizienten ermittelt werden (siehe Gleichung (1)). Hierbei stellt der Matrixeintrag $A_{ij} = \frac{E_{ij}}{P_j}$ die auf die eingebrachte Leistung normierte Energie im Subsystem i bei Belastung des Subsystems j dar. [3]

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{P_1} & \frac{E_{12}}{P_2} & \cdots & \frac{E_{1n}}{P_n} \\ \frac{E_{21}}{P_1} & \frac{E_{22}}{P_2} & \cdots & \frac{E_{2n}}{P_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{E_{n1}}{P_1} & \frac{E_{n2}}{P_2} & \cdots & \frac{E_{nn}}{P_n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sind hierbei die Voraussetzungen für eine Anwendung der SEA gegeben, kann die Verlustfaktormatrix \mathbf{L}_0 mit den Dämpfungsverlustfaktoren η_{ii} und den Kopplungsverlustfaktoren η_{ij} durch eine Invertierung von \mathbf{A} gemäß Gleichung (2) gewonnen werden:

$$\mathbf{L}_0 = \frac{1}{\Omega} \mathbf{P}\mathbf{E}^{-1} = (\Omega\mathbf{A})^{-1} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} \eta_{11} + \sum_{j \neq 1} \eta_{1j} & -\eta_{21} & \cdots & -\eta_{n1} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} + \sum_{j \neq 2} \eta_{2j} & \cdots & -\eta_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1n} & -\eta_{2n} & \cdots & \eta_{nn} + \sum_{j \neq n} \eta_{nj} \end{bmatrix}$$

Modellbildung im Frequenzbereich

Es werden für die Prognose der Schallübertragung drei verschiedene Varianten der Modellbildung am Beispiel eines L-Stoßes bestehend aus Brettsperrholzwand und -decke verglichen [4]. Abbildung 1 zeigt Energieeinflusskoeffizienten einerseits mit der EFA - wahlweise auf Basis eines Schalen- oder Volumenelemente-Modells, andererseits mit der SEA (VAOne) berechnet. Die Stoßstelle ist im SEA-Modell durch eine Linienkopplung abgebildet, während im FE-Modell sämtliche Freiheits-

grade gekoppelt sind. Im höheren Frequenzbereich treten resonante Moden in Dickenrichtung auf, die ausschließlich von einem Volumenelemente-Modell abgebildet werden können. Das gilt auch für deren nicht-resonante Übertragungspfade im mittleren und tiefen Frequenzbereich. Beim Vergleich der A_{ij} von Schalen- und Volumenelemente-Modell fällt auf, dass tieffrequent einzelne Eigenfrequenzen sensitiv auf die unterschiedliche Abbildung der Kopplung reagieren. Im mittleren Frequenzbereich sind die A_{ij} vergleichbar, wobei darauf hinzuweisen ist, dass die Transmission der einzelnen Wellenfelder unterschiedlich aufgeteilt ist. So wird im Volumenelemente-Modell ein deutlich größerer Anteil an Biegewellen transmittiert. Für die Verwendung von Schalenelementen im tiefen und mittleren Frequenzbereich spricht die vergleichsweise geringe Anzahl an Freiheitsgraden verbunden mit einer geringeren Modellgröße und Rechenzeit.

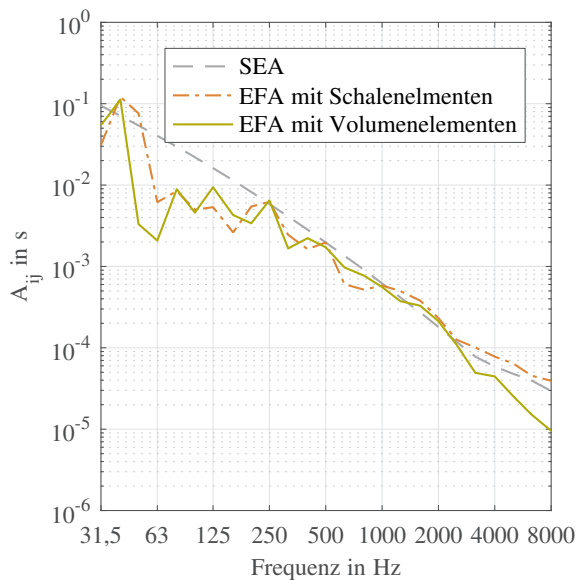


Abbildung 1: L-Stoß: Auf die Leistung normierte Energie A_{ij} in der Wand bei Anregung der Decke.

