

Methode zur Bestimmung der Zuverlässigkeit von Mikrofonarrayverfahren

Gert Herold, Ennes Sarradj

Technische Universität Berlin, Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik,

E-Mail: gert.herold@tu-berlin.de, ennes.sarradj@tu-berlin.de

Einleitung

Mikrofonarrayverfahren werden in der Messtechnik zur Charakterisierung von Schallquellen eingesetzt. Hierfür werden die gleichzeitig an verteilten Mikrofonpositionen aufgenommenen Signale ausgewertet. Neben der reinen Ortung von Quellen ist die exakte Bestimmung des Schalldruckpegels gleichzeitig abstrahlender Quellen von Interesse. Es existieren eine Reihe von Algorithmen, die diese Aufgabe lösen sollen.

Vorangegangene Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass bei Anwendung verschiedener Verfahren auf dieselben Ausgangsdaten deutliche Abweichungen der Ergebnisse zu verzeichnen sind [1]. Im Falle gemessener Daten ist es nur schwer möglich zu beurteilen, ob der verwendete Algorithmus unter den gegebenen Randbedingungen ein korrektes Ergebnis liefert. Die Auswertung simulierter Daten hingegen erlaubt es, das erhaltene mit dem erwarteten Ergebnis zu vergleichen und damit die Zuverlässigkeit des verwendeten Algorithmus' zu bewerten.

Dieser Beitrag untersucht die Anwendung mehrerer Algorithmen auf simulierte Datensätze, bei denen unterschiedliche Parameter, wie etwa die Anzahl, Position und Pegel der Quellen, variiert wurden. Die Abweichungen der berechneten zu den korrekten Ergebnissen werden mit geeigneten Fehlergrößen beschrieben. Um eine große Bandbreite von Parameterabhängigkeiten der Fehlergrößen bei beherrschbarer Anzahl von Variationen abdecken zu können, werden die veränderlichen Eingangsparameter auf Basis definierter Zufallsverteilungen variiert (Monte-Carlo-Simulation).

Aus der Auswertung der Simulationen ergeben sich statistische Aussagen über die Verlässlichkeit der Mikrofonarrayverfahren, die eine Auswahl einer geeigneten Methode bei gegebenen Randbedingungen erlauben.

Evaluationsmethodik

Die Methodik zur Bewertung eines Arrayverfahrens besteht aus drei Schritten, die nacheinander für eine große Zahl von Testfällen abgearbeitet werden [2]:

1. Simulieren von Testdaten,
2. Berechnen der Quellverteilung mit dem zu bewertenden Verfahren,
3. Auswertung der Ergebnisse mit geeigneten Fehlergrößen.

Generierung von Testdaten

Die Qualität der mit Arrayverfahren berechneten Ergebnisse hängt nicht nur von verfahrensspezifischen Parametern, sondern auch von den zugrundeliegenden Messdaten ab. Um die Leistungsfähigkeit mehrerer Verfahren gegenüberzustellen, werden diese daher auf dieselben Datensätze, bei denen einzelne Größen variiert wurden, angewendet.

Für statistische Auswertungen wird eine große Zahl von Datensätzen benötigt. Hierfür wäre eine experimentelle Datengenerierung zu aufwändig. Die Simulation von Daten hingegen erlaubt die volle Kontrolle der Quell- und Umgebungseigenschaften und stellt die volle Reproduzierbarkeit der Ergebnisse sicher.

Allerdings ist der mögliche Parameterraum sehr groß. Eine schrittweise Parametervariation mit allen möglichen Kombinationen lässt sich aufgrund des hohen Rechenaufwands nicht durchführen. Aus diesem Grund werden für die vorgeschlagene Methode fixe Randbedingungen definiert, während für einige Größen Zufallsverteilungen angenommen werden, aus denen die konkreten Parameter eines Datensatzes „gewürfelt“ werden (Monte-Carlo-Simulation). Insgesamt wurden 12 600 Datensätze simuliert.

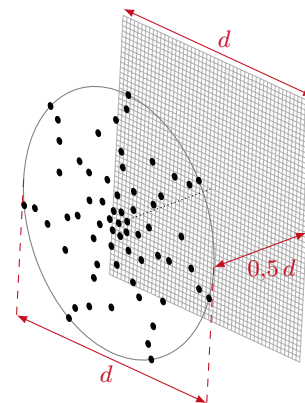


Abbildung 1: Schema der Anordnung von Mikrofongeometrie und Fokusgitter.

