Impedanzbestimmung von überströmten Linern: Vergleich modenbasierter und nicht-modenbasierter Methoden

Friedrich Bake[1], Chenyang Weng[2], Anita Schulz[1] und Lars Enghardt[1]

[1] *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Triebwerksakustik, 10623 Berlin, E-Mail: friedrich.bake@dlr.de*
[2] *VOLVO Car Corporation, SE-405 31 Göteborg, E-Mail: chenyang.weng@volvocars.com*

Einleitung

Schalldämpfende Wandauskleidungen, genannt Liner, sind eine wesentliche Technologie zur Schallreduktion in durchströmten Kanälen wie z.B. im Einlauf und Nebenstromkanal von Flugtriebwerken. Eine wichtige Größe zur Beschreibung von Linern ist die Impedanz, das Verhältnis des Schalldrucks zur wandnormalen Schallschnelle an der Lineroberfläche.

Bei Überströmung des Liners kann diese Impedanz bisher nicht direkt gemessen werden. Daher kommen hier meist indirekte Verfahren, sogenannte Impedanzeduktions-methoden, zum Einsatz. Bei diesen wird in der Regel das Kanalschallfeld, mit eingebautem Liner und Überströmung, an verschiedenen Mikrofonpositionen vermessen und dann über entsprechende Modelle für die Schallausbreitung eine Linerimpedanz soweit iterativ angepasst, bis die Differenz vom modellierten zum gemessenen Schallfeld möglichst minimiert wird. Hierbei unterscheidet man Methoden, bei denen das Schallfeld in akustische Moden zerlegt betrachtet wird, von Verfahren, die das Schallfeld als gesamte numerische Lösung auswerten.

In dem vorliegenden Beitrag werden an einem Beispielliner die verschiedenen in Tabelle 1 aufgeführten Impedanz-eduktionsmethoden, z.T. moden-basiert und z.T. nicht-modenbasiert, hinsichtlich Ihrer Eigenschaften und der sich daraus ergebenen Eignung zur Impedanzbestimmung verglichen.

Tabelle 1: Übersicht über angewendete Impedanzeduktionsverfahren.

Nr.	Ausbreitungs-modell	Moden-basiert	Zielgröße für Anpassung	Iterativ
1	CHE2D	Nein	Schalldruck	Ja
2			Streukoeffizienten	Ja
3	CHE1D	Ja	Wellenzahl	Nein
4	PBE-CroSec	Ja	Wellenzahl	Ja

Nicht-modenbasierte Methoden

Bei den nicht-modenbasierten Methoden wird für den Schalldruck $\tilde{p}(x,y)\exp(i\omega t)$ die Konvektive Helmholtz Gleichung (Convective Helmholtz Equation, CHE) als Ausbreitungsgleichung verwendet:

$$\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial y^2}-\left(ik_0+M_{avg}\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\tilde{p}=0, \qquad (1)$$

mit der Freifeldwellenzahl $k_0=\omega/c_o$, der Kreisfrequenz ω, der Schallgeschwindigkeit c_o und der über den Kanalquerschnitt gemittelten Machzahl M_{avg}.

Hierbei wird ein zweidimensionaler Schnitt durch den Strömungskanal wie in Abbildung 1 dargestellt betrachtet. Das Rechengebiet (Abbildung 2) umfasst sowohl die zwei äußeren schallharten Kanalsegmente als auch das Kanalsegment mit der Lineroberfläche als eine Wand.

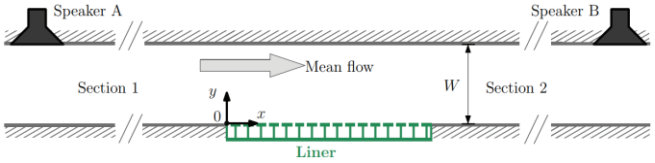

Abbildung 1: Skizze des Versuchskanals mit integriertem Linerabschnitt (grün). In den Sektionen 1 und 2 ist die Kanalwand schallhart ausgeführt.

