

Multitonmeßtechnik für Akustik und Elektroakustik in drei exemplarischen Anwendungen

Alexander Potchinkov

TU-Kaiserslautern, FBEIT, Digitale Signalverarbeitung E-Mail: potchinkov@eit.uni-kl.de

Einleitung

Messungen von Frequenzbereichseigenschaften akustischer und elektroakustischer Systeme mit Multitonsignalen sind schon seit einigen Jahren Stand der Technik [1,2]. Multitonmessungen sind wegen ihrer innewohnenden Parallelität gegenüber Eintonmessungen hocheffizient und wegen ihrer an System- oder Auswertungseigenschaften anpassbarer Amplitudencharakteristik universell. Sie sind aber wegen nicht ohne weiteres separierbarer Intermodulationsartefakte bei den schwach nichtlinearen Systemen der Technik problematisch. Multitonsignale sind technisch bei vertretbarem Aufwand nur mit digitaler Signalverarbeitung möglich und sowohl hinsichtlich ihrer Erzeugung als auch ihrer Auswertung mit der DFT, d.h. periodische Signale im Zeit- und im Frequenzbereich mit gleichen Folgenlängen, verbunden. In diesem Beitrag werden drei exemplarische Anwendungen angesprochen, die Messung von MIMO-Systemen mit disjunkten Multitonsignalen, die aus einem günstigen Referenzsignal abgeleitet werden, Multitonsignale als verbesserte Alternativen zu farbigen Rauschsignalen und eine iterative Technik, die Phasenrandomisation, zur Unterdrückung der o.g., in einem Schritt nicht separierbaren Intermodulationsartefakte. Allen drei Anwendungen in dieser Ausarbeitung ist gleich, daß sie mit den einfachsten Mitteln ausgeführt werden können. Es werden alleine DFT/IDFT, Zufallszahlen und einfache, in der Literatur bekannte Formeln zur Gewinnung konstruktiver Phasencharakteristiken benötigt. So sind es am Ende wenige Zeilen Programmcode (z.B. Matlab), die zur jeweiligen Anwendung benötigt werden.

Definitionen und Nomenklatur von Multitonsignalen

Multitonsignale sind an zahlreichen Literaturstellen beschrieben worden [3,4]. Dieser Abschnitt nun dient der kompakten Definition und Charakterisierung sowie der Einführung der Nomenklatur. Wir bezeichnen mit f_t die Abtastfrequenz und mit f_0 die Grundfrequenz als Teilerfrequenz mit ganzzahligem Teiler, genauer gesagt handelt es sich hierbei um den größten gemeinsamen Teiler aller Tonfrequenzen mit der Abtastfrequenz. Ein Multitonsignal ist harmonisch, wenn alle Tonfrequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind. Diese Grundfrequenz, die selbst nicht als Ton vorliegen muß, legt die Periodendauer $T=1/f_0$ fest. Die M Tonfrequenzen $f_m=k_m f_0$, $m=0, \dots, M-1$, werden mit den Multiplikatoren k_m auf f_0 bezogen. Digitale Multitonsignale sind i.a. reellwertige Digitalsignale in der Form

$$x(n) = \sum_{m=0}^{M-1} a_m \cos(2\pi f_0 k_m n / f_t + \varphi_m), \quad n=0, \dots, N-1, \quad N = f_t / f_0.$$

Die Multiplikatoren sollen mit $k_{m+1} > k_m$ geordnet sein, wobei k_{m+1} nicht notwendigerweise k_m+1 betragen muss. Im weiteren gelte $f_0 k_{M-1} < f_t/2$. Im allgemeinen wird kein Gleichanteil mit $k_0=0$ benötigt. Die Amplituden a_m sind die Abtastwerte einer Amplitudenfunktion $A(f)$ an den Stellen $f=f_m$. In [4] werden einige repräsentative Amplitudenfunktionen (RIAA, A-Kurve) im Hinblick auf einen geringen Crestfaktor diskutiert.