Die SEA stellt eine analytische Abschätzung im mittleren Frequenzbereich ab ca. fünf bis zehn Moden pro Band dar, was hier einem modalen Überlappungsfaktor von bis zu eins entspricht. Man geht von einer gleichmäßigen Anregung sämtlicher Moden aus, wobei spezifische Randbedingungen oder Lastangriffspunkte nicht berücksichtigt werden. Die SEA überschätzt die Kopplung im tieffrequenten Bereich deutlich, während sich mittelfrequent eine ähnliche Größenordnung wie bei der EFA ergibt. Um für den Abgleich mit der SEA näherungsweise eine gleichmäßige Anregung aller Moden hervorzurufen, wurde die EFA für eine „Rain on the Roof“-Anregung von 50 Elementlasten gleicher Amplitude mit unterschiedlichen Phasenlagen und Wirkungsrichtungen durchgeführt. Da sowohl die Schalenelemente als auch die SEA auf Reissner-Mindlin-Platten basieren, wird der Energiefluss im höheren Frequenzbereich nicht korrekt abgebildet. Dies wird durch die Abweichung beider Varianten bzgl. des Volumenelemente-Modells bestätigt.

Stoßstellendämm-Maß

Bei Prognose der Körperschallübertragung zwischen zwei Räumen spielen neben der direkten Übertragung durch das trennende Bauteil die Nebenwege über die flankierenden Bauteile eine wichtige Rolle. Die europäische Norm EN 12354-1 [5] beschreibt die Körperschallenergie, die über Bauteilstöße transportiert wird, über das sogenannte Stoßstellendämmmaß K_{ij} .

Es wird beispielsweise bei der Prognose des Norm-Trittschallpegels für den Übertragungsweg über die Flanke $L_{n,ij}$ (vgl. Gleichung (3)) eingesetzt. Dabei setzt sich dieser Übertragungsweg aus dem Norm-Trittschallpegel der angeregten Decke L_n sowie einer eventuellen Minderung durch eine Deckenauflage ΔL , dem mittleren Schalldämm-Maß R von Sendebau- und Empfangsbau- sowie einer eventuellen Minderung durch eine Vorsatzschale vor dem Empfangsbau- ΔR zusammen. Ferner gehen das logarithmische Verhältnis beider Bauteilflächen S und die richtungsgemittelte Schnellepegeldifferenz $\overline{D_{v,ij}}$ ein. Dabei steht der Index *situ* für die unter tatsächlichen Baubedingungen geltenden Größen und der Überstrich für richtungsgemittelte Größen. [5]

$$L_{n,ij} = L_{n,situ} - \Delta L_{situ} + \frac{R_{i,situ} - R_{j,situ}}{2} - \Delta R_{j,situ} - \overline{D_{v,ij,situ}} - 5 \lg \left(\frac{S_i}{S_j} \right) \quad (3)$$

In der Planungsphase eines Bauvorhabens kann mittels Gleichung (5) die richtungsgemittelte Schnellepegeldifferenz aus dem richtungsgemittelten Stoßstellendämm-Maß, der Stoßstellenlänge l_{ij} und der äquivalenten Absorptionslänge a der angrenzenden Bauteile prognostiziert werden.

$$a = \eta_{tot} S \frac{\pi^2}{c_0} \sqrt{f f_{ref}} \quad (4)$$

Letztere berücksichtigt den Gesamtverlustfaktor η_{tot} des angrenzenden Bauteils und wird als äquivalent bezeichnet, da eine fiktive Koinzidenzgrenzfrequenz von $f_{ref} = 1000$ Hz angesetzt wird. Dabei stellt c_0 die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schall in Luft und f die Bandmittefrequenz dar.

$$\overline{D_{v,ij,situ}} = \overline{K_{ij}} - 10 \lg \left(\frac{l_{ij}}{\sqrt{a_i a_j}} \right) \quad (5)$$

Beim Stoßstellendämm-Maß handelt es sich um eine invariante Größe, da die richtungsgemittelte Schnellepegeldifferenz auf die Stoßstellenlänge und die äquivalenten Absorptionslängen der angrenzenden Bauteile normiert ist [5]:

$$\overline{K_{ij}} = \frac{D_{v,ij} + D_{v,ji}}{2} + 10 \lg \left(\frac{l_{ij}}{\sqrt{a_i a_j}} \right) \quad (6)$$

Somit erhöht Gleichung (5) das Stoßstellendämm-Maß aufgrund des höheren η_{tot} unter tatsächlichen Baubedingungen im Vergleich zum freistehenden Stoß im Labor

und hebt den Bezug auf die fiktive Koinzidenzgrenzfrequenz wieder auf, um die tatsächlich auftretende, richtungsgemittelte Schnellepegeldifferenz zu prognostizieren.