Als Randbedingungen am Kanaleintritt bzw. Austritt können entweder ein vorgegebener Schalldruck (Dirichlet) eine bestimmte Impedanz (Robin [1]) oder reflexionsfreie Bedingungen (Perfectly Matched Layer, PML [2]) gesetzt werden.

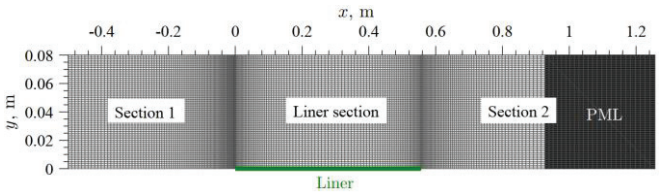

Abbildung 2: Übersicht über das Rechengebiet für die nicht-modenbasierte Impedanzeduktion (CHE2D).

Als Zielgröße für die iterative Bestimmung der Linerimpedanz werden entweder die direkt gemessenen Schalldruckdaten an den Mikrofonpositionen (CHE2D P-Fit) oder die, zunächst mit Hilfe der Schallfeldzerlegung ermittelten, Streukoeffizienten (CHE2D S-Fit), genauer der Transmissionskoeffizient, angepasst.

Modenbasierte Methoden

Während man bei den nicht-modenbasierten Verfahren das Schallfeld als Ganzes betrachtet, wird bei den modenbasierten Verfahren nur die dominante akustische Mode in dem Linersegment extrahiert. Beim ersten modenbasierten Verfahren wird hierbei die mit dem Ansatz $\tilde{p}=\hat{p}(y)\exp(-ikx)$ hergeleitete, eindimensionale Konvektive Helmholtz Gleichung (CHE1D) verwendet:

$$\frac{d^2\hat{p}}{dy^2}+k_y^2\hat{p}=0, \qquad (2)$$

wobei $k_y^2=k_0^2[(1-M_{avg}*\Gamma)^2-\Gamma^2]$ die (quadrierte) wandnormale Wellenzahl und $\Gamma=k/k_0$ die dimensionslose axiale Wellenzahl ist.

Unter Berücksichtigung der Ingard-Myers Randbedingung [3][4] lässt sich die folgende Beziehung für die Wandimpedanz herleiten [5]:

$$\zeta = \frac{ik_0\left(1 - M_{avg} * \Gamma\right)^2}{k_y \tan(k_y H)} \tag{3}$$

mit der Kanalhöhe H.

Ist die axiale Wellenzahl einer Mode bekannt, kann aus Gleichung (3) und dem Zusammenhang zwischen der wandnormalen und axialen Wellenzahl (siehe bei Gleichung (2)) direkt ohne Iteration die Impedanz des Liners berechnet werden. Daher wird dieses Verfahren auch als direkte Methode (engl.: Straightforward Method) bezeichnet [5].

Die Bestimmung der (axialen) Wellenzahl erfolgt aus den Mikrofondaten in dem Kanalsegment mit Linerwand (face-to-face, FTF) mit Hilfe von der Kumaresan-Tufts (KT) [6] und der Matrix Pencil (MP) [7] Methode. Diese multimodalen Verfahren sind detailliert bei Weng et al. [8] erklärt.

Eine weitere modenbasierte Impedanzbestimmungsmethode (PBE-CroSec) beruht auf der Pridmore Brown Gleichung [9] mit der Erweiterung auf die Querschnittsfläche im Kanal, wie in Abbildung 3 dargestellt.

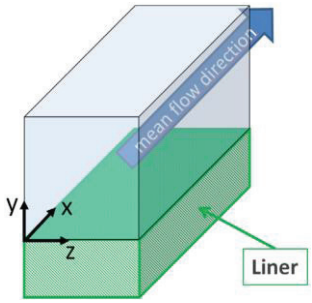

Abbildung 3: Betrachtung des Kanalquerschnitts bei der Pridmore-Brown-Methode (PBE-CroSec).

Mit der PBE-CroSec können Geschwindigkeitsprofile der Kanalströmung und damit auch Brechungseffekte der Schallausbreitung aufgrund des Strömungsprofils berücksichtigt werden. Das hier verwendete Verfahren schließt außerdem bei der Wandbedingung viskose und thermische Einflüsse der akustischen Grenzschicht ein.