Zur Erzeugung und Auswertung von Multitonsignalen wird die (I)DFT benutzt. Es sei $X=DFT\{x\}$ eine Folge mit den Gliedern $X(k)$, $k=0, \dots, N-1$. Für die Frequenzindices $k=k_m$, $k>0$, hat das Multitonsignal die beiden DFT-Koeffizienten

$$X(k_m) = \frac{1}{2} a_m e^{j\varphi_m} \quad \text{und} \quad X(N-k_m) = \frac{1}{2} a_m e^{-j\varphi_m}$$

Ausgehend von der Folge X wird das Multitonsignal x mit der IDFT gewonnen. Zur Charakterisierung im Zeitbereich dient der Crestfaktor, der Spitzenwert und Effektivwert in das Verhältnis setzt. Es gilt für $A(f)=1$

$$cf(x) = \sqrt{N} \frac{\max_{n=0, \dots, N-1} |x(n)|}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n)}} = \sqrt{N} \frac{\max_{n=0, \dots, N-1} |x(n)|}{\sqrt{\sum_{m=0}^{M-1} a_m^2}}$$

mit $1 \leq cf(x) \leq \sqrt{N}$. Für uns ist es sinnvoll hierin Aussteuerung und Effekt zu sehen. Denn je kleiner der Crestfaktor ist, desto mehr Effekt kann bei gleicher Aussteuerung erzielt werden. Das ist vor allem bei akustischen Messungen wichtig, wenn beispielsweise Hintergrundgeräusche präsent sind. Die Amplitudenfunktion wird an der Messaufgabe ausgelegt. In vielen Fällen wird für ein Band $A(f)=1$, ein ideales Bandpasssignal, gelten. Mit der Amplitudenfunktion wird der Effektivwert der Multitonsignale festgelegt. Die Phasen φ_m haben in unseren Fällen zwei Aufgaben. Die Hauptaufgabe ist die Einstellung eines geringen Crestfaktors $cf(x)$ [4], denn die Phasencharakteristik legt den Spitzenwert von x fest. Hierfür sind einige Formeln verfügbar oder man löst die Minimaxaufgabe der Crestfaktorminimierung als nichtlineares Optimierungsproblem, was bei großem M sehr zeitaufwendig sein kann. In diesem Aufsatz werden wir uns auf Formeln beschränken, denn der praktische Nutzen steht im Vordergrund. Die zweite Aufgabe ist die Nutzung von Zufallsphasen zur Unterdrückung der Intermodulationsartefakte, die von Systemnichtlinearitäten verursacht werden. Hier ist bereits zu erwähnen, daß Zufallsphasen auch zu Zufallscrestfaktoren führen. Zuletzt soll in diesem Abschnitt ein wichtiges Phänomen beschrieben werden. Voraussetzung für einen kleinen Crestfaktor ist das Bandpasssignal mit $k_{m+1}=k_m + \kappa$, $\kappa \geq 1$, d.h. mit äquidistanter Abtastung im Frequenzbereich. Wenn man darüber hinaus die DFT eines linearen Chirpsignals betrachtet, also das mit quadratischer Phase phasenmodulierte Signal, so kann

"Chirpisierung" als Prinzip einiger konstruktiver Formeln zur Erzeugung von Multitonsignalen mit geringem Crestfaktor erkannt werden. Siehe hierzu [4].

