

# Vergleich von Inversionsmodellen zur Charakterisierung von porösen Materialien mit starrem Rahmen

Ferina Saati<sup>1</sup>, Christian A. Geweth<sup>1</sup>, Kirill Horoshenkov<sup>2</sup>, Steffen Marburg<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, Technische Universität München, 85748 Garching b. München

E-Mail: ferina.saati@tum.de

<sup>2</sup> University of Sheffield, Department of Mechanical Engineering, S1 1WB Sheffield

## Einleitung

Die Untersuchung der Wellenausbreitung in einem porösen Medium besteht aus mehreren physikalischen Parametern [1], insbesondere wenn die Elastizität des porösen Materials berücksichtigt wird. Die Anzahl der Parameter, die benötigt werden, wenn die Struktur als schallhart / bewegungslos angenommen wird, ist deutlich geringer, da das Modell nur die Akustik beschreibt und die mechanischen Einflüsse vernachlässigt werden. Diese Annahme kann für einen breiten Frequenzbereich getroffen werden (siehe [2], [3] und [4]). Aufgrund einer solchen Annahme kann sich nur eine Kompressionswelle in der fluiden Phase des porösen Materials ausbreiten [5], welche durch die Helmholtz-Gleichung beschrieben wird. Das poröse Medium wird dann als ein äquivalentes Fluid mit einer effektiven Dichte von  $\tilde{\rho}$  und einem effektiven Kompressionsmodul von  $\tilde{K}$  beschrieben. Diese berücksichtigen die viskosen und thermischen Verluste, welche die Kompressionswelle dämpfen [2].

Diese Veröffentlichung enthält einen längeren Abschnitt, der sich auf vorhandene Literatur konzentriert. Die Literaturrecherche umfasst eine Erläuterung der Modelle und beschreibt die verwendeten Parameter. Weiterhin wird die Empfindlichkeit und der Einfluss der Parameter auf die inversen Methoden beschrieben. Im folgenden Abschnitt dieser Veröffentlichung wird die Literatur zu den Modellen der porösen Medien zusammengefasst. Wobei sich dabei auf Modelle beschränkt wird, die mit ein bis fünf Parametern beschrieben werden können. Anschließend werden die Publikationen zu granularen Medien und Inversionsmethoden behandelt. Abschließend erfolgt eine Zusammenfassung und als letztes werden Messungen und Ergebnisse diskutiert, um zwei Modelle zu vergleichen.

## LITERATUR AUF PORÖSEN MEDIUM MODELLEN

Die ersten Beschreibungen zum physikalischen Effekt der Schallabsorption in der Literatur, beziehen sich auf mathematische Modelle für das poröse Medium mit starrem Skelett [6]. Die Arbeiten "Vorlesungen über Mathematische Physik" [7] und "Theory of Sound" [8] von Kirchhoff und Lord Rayleigh gehören zu den Ersten, die viskose und thermische Effekte in oszillierenden Strömungen und Oszillation in Kapillarröhrchen beschreiben haben. Die Arbeit von Zwikker und Kosten [3] etablierten eine Art Basis für die Modelle, die später im 21. Jahrhundert für die Akustik poröser Medien entwickelt wurden. Die Annahme, die in den meisten dieser Modelle gemacht wird, besteht darin, dass das

Material aus zusammengepackten Kapillarrohren besteht. Dabei wird die Flüssigkeit im Inneren als äquivalente Flüssigkeit mit frequenzabhängigem Verhalten charakterisiert. Die charakteristische Impedanz ( $z_b$ ) und die Wellenzahl ( $k_b$ ) dieser äquivalenten Flüssigkeit sind komplex. Um ein solches Fluid zu modellieren, können sowohl theoretische Ansätze als auch empirische Methoden unabhängig voneinander verwendet werden. Es ist jedoch nicht schwer zu erkennen, dass ein poröses Material in der Realität ein viel höheres Komplexitätsniveau aufweist, als ein Stapel paralleler Kapillarrohren. So werden in den theoretischen Modellen semi-empirische einstellbare Faktoren eingeführt, um die Abweichungen der "identisch-zylindrischen-Poren-Annahme" von der realistischen Struktur zu korrigieren.