Versuchsaufbau und Linerkonfiguration

Die experimentellen Untersuchungen wurden an dem Liner-Strömungskanal DUCT-R beim DLR Berlin durchgeführt (siehe Abbildung 4). Dieser Kanal hat einen Querschnitt von 60mm x 80mm und kann mit einer Strömungsmachzahl von maximal $M = 0{,}3$ (auf der zentralen Achse) betrieben werden. Der Kanal wird von jeweils zwei Lautsprechern an dem stromaufseitigen oder stromabseitigen Ende der Messsektion akustisch angeregt. Insgesamt wurden bei dieser Untersuchung 41 Mikrofone eingesetzt, von denen 27 in der Linersektion gegenüber der Linerwand (FTF) und 14 in den schallharten Kanalsektionen installiert waren.

Die Strömungsprofile für die PBE-CroSec Methode und für die Mittelung der Machzahl bei der Konvektiven Helmholtz Gleichung wurden mit einer Pitot-Fischmaulsonde vermessen.

Der untersuchte Liner war vom Typ Single-Degree-Of-Freedom (SDOF) bestehend aus einer perforierten Deckschicht, einer Volumenstruktur aus einzelnen Kammern und einer festen Rückwand. Geometrische Details des Liners sind in
Tabelle 2 gegeben.

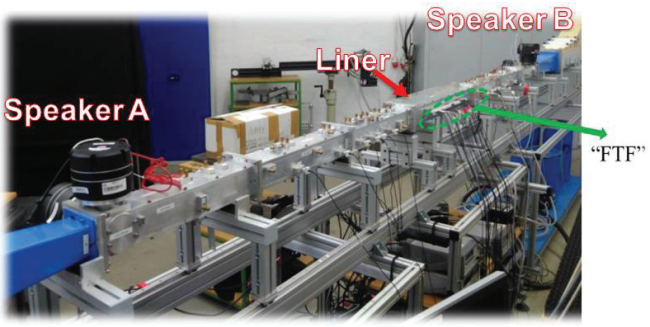

Abbildung 4: Bild des Versuchsstands mit installiertem Liner, Lautsprechern und Mikrofonen in den schallharten Kanalsegmenten und gegenüber der Lineroberfläche (face-to-face: FTF).

Tabelle 2: Linerkonfiguration.

Loch-durch-messer	Deck-schicht-dicke	Porosität	Liner-volumen-tiefe	Rück-wand-dicke	Aktive Liner-länge
1,5mm	1mm	15%	48mm	1mm	556,5mm

Ergebnisse und Diskussion

Streukoeffizienten

Zur akustischen Charakterisierung des Liners und als Zielgröße für die CHE2D S-Fit Methode wurden zunächst die Streukoeffizienten (Reflektion und Transmission) der Linersektion bestimmt.

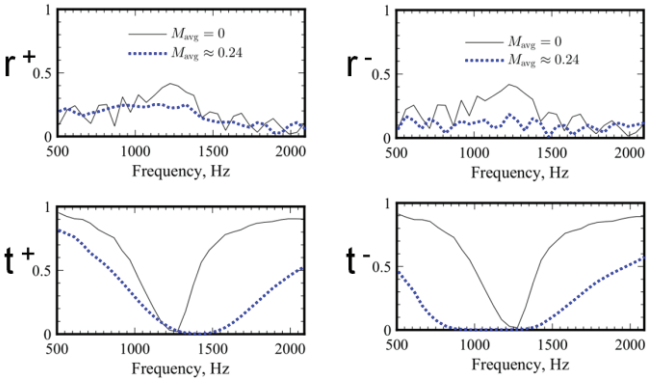

Abbildung 5: Streukoeffizienten (Reflektion $\boldsymbol{r}$ und Transmission $\boldsymbol{t}$) des Liners im Kanal.