Zu den nicht variierten Randbedingungen gehören die Arraygeometrie und der Fokusbereich. Wie in Abb. 1 schematisch dargestellt, besteht das Array aus 64 spiralförmig angeordneten Mikrofonen mit der Apertur d . Parallel dazu befindet sich im Abstand einer halben Apertur ein quadratisches Fokusgitter. Zwei benachbarte Fokuspunkte sind $0,02 d$ voneinander entfernt. Ebenfalls vorausgesetzt wird, dass alle Schallquellen Monopolcharakteristik besitzen, sich in einem ruhenden, homogenen Medium befinden sowie jeweils unkorreliertes weißes Rauschen aussenden.

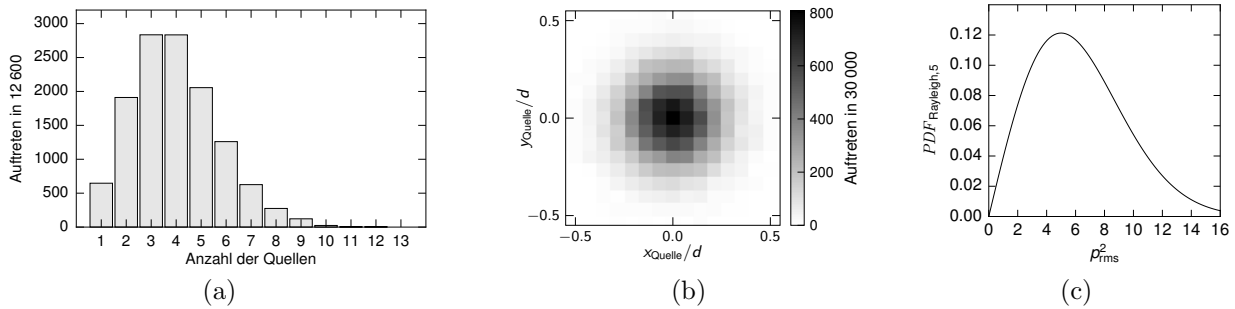


Abbildung 2: Für die gewürfelten Parameter charakteristische Verteilungen: a) Poisson-Verteilung ($\lambda = 3$) – Quellenanzahl, b) bivariate Normalverteilung – Quellpositionen, c) Rayleigh-Verteilung – Quellstärken.

Zufällig variiert werden folgende Größen:

- Anzahl der Schallquellen im Datensatz,
- Position der Quellen,
- (relative) Stärke der Quellen.

Die jeweils zugehörigen Verteilungen sind in Abb. 2 dargestellt. Hierbei wird angenommen, dass es für die variierten Parameter jeweils Wertebereiche gibt, die wahrscheinlicher sind als andere.

Die Anzahl der Quellen wird für jeden Datensatz aus einer um 1 erhöhten Poisson-Verteilung gewürfelt (Abb. 2a). Dabei werden alle Zahlen größer als Null zugelassen; jedoch ist es am wahrscheinlichsten, dass in einem Datensatz zwischen 2 und 5 Schallquellen auftreten.

Die mögliche Position der Quellen wird auf die Ebene und die Berandung des Fokusbereichs begrenzt. Eine Quelle darf sich jedoch auch zwischen diskreten Fokuspunkten befinden. Zusätzlich wird angenommen, dass sich die Quellen zumeist in der Nähe des Zentrums des Fokusbereichs befinden. Hierfür werden die Positionen aus einer zweidimensionalen Normalverteilung zufällig bestimmt (Abb. 2b).

Schließlich wird noch die Stärke der Quellen aus der Rayleigh-Verteilung (in Form des p_{rms}^2 -Wertes in einer Referenzentfernung) bestimmt. Da keine zusätzlichen Störquellen vorhanden sind, sind in einem Datensatz nur die jeweils relativen Quellstärken von Interesse. Mit der vorgegeben Verteilung ist es wahrscheinlich, dass die Quellenstärken in etwa die gleiche Größenordnung haben, wobei stark unterschiedliche Pegel jedoch nicht ausgeschlossen werden.