Ein gut funktionierendes, physikalisch basiertes Modell von Johnson und Allard [5] [6] beruhte auf viskosen und thermischen charakteristischen Längen. Diese charakteristischen Längen sind in der Praxis jedoch schwierig zu messen. Daher ist die Notwendigkeit für alternative phänomenologische Ansätze vorhanden, um die thermoviskosen Effekte als solche zu berücksichtigen. Auch wurden mehrere empirische Modelle vorgeschlagen, einschließlich [9] [10] [11]. Außerdem erscheinen in der Literatur einige Modelle, bei denen das Komplexitätsniveau mit der Anzahl der Mikro- und Makrostrukturparameter zunimmt. Diese können, wenn sie präzise und sorgfältig charakterisiert werden, die akustischen Prozesse in einem komplexen porösen Medium korrekt beschreiben [5] [12] [13]. Laut Horoshenkov et al. [15] weisen die meisten porösen Materialstrukturen in Wirklichkeit Poren mit unterschiedlichen Formen und Größen auf, wobei die Porengröße typischerweise einer ausgeprägten statistischen Verteilung unterliegt. Selbst wenn man annimmt, dass die Poren eine bestimmte konstante Form haben, weisen die für die Verteilung der Porengröße statistischen Parameter das Potenzial auf die akustischen Eigenschaften des Mediums drastisch zu beeinflussen. Die in [14] vorgestellte Pade'-Approximationsmethode beruht vollständig auf vier messbaren nichtakustischen Parametern, der Porosität  $\phi$ , dem Strömungswiderstand  $\sigma$ , der Tortuosität  $\alpha_\infty$  und der Standardabweichung der Porengröße  $\sigma_s$ .

Makroskopisch sind viskose und thermische Verluste im Allgemeinen im Zusammenhang mit fünf geometrischen porösen Medienparametern [2] zu sehen: die offene Porosität  $\phi$ , der Luftströmungswiderstand  $\sigma$ , die Tortuosität  $\alpha_\infty$ , die viskose charakteristische Länge  $\Lambda$  und die thermische charakteristische Länge  $\Lambda'$ . Diese Parameter sind ausführlich in [5] und [15] beschrieben. In [16] wird gezeigt, dass die

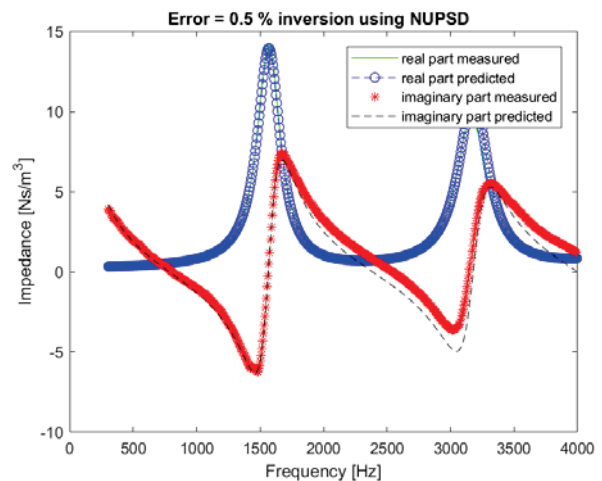
mittlere Porengröße  $\bar{s}$  und die Standardabweichung der Porengröße  $\sigma_s$  die beiden Parameter  $\Lambda$  und  $\Lambda'$  des Johnson-Champoux-Allard (JCA) -Modells ersetzen kann. Die beiden Parameter  $\bar{s}$  und  $\sigma_s$  sind direkt und nicht-akustisch messbar und ersetzen das allgemein akzeptierte JCA-Modell durch das NUPSD – Modell. Das inverse Frequenzbereichs-Problem basiert auf einem Optimierungsansatz, wie er in [17] beschrieben ist, um gleichzeitig mehrere Materialparameter des eindimensionalen, starren, porösen und makroskopisch inhomogenen Materials zu rekonstruieren. Die Basis des Optimierungsverfahrens ist die Minimierung einer geeigneten Zielfunktion, die so gewählt wird, dass der Gradient analytisch berechenbar ist. Wie bei solchen Verfahren üblich wird das direkte Problem dann iterativ durch Ersetzen von Parameterwerten mit jedem Iterationsschritt gelöst, um dadurch die optimierten Werte zu rekonstruieren.