Disjunkte Multitonsignale zur Messung von (E x A)-MIMO-Systemen mit Referenzsignal

Wir betrachten im folgenden (E x A)-MIMO-Systeme mit E als Anzahl der Eingänge und A als Anzahl der Ausgänge. Für die einschrittige Messung eines linearen MIMO-Systems werden E disjunkte Multitonsignale verwendet, wobei disjunkt bedeutet, daß diese Signale keine gemeinsamen Töne enthalten. So kann an jedem Ausgangssignal der Anteil eines jeden Eingangssignals eindeutig identifiziert werden, d.h. AE Systemfunktionen gemessen werden. Zunächst beschaffen wir uns ein Länge N Referenzsignal x als Multitonsignal mit gewünschter Amplitudenfunktion $A(f)$ und einer im Hinblick auf einen geringen Crestfaktor geeigneten Phasencharakteristik. Wir gehen davon aus, daß die Phasencharakteristik mit erheblichem Aufwand festgelegt worden ist oder es sich um einen Ausschnitt eines typischen Betriebssignals handelt. Dieses Signal ist gleichanteilsfrei und auch ein Ton bei der halben Abtastfrequenz wird ausgeschlossen. Das Referenzsignal wird durch E-malige Wiederholung auf die Länge $N_E = NE$ gebracht und als x_0 bezeichnet. Bei diesem Signal handelt es sich bereits um das erste der E Eingangssignale. Im DFT-Spektrum $X_0 = \text{DFT}(x_0)$ befinden sich wegen der Wiederholung jeweils E-1 eingerückte Nullen zwischen je zwei Frequenzen im Raster f_i/N . Diese Einrückungen werden zur Konstruktion der fehlenden E-1 disjunkten Multitonsignale genutzt. Wir erzeugen E-1 DFT-Folgen X_1 bis X_{E-1} so durch Frequenzverschiebung um jeweils einen Index aus X_0 , daß alle Einrückungen nacheinander gefüllt werden und die gewünschte Amplitudenfunktion, deren äquidistante Abtastwerte den DFT-Amplituden entsprechen, erfüllt wird. Die Phasenwerte des Referenzsignals werden gehalten. Die Multitontestsignale werden anschließend durch inverse DFT mit $x_e = \text{IDFT}(X_e)$, $e=1, \dots, E$, gewonnen und sind disjunkt. Am einfachsten konstruiert man Einseitenbandsignale (Nullen im DFT-Spektrum oberhalb der halben Abtastfrequenz) und nutzt deren Realteile oder Imaginärteile dann als die gewünschten Multitonsignale.

Die Verwendung von DFT/IDFT lässt sich auch durch Modulation im Zeitbereich vermeiden. Hierfür ergänzen wir x_0 zum analytischen Signal x_0^* . Die Frequenzverschiebung um r Schritte erfolgt im Zeitbereich durch Multiplikation von x_0^* (n) mit $\exp(j2\pi rn/N_E)$, $n=0, \dots, N_E-1$. Die disjunkten reellen Signale entsprechen dann den so gewonnenen Real- oder Imaginärteilen. Die Multitonsignale werden geringe Abweichungen in den Crestfaktoren haben. Sie sind daher so zu skalieren, daß die Amplitudenfunktion $A(f)$ korrekt abgetastet wird und für die Aussteuerung als gemeinsamer Faktor die Maximumnorm über alle Multitonsignale herangezogen wird. Die Daten des numerischen Experiments sind $f_i=48000$, $d_f=10\text{Hz}$, $N=4800$, $A(f)=1$, $M=2200$, $f_0=10\text{Hz}$, $f_{M-1}=22\text{kHz}$, $E=4$, Crestfaktoren zwischen 1.66 und 1.89, quadratische Phasencharakteristik. Abbildung 1 zeigt das Spektrogramm des fortgesetzten Referenzsignals.

Farbige Multitonsignale als verbesserte Alternativen zu farbigen Rauschsignalen

Für viele Anwendungen in der Akustik und Signalverarbeitung verwendet man farbige Rauschsignale. Ein wichtiges Beispiel ist die Signalanalyse mit RTAs, wofür das sog. rosa Rauschen verwendet wird. Zumeist beschränkt man sich auf weißes Rauschen und vier farbige Rauschen, nämlich (TP,HP: Tief-, Hochpass-Charakteristik)

- Braunes Rauschen, TP mit -6dB/Oktave,
- Rosa Rauschen, TP mit -3dB/Oktave,
- Weißes Rauschen, Allpasscharakteristik,
- Blaues Rauschen, HP mit 3dB/Oktave,
- Violette Rauschen, HP mit 6dB/Oktave.