Bei der Verwendung simulierter „sauberer“ Daten besteht die Gefahr, dass ein Algorithmus sehr gute Ergebnisse liefert, obwohl er bei realen Messdaten eine starke Empfindlichkeit auf kleine Abweichungen vom angenommenen Modell aufweist. Um dem Rechnung zu tragen, wurden die nominellen Mikrofonpositionen bei der Simulation mit einem zufälligen kleinen Positionierungsfehler beaufschlagt, der jedoch nicht in die Auswertung eingeht.

Algorithmen

Basis der hier verglichenen Verfahren ist die Auswertung der Kreuzspektralmatrix

$$\mathbf{C} = \overline{\mathbf{p}\mathbf{p}^H}.$$

Beim Beamforming im Frequenzbereich wird daraus eine Kartierung der Schallquellen erstellt. Der Bereich, in dem Quellen erwartet werden, wird mit einem Fokusgitter diskretisiert (Indizes $n = 1 \dots N$). Die Schallausbreitung von einem Fokuspunkt zu allen Mikrofonpositionen (Indizes $m = 1 \dots M$) wird über den Steering-Vektor modelliert, der zusätzlich die einzelnen Mikrofone gewichtet. Seine Einträge werden mit

$$h_m = \frac{1}{r_{n,0} r_{n,m} \sum_{l=1}^M r_{n,l}^{-2}} e^{-jk(r_{n,m} - r_{n,0})} \quad (1)$$

berechnet. Die Schalldruckquadrate an den Fokuspunkten werden schließlich wie folgt berechnet:

$$p_n^2 = \mathbf{h}_n^H \mathbf{C} \mathbf{h}_n. \quad (2)$$

Die aus dem klassischen Delay-and-Sum-Beamforming in Gl. (2) erhaltene Quellkarte enthält verfahrensbedingte Artefakte, die sich durch weitere Datenverarbeitung mit geeigneten Algorithmen reduzieren lassen.

Exemplarisch sollen hier die Entfaltungsalgorithmen

- DAMAS [3]
- Orthogonales Beamforming (OB) [4]
- CLEAN-SC [5]

verglichen werden. Die hier vorgestellte Methodik zur Bestimmung der Zuverlässigkeit eines Verfahrens lässt sich jedoch auch auf beliebige Algorithmen anwenden. Für die Berechnungen wurde die Implementierung obiger Algorithmen im Software-Paket Acoular verwendet [6].

Die Ergebnisse werden jeweils in Terzbänder zusammengefasst. Frequenzen werden mit der Apertur d und der Schallgeschwindigkeit c zur Helmholtzzahl

$$He = \frac{f d}{c} \quad (3)$$

normiert. Es werden Helmholtzzahlen zwischen 1 und 16 betrachtet. Die Berechnung der Quellkarten für die 12600 simulierten Datensätze dauerte ca. 43000 CPU-Stunden, wobei die DAMAS-Rechenzeit mehr als 97% davon ausmacht.