Ein Vergleich zwischen JCA und NUPSD ist in [16] durchgeführt worden. Dabei ergibt sich Übereinstimmung von 8,5% zwischen den Real- und den Imaginärteilen der Spektren für die dynamische Dichte und die komplexe Kompressibilität, welche mit den beiden Modellen für ungleichmäßiges Porenmedium bestimmt wurde (Gl. (64) und (68) in [16]). Nach [18] gibt es ein allgemeines Problem mit den konventionellen Modellen für die akustischen Eigenschaften poröser Medien mit beweglichem Skelett. Tatsächlich sind die bevorzugten analytischen Modelle unzureichend, um eine geringe Abweichung der experimentell bestimmten Oberflächenimpedanz von körnigen Medien zu liefern. Die Verbindungen zwischen offen luftgefüllten Poren lässt sich nicht einfach beschreiben. Granulare Medien können als Materialien mit relativ gleichmäßiger poröser Struktur angesehen werden [19], die aus lockeren oder verfestigten Körnern bestehen. Solche Materialien weisen üblicherweise eine Porosität im Bereich von 20 bis 60% auf. Eine genaue Modellierung der akustischen Eigenschaften dieser Materialien sollte vorzugsweise nicht auf einem einzelnen Parameter beruhen. Die Tortuosität ist für die Modellierung dieser Materialien von Bedeutung, da dieser Parameter größer als eins ist. Der genaue Wert der Porosität ist ebenfalls von Bedeutung, um eine präzise Vorhersage der akustischen Wellenimpedanz und der komplexen Wellenzahl im Medium bis in den Hochfrequenzbereich zu erhalten. Um ein angemessenes Modell der akustischen Eigenschaften von granularen Materialien zu erhalten, werden die folgenden drei Parameter benötigt: Strömungswiderstand  $\sigma$ , Porosität  $\phi$  und Tortuosität  $\alpha_\infty$ . Die physikalische Konnotation der Porosität und des Strömungswiderstands sind detailliert erforscht. Die physikalische Bedeutung der Tortuosität ist jedoch noch nicht gut verstanden. Die aktuelle Literatur bezieht sich auf zwei verschiedene Arten der Tortuosität: die hochfrequente Tortuositätsgrenze  $\alpha_\infty$  (siehe Gl. (5.21) in [5]) und die niederfrequente oder statische Tortuositätsgrenze  $\alpha_0$  (siehe Abschnitt 5.3.6 in [5]). In [19] zieht der Autor es vor, sich auf die hochfrequente Tortuositätsgrenze  $\alpha_\infty$  zu konzentrieren, da angenommen wird, dass es ein nützlicherer Parameter ist. Es existieren mehrere Möglichkeiten  $\alpha_\infty$  zu definieren. Beispiele bestehen aus einer Definition mittels Strukturfaktor (wie in Abb. 16 in [20]) oder einer Definition über die Hochfrequenzgrenze der dynamischen Permeabilität sowie

einer Definition in Anlehnung an den elektrischen Widerstand.

## VERGLEICHEN DER METHODEN

Die Schallausbreitung in dem als Festkörper beschriebenen porösem Material wurde durch den Vergleich zwischen zwei Modellen mit Datensätzen für wohldefinierte Proben mit bekannten Parametern untersucht [21]. Da über den Vergleich der beiden erwähnten Modelle NUPSD und JCA nicht berichtet wurde, konzentriert sich diese Veröffentlichung auf die Verwendung dieser beiden Modelle.



**Abbildung 1:** Beispiel einer Impedanzkurve für eine Probe aus granulearem Material mit einer Dicke von 80 mm, gemessen mit in einem Impedanzrohr und Vergleich mit den mittels der NUPSD-Inversionsmethode vorhergesagten Werten.

Als Beispiel wird in Abbildung 1 der Real- und Imaginärteil der normierten Impedanz im gemessenen Frequenzbereich für das NUPSD-Modell gezeigt. Der Fehler zwischen den gemessenen und den vorhergesagten Werten der Real- und Imaginärteile der Impedanz beträgt in diesem Fall 0,5%, wohingegen die gleichen Messdaten mit JCA-Inversion 7% Fehler ergeben. Der mittlere Fehler für eine Vielzahl an Proben mit unterschiedlicher Dicke wurde unter Verwendung, der auf dem Nelder-Mead-Optimierungsverfahren basierenden, Inversionsmethode gefunden. Der Inversionscode wird verwendet, um die nichtakustischen Kerneigenschaften eines porösen Materials zu bestimmen. Dafür wurden die Impedanzdaten in einem Impedanzrohr mit einem Durchmesser von 45 mm gemessen. Dabei wird auf die normale Einfallsimpedanz einer Probe der Dicke  $d$  vor einer schallharten Rückwand Bezug genommen. Zur Bestimmung der Parameter im Charakterisierungsprozess wurde der gleiche Stapel von granulearem Material im Impedanzrohr geschüttelt, um die Unsicherheiten des Messverfahrens einschließlich des zufälligen Losepackungseffektes und der Probenanbringung zu berücksichtigen. Die Abweichung wurde als vernachlässigbar befunden. Andere mögliche Sensitivitäten wurden ebenfalls berücksichtigt, die detaillierten Ergebnisse der Untersuchungen werden in künftigen Veröffentlichungen beschrieben. Der Fehler wird in Prozent für jede Frequenz

zwischen der inversen Vorhersage und der gemessenen Impedanz angegeben. Wie sich herausgestellt hat, liegt der Fehler für Johnson-Champoux-Allard bei 29% und bei 2% für das NUPSD-Modell für das untersuchte granulare Material.