Im allgemeinen wird farbiges Rauschen aus weißem Rauschen mit linearer Filterung gewonnen, was für braunes und violette Rauschen trivial ist (Tief- und Hochpassfilter erster Ordnung). Rosa und blaues Rauschen hingegen verlangen Filter, bei denen die Funktion \sqrt{s} durch ein endliches Polynom $P(s)$, s ist die komplexe Frequenz der Laplacetransformation, genähert wird. Das ist nun nicht mehr trivial und führt zu technisch recht aufwendigen Lösungen, sofern die Qualitätsansprüche hoch sind. Schließlich haben Rauschsignale einen recht hohen und zufälligen Crestfaktor und entsprechen vor allem nicht dem Signalmodell der DFT. Es ist daher naheliegend, statt Rauschsignale Multitonsignale mit geeigneten Amplitudenfunktionen $A(f)$ zu verwenden. So wird beispielsweise für das rosa Multitonsignal $A(f) \sim 1/\sqrt{f}$, $f > 0$, oder für das violette Multitonsignal $A(f) \sim f$ verwendet. Diese Amplitudenfunktionen sind abzutasten und mit einer crestfaktorgünstigen Phasencharakteristik zu ergänzen, was zu den gewünschten komplexwertigen DFT-Koeffizienten führt. Die Testsignale sind nun periodisch, zeigen einen geringeren Crestfaktor als die korrespondierenden Rauschsignale und sind DFT-geeignet. Auch der Wunsch nach *Frequenz-Instationarität*, beispielsweise zur Verhinderung stehender Wellen in Räumen wird erfüllt, wie wir es später in den Kurzzeitspektrogrammen für den Verlauf der Momentanfrequenzen sehen werden. Um die Wahl einer geeigneten Phasencharakteristik nicht zu erschweren, haben wir in allen folgenden Beispielen die Phase vom Typ *Schröder*

$$\varphi_m = \varphi_0 - 2\pi \sum_{n=0}^{m-1} (m-n) \frac{|a_m|^2}{\sum_{k=0}^{M-1} |a_k|^2}, \quad m=0, \dots, M-1, \quad \varphi_0 \in [-\pi, \pi)$$

gewählt.

Die beiden Tiefpassfilter, insbesondere das für rosa Rauschen, die zum Einfärben weißen Rauschens benötigt werden, können keine beliebig geringen Grenzfrequenzen aufweisen. Für das Rosa-Rauschen-Filter kommt noch eine deutliche Abweichung (Approximationsfehler) für die Amplitudenfunktion $A(f)$ über den gesamten Frequenzbereich dazu. Im Gegensatz dazu ermöglichen Multitonsignale exakt abgetastete Amplitudenfunktionen und eine beliebig niedrige untere Grenzfrequenz, die alleine von der

Folgenlänge abhängig ist. Die Crestfaktoren der Multitonsignale betragen nicht einmal die Hälfte derjenigen der (gefärbten) Rauschsignale. Man muß bedenken, daß eine Halbierung des Crestfaktors einer Vervierfachung der abgebbaren akustischen Leistung bei gleichbleibender Spitzenwert-Aussteuerung bedeutet.

Experiment: $N=48000$, $f_0=1\text{Hz}$, $M=23398$. Die Phasencharakteristik ist nach einem Vorschlag von Schröder quadratisch und mit der Leistungsfunktion $A^2(f)$ gewichtet. Im Spektrogramm (Kurzzeitleistungsdichte) sieht man die dominanten Momentanfrequenzen in Abhängigkeit von der Zeit. Die Tabelle enthält Angaben zur Zeitabhängigkeit der Momentanfrequenzen und Kategorisierungen der Signale.