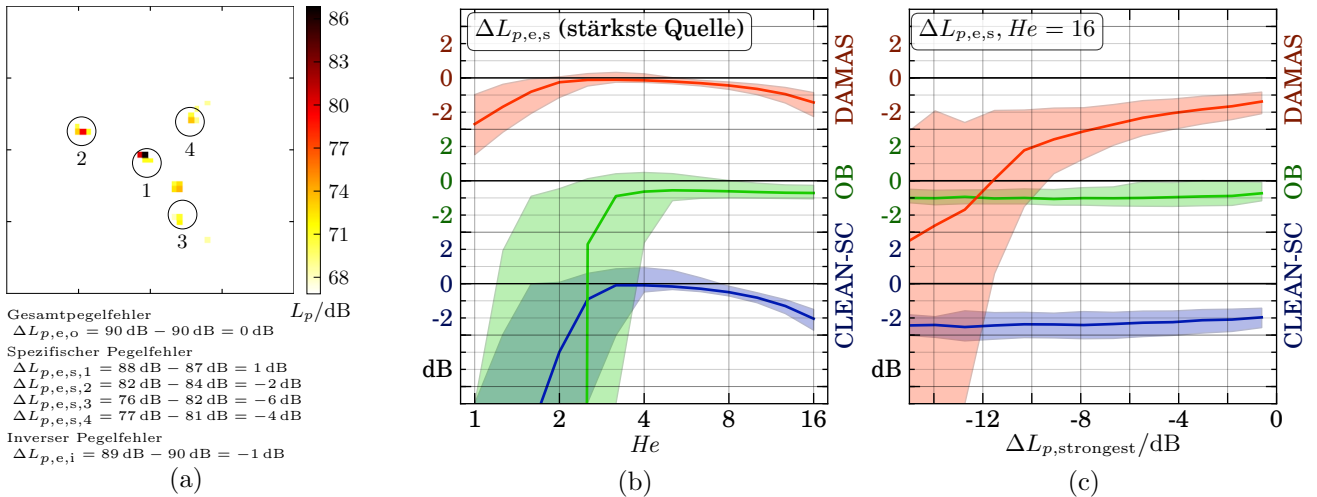


Abbildung 3: a) Exemplarische CLEAN-SC-Quellkarte mit 4 Quellen bei $He = 2$ und dazugehörigen Fehlerkenngrößen. b) Spezifischer Pegelfehler der stärksten Quelle im Datensatz in Abhängigkeit von der Helmholtzzahl. c) Spezifischer Pegelfehler in Abhängigkeit vom Pegelabstand zur stärksten Quelle im Datensatz bei $He = 16$.

Fehlergrößen

Da sich in den simulierten Datensätzen ausschließlich Punktquellen mit weißem Rauschsignal befinden, ist das erwartete Ergebnis eindeutig definiert. Einfach interpretierbare Fehlergrößen lassen sich ableiten, indem der erwartete Schalldruckpegel an einer Referenzposition von dem rekonstruierten abgezogen wird:

$$\Delta L_{p,e} = L_{p,\text{rekonstruiert}} - L_{p,\text{erwartet}} \quad (4)$$

Je nach betrachteter Teilmenge der Fokuspunkte lassen sich so drei Fehlerkennzahlen definieren: Mit dem **Gesamtpegelfehler** $\Delta L_{p,e,o}$ wird überprüft, ob die in der Quellkarte enthaltene Schallenergie auch der erwarteten entspricht. Das heißt, von der Summe der an den Fokuspunkten berechneten Schalldruckpegel wird die Summe der durch die vorhandenen Quellen theoretisch verursachten Pegel abgezogen.

Um die Rekonstruktion einzelner Quellen bewerten zu können, wird der **spezifische Pegelfehler** $\Delta L_{p,e,s}$ definiert. Hier werden für jede Quelle die in einem Umkreis von $0,05d$ um die bekannte Quellposition rekonstruierten Schalldruckpegel integriert und davon der für diese Quelle erwartete Pegel abgezogen.

Für eine qualitativ gute Rekonstruktion ist zudem davon auszugehen, dass sich in der Quellkarte nur an den Positionen Schalldruckpegel befinden, an denen auch Quellen vorhanden sind, also dass die Quellen weder verschoben sind noch dass im Fokusbereich falsche Quellen detektiert werden. Dafür wird der **inverse Pegelfehler** $\Delta L_{p,e,i}$ berechnet: von der Summe der integrierten Pegel aus den Kreisen um die Quellen wird die Summe der Pegel auf allen Fokuspunkten abgezogen. Dieser Pegelfehler kann also nur Werte gleich Null (wenn die Lokalisierung exakt ist) oder kleiner als Null (wenn sich in der Karte Quellen abseits der eigentlich vorhandenen finden) annehmen.

Die verwendeten Fehlerkennzahlen sind in Abb. 3a veranschaulicht. Das Beispiel zeigt eine mit dem CLEAN-SC-

Algorithmus errechnete Quellkarte mit vier Quellen, ausgewertet bei $He = 2$. Die Quellen sind aufsteigend von der stärksten zur schwächsten numeriert. Die tatsächlichen Positionen (Mittelpunkte der Kreise) stimmen in etwa mit den rekonstruierten überein, allerdings wird zwischen den Quellen 1, 4 und 3 ein Quellbereich identifiziert, der keine physikalische Entsprechung hat.