### Schlussfolgerungen

Der Kern dieser Veröffentlichung ist es, ein häufig verwendet und weithin akzeptiertes Modell für die Vorhersage der Impedanz von porösen Materialien und ein neueres Modell, welches die physikalischen oder nicht-akustischen Parameter enthält, zu beschreiben. Bei den beiden Modellen handelt es sich um Johnson-Champoux-Allard als das gebräuchliche und das NUPSD-Modell. Die Ergebnisse legen nahe, dass die Werte der mit dem NUPSD-Modell invertierten Impedanz genauer sind als die von den JCA-Gleichungen vorhergesagten Werte. Insbesondere zeigt die Vorhersage für granulare poröse Medien eine Abweichung von der gemessenen Oberflächenimpedanz von durchschnittlich 29%. Das NUPSD-Modell ermöglicht die Inversion von Impedanzdaten mit einer Genauigkeit von weniger als 2%. Der erstgenannte Fehler hängt vermutlich mit der Tatsache zusammen, dass das JCA-Modell von einem Stapel paralleler Kapillarröhren ausgeht und daher nicht so gut für stark gewundene Materialien ohne röhrenartige Porenformen und geringen Porositäten funktioniert. Die Porenstruktur von Fasermedien mit geringer Porosität ist nicht einheitlich, so dass die Konvergenz des letzteren Modells für diese Art von Medien besser ist als die des JCA-Modells. Da das Inversionsverfahren, welches auf dem nicht-einheitlichen Padé-Approximationsmodell basiert, ohne die vorherige Kenntnis anderer intrinsischer Materialeigenschaften als der Materialdicke ausgeführt werden kann [22], ist es für derartige Materialien attraktiver. Dieses Ergebnis bestätigt, dass akustische Eigenschaften spezifischer granularer Materialien durch Parameter, die eine präzise physikalische Bedeutung haben, genau vorhergesagt werden können. Dies wurde in dieser Untersuchung durch die Verwendung von Optimierungsverfahren für das verwendete Material gezeigt.

Da das Thema poröse Materialien im Allgemeinen ein mit Unsicherheiten behaftetes Problem darstellt, ist es erwähnenswert, dass ein Ringversuch [23] und eine neuere Studie zur Reproduzierbarkeit [24] über eine suboptimale Reproduzierbarkeit bei Inter-Labortests berichteten. Insbesondere bei experimentellen Verfahren zur Bestimmung der akustischen Eigenschaften von hochwiderstandsfähigen Materialien und granularen Materialien konnten Fehler von bis zu 30% festgestellt werden. Aus diesen Gründen haben die Autoren damit begonnen, die Sensitivitätsanalyse und die Bestimmung der Unsicherheit für die in dieser Veröffentlichung besprochenen granularen Materialien zu berücksichtigen. Die Ergebnisse dieser Analyse werden in künftigen Veröffentlichung näher diskutiert.

### Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei DENORMS Cost Action für die Finanzierung eines Kollaborationsbesuchs. Wir möchten auch Alistair I. Hurrell für seine Hilfe beim Vergleich der verschiedenen Messergebnisse und Datenverarbeitungsstufen danken.