Abbildung 5 zeigt die entsprechenden Messergebnisse. Im Falle ohne Strömung (schwarze, durchgezogene Linie) sind die Kurven, wie für symmetrische Liner zu erwarten, unabhängig von der Richtung des Schalleinfalls („+“: Schall von links einfallend, „-“: Schall von rechts.). Der

Transmissionskoeffizient t wird bei etwa 1250Hz minimal. Hier wird die meiste akustische Energie vom Liner dissipiert. Im Strömungsfall verschiebt sich das Transmissionsminimum für eine stromaufseitige Anregung (t^+) zu höheren und für eine stromabseitige Anregung (t^-) zu niedrigeren Frequenzen. Außerdem wird bei der stromabseitigen Anregung (t^-) dieses Minimum stark verbreitert.

Im Weiteren werden nun die eingangs vorgestellten Impedanzbestimmungsverfahren angewendet und miteinander verglichen.

CHE2D P-Fit vs. CHE2D S-Fit

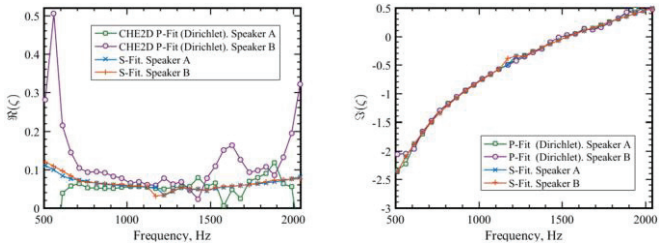

Abbildung 6: Vergleich der Impedanz (links: Resistanz, rechts: Reaktanz) aus der CHE2D P-Fit und CHE2D S-Fit Methode ohne Überströmung (M=0).

Vergleicht man zunächst ohne Überströmung die beiden nicht-modenbasierten Verfahren CHE2D P-Fit und S-Fit (Abbildung 6), so fällt auf, dass nur bei dem S-Fit Verfahren die Impedanzen für beide Anregungsrichtungen (Speaker A und Speaker B) wie zu erwarten übereinstimmen. Dies ist vor allem beim Realteil, der Resistanz, in Abbildung 6 links deutlich zu erkennen. Das P-Fit Verfahren mit der direkten Anpassung der Druckdaten an den Mikrofonpositionen zeigt hier deutliche Abweichungen zwischen den Anregungsrichtungen. Vermutlich verstärken sich kleine Messfehler beim P-Fit Verfahren stärker, wenn die Resistanz, als Zielfunktion bei dem Iterationsverfahren, sehr kleine Werte nahe Null aufweist.

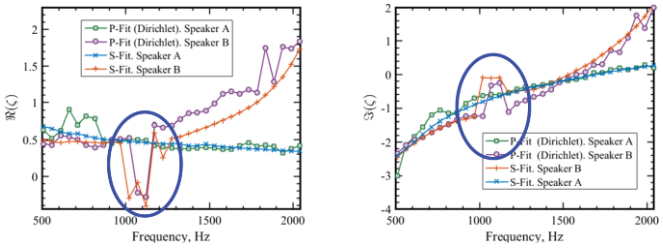

Abbildung 7: Vergleich der Impedanz aus der CHE2D P-Fit und CHE2D S-Fit Methode mit Überströmung (M=0,24) (links: Resistanz, rechts: Reaktanz).

Im Fall mit Überströmung (Abbildung 7) ist erkennbar, dass beide Methoden, P-Fit und S-Fit, bei der Anregung von stromab (Speaker B) Fehler im Bereich zwischen 900Hz und 1300Hz aufweisen (z.B. durch starke, unphysikalische Sprünge in der Resistanz).

Hier scheint die starke Dissipation der stromauf laufenden Schallwellen über dem Liner (siehe auch t^- in Abbildung 5) eine entscheidende Rolle zu spielen. Sehr deutlich wird dies bei der Betrachtung des Schalldruckverlaufs entlang der Kanalachse bei einer Stromab-Anregung bei 1020Hz in Abbildung 8.