Der Gesamtpegelfehler für das Beispiel ergibt sich zu 0 dB, d.h. insgesamt wird quantitativ korrekt gerechnet. Jedoch ist aus den spezifischen Pegelfehlern ersichtlich, dass die Stärke der ersten Quelle über- und die weiteren Quellen unterschätzt werden. Besonders deutlich wird dies bei Quelle 3, deren rekonstruierter Pegel 6 dB unter dem tatsächlichen liegt. Der inverse Pegelfehler zeigt mit einem Wert von -1 dB, dass sich ein Teil der rekonstruierten Quellen außerhalb der erwarteten Gebiete befindet.

Die eingeführten Fehlergrößen können somit eine berechnete Kartierung hinsichtlich der korrekten Wiedergabe der vorhandenen Quellen charakterisieren. Mit einer statistischen Auswertung der Fehlergrößen für eine hohe Anzahl an Berechnungen mit variierten Eingangsparametern können schließlich Aussagen über die Zuverlässigkeit eines Berechnungsverfahrens getroffen werden.

Ergebnisse

Für eine einfache Interpretation werden anstelle der Fehlerkennzahlen aller berechneten Karten nur jeweils deren Median sowie der Bereich zwischen 16. und 84. Perzentil grafisch aufgetragen. Bei einer Normalverteilung entspräche das gerade dem Mittelwert und der Standardabweichung. Dies ermöglicht eine anschauliche Darstellung des Fehlers sowie dessen Streuung.

Abbildungen 3b bis 4c zeigen exemplarisch den Verlauf von Fehlerkenngrößen für die drei Arrayverfahren in Abhängigkeit ausgewählter Parameter. Die jeweilige Fehlergröße ist für jedes Verfahren auf einer eigenen, jeweils um 6 dB versetzten Achse aufgetragen, um die Dar-

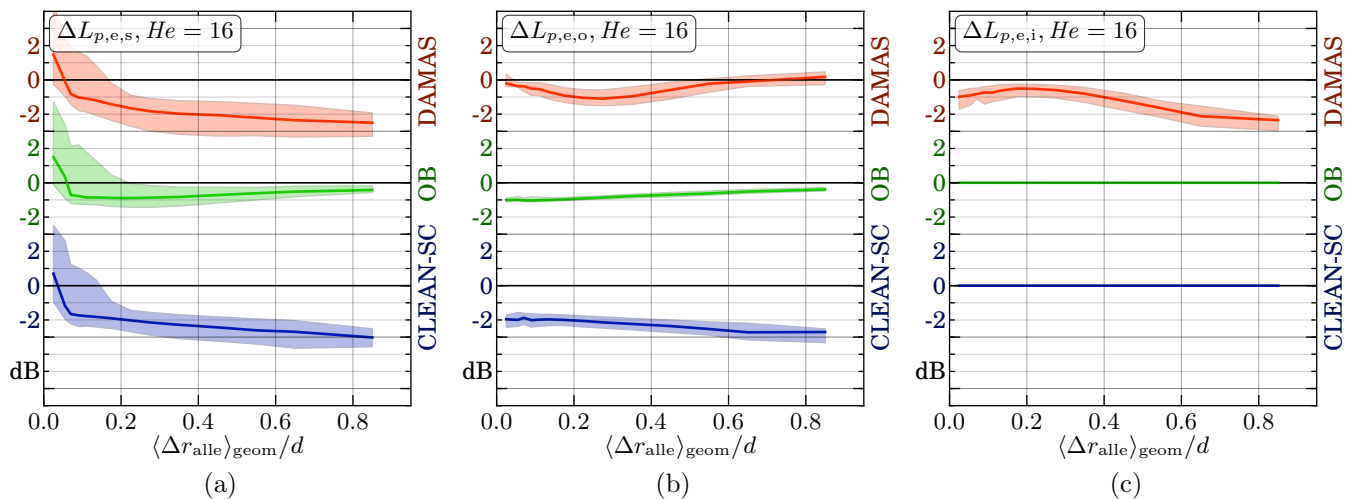


Abbildung 4: Abhängigkeit von der geometrischen Verteilung der Quellen ($He = 16$): a) spezifischer Pegelfehler, b) Gesamtpegelfehler, c) inverser Pegelfehler.

stellung übersichtlich zu halten.