### Literatur

- [1] Fellah, Zine El Abiddine, Mohamed Fellah, Claude Depollier, Erick Ogam, and Farid G. Mitri. "Wave Propagation in Porous Materials." In *Computational and experimental studies of acoustic waves*. InTech, (2018).
- [2] Atalla, Youssef, and Raymond Panneton. "Inverse acoustical characterization of open cell porous media using impedance tube measurements." *Canadian acoustics* 33, no. 1 (2005): 11-24.
- [3] Zwikker, Cornelis, and Cornelis Willem Kosten. "Sound absorbing materials." Elsevier, Amsterdam, (1949)
- [4] Bardot, Anne, Bruno Brouard, and Jean-François Allard. "Frame decoupling at low frequency in thin porous layers saturated by air." *Journal of applied physics* 79, no. 11 (1996): 8223-8229
- [5] Allard, Jean-François and Gilles Daigle. "Propagation of sound in porous media: Modeling sound absorbing materials." *The journal of the acoustical society of America* 95, 2785 (1994): 2785-2785.
- [6] Horoshenkov, Kirill V. "Characterisation of acoustic porous materials." *Proceedings of the institute of acoustics* 28 (2006).
- [7] Kirchhoff, Gustav Robert. "Vorlesungen über mathematische Physik: Mechanik". Vol. 1. Teubner, (1876).
- [8] Rayleigh, Lord, "Theory of Sound." 2nd ed. Dover, New York, (1976).
- [9] Delany, M. E., and E. N. Bazley. "Acoustical properties of fibrous absorbent materials." *Applied acoustics* 3, no. 2 (1970): 105-116.
- [10] Miki, Yasushi. "Acoustical properties of porous materials-Modifications of Delany-Bazley models." *Journal of the acoustical society of Japan (E)* 11, no. 1 (1990): 19-24.
- [11] Allard, Jean-François and Yvan Champoux. "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials." *The journal of the acoustical society of America* 91, no. 6 (1992): 3346-3353
- [12] Biot, Maurice A. "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. parts I and II." *The Journal of the acoustical society of America* 28, no. 2 (1956): 168-191.
- [13] Horoshenkov, Kirill V., Keith Attenborough, and S. N. Chandler-Wilde. "Padé approximants for the acoustical properties of rigid frame porous media with pore size distributions." *The journal of the acoustical society of America* 104, no. 3 (1998): 1198-1209.
- [14] Horoshenkov, Kirill V. and M. J. Swift. "The acoustic properties of granular materials with pore size distribution close to log-normal." *The journal of the acoustical society of America* 110, no. 5 (2001): 2371-2378.

- [15] Allard, Jean-François, Michel Henry, Julian Tizianel, Luc Kelders, and Walter Lauriks. "Sound propagation in air-saturated random packings of beads." *The journal of the acoustical society of America* 104, no. 4 (1998): 2004-2007.
- [16] Horoshenkov, Kirill V., Jean-Philippe Groby, and Olivier Dazel. "Asymptotic limits of some models for sound propagation in porous media and the assignment of the pore characteristic lengths." *The journal of the acoustical society of America* 139, no. 5 (2016): 2463-2474.
- [17] De Ryck, Laurent, Walter Lauriks, Philippe Leclaire, Jean-Philippe Groby, Armand Wirgin and Claude Depollier. "Reconstruction of material properties profiles in one-dimensional macroscopically inhomogeneous rigid frame porous media in the frequency domain." *The journal of the acoustical society of America* 124, no. 3 (2008): 1591-1606.
- [18] Olny, Xavier and Raymond Panneton. "Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media." *The journal of the acoustical society of America* 123, no. 2 (2008): 814-824.
- [19] Horoshenkov, Kirill V. "A review of acoustical methods for porous material characterisation." *International journal of acoustics and vibration* 22 (2017): 92-103
- [20] Champoux, Yvan, and Michael R. Stinson. "On acoustical models for sound propagation in rigid frame porous materials and the influence of shape factors." *The journal of the acoustical society of America* 92, no. 2 (1992): 1120-1131.
- [21] Allard, Jean-F., and Yvan Champoux. "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials." *The journal of the acoustical society of America* 91, no. 6 (1992): 3346-3353.
- [22] Hurrell, Alistair I., Kirill V. Horoshenkov and M.T.Pelegrinis. "The accuracy of some models for the airflow resistivity of nonwoven materials." *Applied acoustics* Volume 130, (2018), Pages 230-237.
- [23] Horoshenkov, Kirill .V., Amir Khan, and François-Xavier Bécot, Luc Jaouen, Franck Sgard, Amélie Renault, Nesrine Amirouche, and Francesco Pompoli, Nicola Prodi, Paolo Bonfiglio, and Giulio Pispola, Francesco Asdrubali, and Jörn Hübelt and Nouredine Atalla, Celse K. Amédin, and Walter Lauriks, Laurens Boeckx, "Reproducibility experiments on measuring acoustical properties of rigid-frame porous media (round-robin tests) ". *The journal of the acoustical society of America*, 122(1), (2007), pp.345-353.
- [24] Pompoli, Francesco, Paolo Bonfiglio, Kirill V. Horoshenkov, Amir Khan, Luc Jaouen, François-Xavier Bécot and Franck Sgard "How reproducible is the acoustical characterization of porous media?." *The journal of the acoustical society of America* 141, no. 2 (2017): 945-955.