| | Momentanfrequenz | Signaltyp |
|---------|------------------|----------------------|
| Braun | $\sim t^0$ | - |
| Rosa | $\sim t^{1/2}$ | nichtlinearer Sweep |
| Weiß | $\sim t$ | linearer Sweep |
| Blau | $\sim t^{3/2}$ | nichtlinearer Sweep |
| Violett | $\sim t^2$ | exponentieller Sweep |

Die nachstehende Tabelle enthält Angaben zu den Crestfaktoren von den farbigen Rauschsignalen (Zufallswerte) und den Multitonsignalen

| | Rauschen | Multitonsignal |
|---------|----------|----------------|
| Braun | 3.835 | 2.142 |
| Rosa | 4.578 | 2.056 |
| Weiß | 4.339 | 1.467 |
| Blau | 4.434 | 1.838 |
| Violett | 4.296 | 1.595 |

Die beiden verwendeten 3dB-Filter haben die Systemfunktionen $H(z)=B(z)/A(z)$ rosa, $H(z)=A(z)/B(z)$ blau mit $B(z)=1.0000-1.8940z^{-1}+0.9586z^{-2}-0.0621z^{-3}$ und $A(z)=1.0000-2.4793z^{-1}+1.9850z^{-2}-0.5056z^{-3}$. Abbildung 2 zeigt das Spektrogramm des „violetten“ Multitonsignals.

Unterdrückung von Intermodulationsartefakten schwach nichtlinearer Systeme durch Phasenrandomisation und Mittelung

Die Nichtlinearität bei schwach nichtlinearen Systemen führt zu systematischen Signalverzerrungen mit der Erzeugung unerwünschter Artefaktensignale. Bei Frequenzgangsmessungen mit Eintonsignalen können diese Artefakte, die Klirrateile, leicht mit hochselektiven schmalbandigen Bandpassfiltern unterdrückt werden (Separation durch Spektralabstand), sofern diese abstimbar sind und die unterste Testfrequenz nicht zu niedrig ist. Bei Multitonsignalen handelt es sich um Intermodulationssignale, die nicht separiert werden können, solange es sich nicht um spezielle dünnbesetzte Multitonsignale mit nur sehr wenigen Tönen handelt und ungleichmäßiger Frequenzrauerung, was zu recht hohen Crestfaktoren führt. Diese speziellen Multitonsignale lassen wir außen vor, da sie zum einen wegen der ungleichmäßigen Verteilung der Tonfrequenzen

und wegen der geringen Effizienz zufolge sehr dünner Besetzung eher für Schwingungsanalysen in der Mechanik eingesetzt werden sollten bzw. in Verfahren, die die Klirrkompenten einzeln erfassen wollen. Wir nehmen nun an, daß jeder singuläre Artefakt ein Ton ist, der im Frequenzbereich in der Form $a \cdot \exp(j\varphi)$ geschrieben werden kann. Wenn wir nun im weiteren annehmen, daß dieser betrachtete Ton sehr oft mit einer Zufallsphase, gleichverteilt aus $[-\pi, \pi)$ erzeugt wird, wissen wir, daß der Erwartungswert dieser Zufallsphasentöne verschwindet, sofern sich die Amplitude des Tons in der Folge nicht wesentlich ändert. Dieser Effekt ist bereits bei [5] und [6] beschrieben worden. Es lassen sich spezielle Binärfolgen für diese Technik verwenden, aber eben auch Multitonsignale, was dann die freie Wahl der Amplitudencharakteristik und die freie Wahl der Folgenlänge (Grundfrequenz) zulässt. Man hat zwei Möglichkeiten. Zum einen können die Multitonsignale selbst mit Zufallsphasen erzeugt werden, oder man verwendet eines der bekannten konstruktiven Verfahren mit einem Parameter c , der zufällig gewählt wird. Wir haben beides realisiert und als konstruktives Verfahren die Phase vom Typ Zygmund