Der spezifische Pegelfehler der stärksten Quelle (Abb. 3b) weist eine je nach Verfahren unterschiedlich ausgeprägte Abhängigkeit von der betrachteten Helmholtzzahl auf. Bei mittleren He arbeiten alle Verfahren relativ zuverlässig. Bei $He < 4$ zeigen OB und CLEAN-SC mit stark negativen Fehlerpegeln und starker Streuung einen Performance-Einbruch, der bei OB noch ausgeprägter ist. DAMAS arbeitet diesbezüglich bei niedrigeren He zuverlässiger als die anderen Verfahren. Jedoch werden mit DAMAS und CLEAN-SC bei hohen He die Pegel bis zu 2 dB unterschätzt, wohingegen OB hier stabiler arbeitet.

In Abb. 3c ist der Verlauf des spezifischen Pegelfehlers in Abhängigkeit von der Pegeldifferenz der betrachteten Quelle zu stärksten Quelle im jeweiligen Datensatz aufgetragen. Deutlich sichtbar ist hier, dass zwar alle Algorithmen den Pegel der Sekundärquellen unterschätzen, der DAMAS-Algorithmus jedoch eine Quelle generell umso mehr unterschätzt, je geringer ihr Pegel im Verhältnis zur am stärksten abstrahlenden ist.

Abbildung 4 zeigt die Pegelfehler ($\Delta L_{p,e,s}$, $\Delta L_{p,e,o}$ und $\Delta L_{p,e,i}$) in Abhängigkeit von der Verteilung der Quellen: der geometrische Mittelwert der Abstände aller Quellen zueinander $\langle \Delta r_{\text{alle}} \rangle_{\text{geom}}$ nimmt hohe Werte an, wenn alle Quellen möglichst weit voneinander entfernt sind und geringe Werte, wenn Quellen nah beieinander liegen. Deutlich sichtbar ist, dass bei der ausgewerteten hohen Helmholtzzahl $He = 16$ DAMAS und CLEAN-SC die Einzelpegel mit zunehmendem Abstand der Quellen unterschätzen, wohingegen OB seine Performance verbessert (Abb. 4a). Ein vergleichbarer Verlauf findet sich für CLEAN-SC und OB auch beim Gesamtpegelfehler wieder (Abb. 4b); der Pegel wird also, wenn, dann insgesamt unterschätzt. Der DAMAS-Algorithmus weist hier bei großen Abständen jedoch keinen Fehler auf. Aus Abb. 4c wird deutlich, dass in diesem Fall die Abweichung des spezifischen Pegels aus einem Lokalisierungsfehler folgt: der inverse Pegelfehler weist darauf hin, dass Quellbereiche abseits der vorgegebenen Quellen rekonstruiert werden.

Zusammenfassung

Zur Bewertung der Leistungsfähigkeit von Mikrofonarrayverfahren wurde eine Methodik vorgestellt, die auf der statistischen Auswertung der Abweichung von rekonstruierten Quellkarten zu den simulierten Eingangsdaten beruht. In der Datengenerierung wurden einige Parameter so variiert, dass eine sinnvolle Interpretation der Ergebnisse möglich ist. Die grundlegende Methodik lässt sich für beliebige Verfahren und Konfigurationen sowie unterschiedliche Parametervariationen anwenden, ist jedoch durch die hohe Anzahl der ausgeführten Berechnungen je nach gewähltem Verfahren rechenaufwändig.

Danksagung

Die in diesem Beitrag vorgestellten Ergebnisse sind im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projekts SA 1502/5-1 entstanden.

Literatur

- [1] G. Herold & E. Sarradj: Vergleich von Mikrofonarrayverfahren zur Schallquellencharakterisierung, in *Fortschritte der Akustik – DAGA*, (Oldenburg, 2014), 624–625
- [2] G. Herold & E. Sarradj: An Approach to Estimate the Reliability of Microphone Array Methods, in *Proc. 21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf.* (Dallas, 2015), 1–10
- [3] T.F. Brooks & W.M. Humphreys: A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays. *Journal of Sound and Vibration* (2006), 294(4-5), 856–879
- [4] E. Sarradj: A fast signal subspace approach for the determination of absolute levels from phased microphone array measurements. *Journal of Sound and Vibration* (2010), 329(9), 1553–1569
- [5] P. Sijtsma: CLEAN based on spatial source coherence. *Int. Journal of Aeroacoustics* (2007), 6(4), 357–374
- [6] E. Sarradj & G. Herold: A Python framework for microphone array data processing. *Applied Acoustics* (2017), 116, 50–58