Gemäß Anhang E von EN 12354-1 [5] bildet der Transmissionsgrad τ_{ij} für das Biegewellenfeld die Ausgangsgröße für das richtungsabhängige Stoßstellendämm-Maß. Gleichung (7) beinhaltet die Normierung der Koinzidenzgrenzfrequenz des Empfängerbauteils $f_{c,j}$ auf die fiktive f_{ref} . Dies entspricht einer Normierung des Transmissionsgrades hinsichtlich Material und Geometrie des Empfangsbauteils und führt zu dem invarianten Stoßstellendämm-Maß:

$$K_{ij} = -10 \lg(\tau_{ij}) + 5 \lg\left(\frac{f_{c,j}}{f_{ref}}\right) \quad (7)$$

Der Transmissionsgrad ist definiert als Verhältnis aus der an einer Stoßstelle transmittierten und auftreffenden Leistung. Dementsprechend ist das Stoßstellendämm-Maß nur innerhalb des mittleren Frequenzbereichs einsetzbar, in welchem die Voraussetzungen wellenbasierter Ansätze gelten. Das beinhaltet die Annahme, dass es sich um eine Stoßstelle zweier halb-unendlicher Platten handelt. Diese ist erfüllt, sofern Reflexionen mit deutlich geringerer Amplitude und/oder inkohärent zur Anregung auftreten. Durch Annahme eines Diffusfelds gelten sämtliche Einfallswinkel auf die Stoßstelle als gleich wahrscheinlich. Somit kann über den winkelabhängigen Transmissionsgrad integriert werden. Grundsätzlich ist die Diffusfeldannahme in Platten aufgrund der geringeren modalen Dichte und der parallelen Kanten schwerer zu rechtfertigen als in Räumen. Jedoch wirken sich hier die einzelnen Lagen des Brettspertholzes neben Fensteröffnungen positiv aus. Bei Anwendung der SEA geht man von einer Gleichverteilung der modalen Energie aus. Diese Gleichverteilung wird entsprechend über die Einfallswinkel angenommen, wodurch anhand des winkelunabhängigen Transmissionsgrads der Kopplungsverlustfaktor η_{ij} zwischen zwei Subsystemen für die SEA berechnet werden kann: [6]

$$\eta_{ij} = \frac{\tau_{ij} c_{g,i} l_{ij}}{2\pi^2 f S_i} \quad (8)$$

Ferner geht die Gruppenwellengeschwindigkeit $c_{g,i}$, mit der die Energie transportiert wird, ein. Löst man Gleichung (8) nach τ_{ij} auf und setzt dieses in Gleichung (7) ein, erhält man unter Annahme dünner Platten den Ausdruck des aktuellen Entwurfs der EN 12354-1 [5] zur Berechnung des Stoßstellendämm-Maßes auf Basis von η_{ij} :

$$K_{ij} = -10 \lg\left(\eta_{ij} \frac{\pi^2 S_i}{c_0 l_{ij}} \sqrt{\frac{f_{c,i}}{f_{c,j}}} \sqrt{f_{ref} f}\right) \quad (9)$$

Das nach Gleichung (9) berechnete Stoßstellendämm-Maß beschränkt sich somit neben der Körperschalltransmission zwischen Biegewellenfeldern auf dünne Platten. Die Übergangsfrequenz von der akustisch dünnen zur dicken Platte hängt

für das Stoßstellendämm-Maß von der Gruppenwellengeschwindigkeit ab. Durch Gleichsetzen mit der flächenkorrigierten Scherwellengeschwindigkeit ergibt sich eine Übergangsfrequenz von 200 Hz, ab der die Schubsteifigkeit die Gruppengeschwindigkeit der dünneren Platte des untersuchten T-Stoßes (vgl. Abbildung 2) beeinflusst. Dies entspricht mit vier Moden pro Band in etwa der Untergrenze der Anwendbarkeit wellenbasierter Ansätze wie der SEA. Eine Erweiterung auf akustisch dicke Platten kann durch die Einführung der Gruppenwellengeschwindigkeit von effektiven Biegewellen nach Meier [7] erfolgen. Letztere sind für die dynamische Auslenkung senkrecht zur Plattenebene verantwortlich und setzen sich im mittleren und höheren Frequenzbereich aus Biege- und Scherwellen zusammen. Scherwellen, die Amplituden in Plattenebene erzeugen, breiten sich in der Brettspertholzplatte aufgrund der im Vergleich zum Rollschubmodul höheren Schubsteifigkeit schneller aus. Dabei weisen Longitudinalwellen die höchste Ausbreitungsgeschwindigkeit auf.