$$\varphi_m = c m \ln(m+1), m = 0, \dots, M-1,$$

gewählt. In beiden Fällen ist man gut beraten, nicht jedes zufällig gewonnene Signal zu verwenden, sondern nur solche, die eine Crestfaktorschranke unterschreiten. Diese Schranke Cf_{\max} kann nicht ohne Vorabexperiment geschätzt werden. Man kann einige Multitonsignale mit Zufallsphasen entwerfen und die kumulative Verteilungsfunktion der entsprechenden Crestfaktoren bestimmen. Die gewünschte Schranke sollte so niedrig wie möglich gewählt werden. Ein Vorschlag ist es, das Einhalten der Schranke mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% zu verlangen. Im Falle der Zygmund-Phase kann man einen Parameter-Bereich scannen und den Ausschnitt wählen, der einen geringen Crestfaktor garantiert. Die Unterdrückung der Intermodulationssignale erfolgt in einer Schleife mit I Iterationen.

- (i) **Initialisiere** Auto- und Kreuzspektrum $XX^*=0; YX^*=0;$
- Beginn Iteration, I Schritte,**
- (ii) Berechne solange Multitonsignale x , bis $cf(x) \leq Cf_{\max}$ zutrifft und wende x als Stimulus auf das System $S\{\cdot\}$ an. Einschwingvorgänge sind bei gedächtnishaltigen Systemen abzuwarten, wofür man vorzugsweise eine oder mehrere konsekutive Vorabanregungen verwendet. Das Systemausgangssignal sei $y=S\{x\}$.
- (iii) Berechne die DFT-Spektren $X=DFT\{x\}$ und $Y=DFT\{y\}$. Berechne die Erwartungswerte des Kreuzspektrums $E\{YX^*\}$ und des Autospektrums $E\{XX^*\}$, durch fortgeführte Akkumulation und Mittelwertbildung.
- Ende Iteration**
- (iv) **Berechne den H_1 -Schätzer** $H_1=E\{YX^*\}/E\{XX^*\}$. Gegebenenfalls kann man ergänzend auch die Kohärenzfunktion berechnen.

Das numerische Beispiel hat folgende Einstellungen:

Multitonsignale: $f_i=48000$, $d_i=10\text{Hz}$, $N=4800$, $A(f)=1$, $M=2200$, $f_0=10\text{Hz}$, $f_{M-1}=22\text{kHz}$

- *Zufalls-Phase*, Phasen zwischen $-\pi$ und π , gleichverteilt, $Cf_{\max}=3.7$.
- *Zygmund-Phase*, Parameter c zwischen 2 und 10, gleichverteilt, $Cf_{\max}=3.0$.

System S: Gedächtnislos, $y = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$, $a_1=1$; $a_2=0.01$; $a_3=0.003$.

Im Falle von Eintonmessungen müssen wir die sog. Äquivalente Verstärkung $H_{\text{equiv}} = a_1 + a_3/4 = 1.00075$ berücksichtigen. Für die Multitonmessungen wird ein Wert zwischen a_1 und H_{equiv} gemittelt. Im Experiment war dieser Wert so nahe an a_1 , daß die Fehlerauswertung sich darauf bezieht.

Für die Auswertung geben wir jeweils die beiden Fehlermaße

$$E_2 = \sum_{k_m=1}^{2200} |H(k_m) - a_1|^2 \quad \text{und} \quad E_\infty = \max_{k_m=1, \dots, 2200} |H(k_m) - a_1|$$

an. Abbildung 3 zeigt das quadratische Fehlermaß über den Iterationen.

Fazit

Um es plakativ zu sagen: Multitonmeßtechnik ist *Digitalisierung* der Messung von (elektro-)akustischen Systemen. Multitonsignale sind *Designersignale*, die zum einen hochflexibel an die Meßaufgabe angepaßt werden können und zum anderen für eine günstige Balance zwischen Aussteuerung und Effekt dienen können. Das Augenmerk dieses Aufsatzes lag vor allem auf anwendungsspezifischen Aspekten. So wurden Vorschläge für das Messen und Identifizieren von mehrkanaligen Systemen, die Nutzung crestfaktor-minimierter farbiger Signale, die sonst als gefiltertes Rauschen verwendet werden und die Berücksichtigung von Systemnichtlinearitäten unterbreitet. Auch wenn dies für sich genommen durchaus anspruchsvoll sein dürfte, wurden dennoch nur jeweils wenige Zeilen Matlab-Code aufgewendet.