Der Energieaustausch zwischen sämtlichen Wellenfeldern benachbarter Platten kann durch einen mit der EFA ermittelten Kopplungsverlustfaktor beschrieben werden, wodurch - im Gegensatz zur SEA - eine Prognose bei tieferen Frequenzen möglich ist [3]. Aufgrund der deterministischen Vorgehensweise gilt die Anforderung der statistischen Gleichverteilung modaler Energien bei der EFA nicht. Die unterschiedlichen Geschwindigkeiten, mit der die Energie innerhalb der einzelnen Wellenfelder transportiert wird, können in der anschließenden Rückrechnung auf das Stoßstellendämm-Maß nicht berücksichtigt werden. Gemäß Gleichung (8) erfolgt in der Regel die Limitierung auf Biegewellen bzw. den Frequenzbereich, in dem Biegewellen dominant sind.

Vernachlässigt man den Energieaustausch zwischen dritten und weiteren Subsystemen, kann η_{ij} nach Gleichung (10) approximiert werden.

$$\eta_{ij} = \frac{E_{kin,j}(v_z)}{E_{kin,i}(v_z)} \eta_j \quad (10)$$

$E_{kin}(v_z)$ steht hierbei für die kinetische Energie ermittelt auf Basis der Oberflächenschnelle senkrecht zur Plattenoberfläche v_z , was einer Näherung der Biegewellenenergie entspricht. Wird der oben stehende Ausdruck (10) in Gleichung (9) eingesetzt und anschließend über beide Übertragungsrichtungen gemittelt, ergibt sich das richtungsgemittelte Stoßstellendämm-Maß auf Basis der Schnellepegeldifferenzen (vgl. Gleichung (6)), wobei die Mittelung die in der kinetischen Energie enthaltene Masse eliminiert.

Diskussion und Fazit

Da nur die Bewegung senkrecht zur Oberfläche zur Abstrahlung ins Empfangssystem beiträgt und unter der Annahme, dass die Anregung senkrecht zur Oberfläche erfolgt, erscheint die Berechnung des Stoßstellendämm-Maßes auf Basis von Schnellepegeln senkrecht zur Platte aussagekräftig - sofern die im Folgenden beschriebe-

ne Vorgehensweise gewählt wird. Für eine Prognose sollte die EFA herangezogen werden, damit im Modell der Energieaustausch sowohl zwischen sämtlichen Wellenfeldern als auch zwischen sämtlichen Subsystemen abgebildet wird. Mit dem aus Oberflächenschnellen senkrecht zur Platte ermittelten Kopplungsverlustfaktor η_{ij,v_z} und der Gruppenwellengeschwindigkeit von effektiven Biegewellen sollte anschließend das Stoßstellendämm-Maß berechnet werden. Dies gilt auch für messtechnische Untersuchungen. Das Vorgehen ist näherungsweise konsistent, da sowohl η_{ij,v_z} numerisch oder messtechnisch als auch die Gruppenwellengeschwindigkeit analytisch ausschließlich effektive Biegewellen in akustisch dicken Platten berücksichtigen.

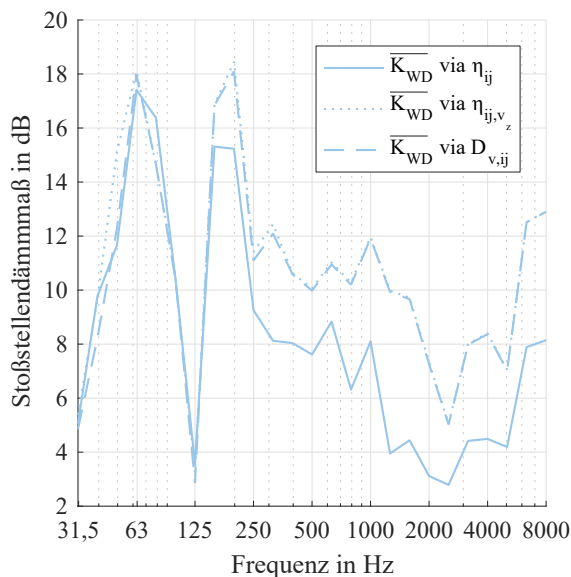


Abbildung 2: T-Stoß: Richtungsgemitteltes Stoßstellendämm-Maß zwischen unterer Wand und Decke.