Literatur

- [1] Audio Precision, Inc. Beaverton, OR, USA, <https://www.ap.com/technical-library/using-multitones-in-audio-test/>
- [2] Stanford Research Systems, Sunnyvale, CA ,USA <https://www.thinksrs.com/downloads/pdfs/manuals/SR1am.pdf>
- [3] S. Boyd, S.: Multitone Signals with Low Crest Factor, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-33, No. 10, October 1986, pp. 1018-1022

[4] Potchinkov, A.: Low-crest-factor multitone test signals for audio testing. Journal of the Audio Engineering Society, 50(9):681-694, September 2002.

[5] Dong, Y.: Ein neues Verfahren zur Messung der Eigenschaften schwach nichtlinearer Systeme, PhD Thesis, Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Erlangen, 1990.

[6] Potchinkov, A.: Digital signal processing methods of global nonparametric frequency domain audio testing. Signal Processing, 85(6):1225-1254, June 2005.

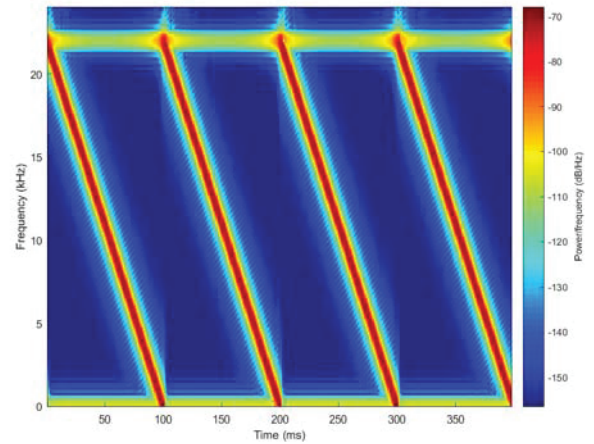


Abbildung 1: Spektrogramm des fortgesetzten Referenzsignals.

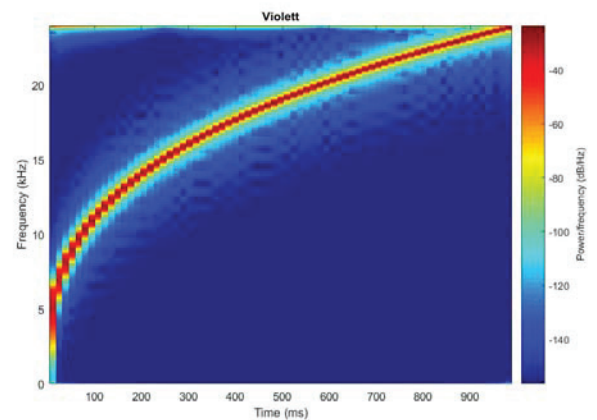


Abbildung 2: Spektrogramm des „violetten“ Multitonsignals.

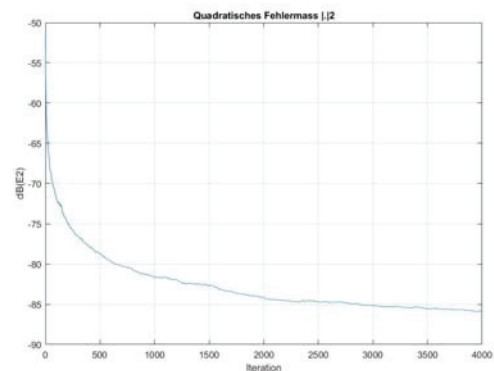


Abbildung 3: Quadratisches Fehlermaß über den Iterationen.