Abbildung 2 zeigt das richtungsgemittelte Stoßstellendämm-Maß für eine starre Kopplung zwischen unterer Wand und Decke eines T-Stoßes aus Brettspertholz. Alle dargestellten Varianten wurden auf Basis eines Volumenelemente-Modells berechnet. Dabei wurden die Kopplungsverlustfaktoren mit der EFA ermittelt, wobei - analog zur Bestimmung von $D_{v,ij}$ - für η_{ij,v_z} jeweils nur die kinetische Energie aus den Oberflächenschnellen senkrecht zur Platte ermittelt wurde. Treten Moden in Dickenrichtung auf, wird die Energie in der Platte durch ausschließliches Abgreifen von v_z an der Oberfläche überschätzt. Der geringe Unterschied zwischen dem Stoßstellendämm-Maß aus η_{ij,v_z} und $D_{v,ij}$ beruht auf dem Energiezufluss aus der starr gekoppelten oberen Wand, nachdem der in die Absorptionslänge eingehende $\eta_{i,tot}$ ebenfalls mit der EFA aus $\sum_j \eta_{ij,v_z}$ berechnet wurde.

Vergleicht man die Varianten η_{ij,v_z} und η_{ij} , so führt letztere für mittlere und höhere Frequenzen zu einem deutlich geringeren Stoßstellendämm-Maß aufgrund von Wellen in Plattenebene (siehe auch [6, 8, 4]). Dieser Übertragungspfad ist - wie der Austausch zwischen sämtlichen Wellenfeldern in der EFA - in η_{ij} erfasst. Jedoch müsste bei der Umrechnung auf das Stoßstel-

lendämm-Maß angenommen werden, dass die gesamte Energie mit der Gruppenwellengeschwindigkeit der effektiven Biegewellen transportiert wird. Dadurch wird das Vorgehen inkonsistent, sobald die beiden Kurven (η_{ij,v_z} und η_{ij}) voneinander abweichen.

Der Übertragungspfad zwischen Biegewellen und Wellen in Plattenebene kann durch das Stoßstellendämm-Maß nur dann korrekt abgebildet werden, wenn man das entsprechende τ_{ij} als Ausgangsgröße verwendet. Die hiermit verbundene Begrenzung auf die Annahmen wellenbasierter Ansätze schränkt den Frequenzbereich ein und schließt eine exakte Modellierung von Geometrie, Randbedingungen und Lastangriffspunkten aus.

Dem Transfer der im Luftschall üblichen, von der Gesamtstruktur abstrahierten Dämm-Maße auf den Körperschall sind bei der vorliegenden Massivholzstruktur mit unterschiedlichen Wellentypen Grenzen gesetzt.

Danksagung

Die Autoren danken S. Mecking (Hochschule Rosenheim) für die zur Verfügung gestellten Ergebnisse der SEA im Rahmen des AiF-DFG-Clusterprojekts „Vibroakustik im Planungsprozess für Holzbauten“. Das IGF-Vorhaben 18726N der Forschungsvereinigung Internationaler Verein für Technische Holzfragen e.V. – iVTH, Bienroder Weg 54 E, 38108 Braunschweig wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.

Literatur

- [1] Lyon, R. H.; DeJong, R. G.: Theory and application of statistical energy analysis, 2. ed. Boston et al 1995.
- [2] Mace, B. R.; Shorter, P. J.: Energy Flow Models from Finite Element Analysis. In: Journal of Sound and Vibration 233 (2000) 3, S. 369–89.
- [3] Winter, C. et al.: Modelling the Sound Transmission across Junctions of Building Components by Energy Influence Coefficients. Eurodyn 2014.
- [4] Winter, C. et al.: Untersuchung leichter Massivholzkonstruktionen im mittleren und höheren Frequenzbereich: DAGA 2016.
- [5] DIN EN 12354: Bauakustik - Berechnung der akustischen Eigenschaften von Gebäuden aus den Bauteileigenschaften - Teil 1 und 2.
- [6] Hopkins, C.: Sound insulation. Theory into Practice, 1st ed. Oxford 2007.
- [7] Meier, A.: Die Bedeutung des Verlustfaktors bei der Bestimmung der Schalldämmung im Prüfstand, Dissertation. Aachen 2000.
- [8] Hopkins, C. et al.: Regression curves for vibration transmission across junctions of heavyweight walls and floors based on finite element methods and wave theory. In: Applied Acoustics 113 (2016), S. 7–21.