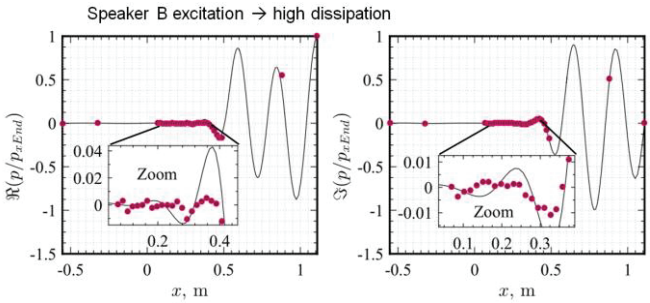

Abbildung 8: Schalldruckverlauf (links: Realteil, rechts: Imaginärteil) bei 1020Hz entlang der Kanalachse; Symbole: experimentelle Mikrofondaten, Linie: numerischer Fit in der CHE2D.

Diese zeigt, dass der Schalldruckverlauf über dem Liner recht stark, auf Werte nahe Null gedämpft wird, und somit eine Anpassung des (numerischen) Schalldruckverlaufs (Linie) an die gemessenen Mikrofonwerte (Symbole) nicht mehr sinnvoll möglich ist (siehe auch Zoom in Abbildung 8).

CHE1D vs. CHE2D

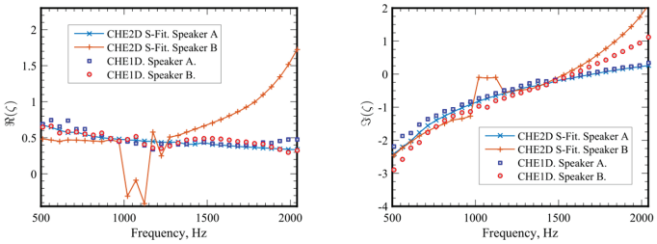

Abbildung 9: Vergleich der Impedanz aus der CHE1D und CHE2D S-Fit Methode mit Überströmung (M=0,24) (links: Resistanz, rechts: Reaktanz).

Diese Problematik scheint bei der modenbasierten Methode CHE1D nicht aufzutreten, wie in Abbildung 9 dargestellt ist. Hier ist im Vergleich zum CHE2D S-Fit Verfahren eine plausible Bestimmung der Impedanz auch in dem sehr stark gedämpften Frequenzbereich zwischen 900Hz und 1300Hz möglich. Der Grund dafür ist die bei CHE1D ausschließliche Verwendung von face-to-face Mikrofonen (FTF) innerhalb der Linerkanalsektion. „Zu Null"-gedämpfte Signale außerhalb der Linersektion haben bei den modenbasierten Verfahren keinen Einfluss.

CHE1D vs. PBE-CroSec

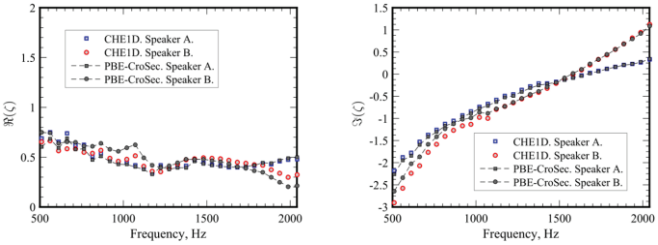

Abbildung 10: Vergleich der Impedanz aus der CHE1D und PBE CroSec Methode mit Überströmung (M=0,24) (links: Resistanz, rechts: Reaktanz).

Insgesamt scheinen Frequenzbereiche mit signifikanter Dissipation am Liner zu einer kleineren Streuung bei der Impedanzbestimmung mit Hilfe der moden-basierten Methoden zu führen. Frühere Untersuchungen zeigten bereits, dass eine stärkere Dissipation die Stabilität und Zuverlässigkeit der Wellenzahlbestimmungsverfahren KT und MP verbessert [8].

Die Berücksichtigung des Strömungsprofils (über den gesamten Kanalquerschnitt) bei der PBE-CroSec Methode zeigt in Abbildung 10 nur kleine Unterschiede zum CHE1D Verfahren (mit Blockprofilannahme), die vermutlich auf Brechungseffekte am Strömungsprofil zurückzuführen sind. Es ist allerdings zu erwarten, dass bei höheren Frequenzen bzw. höheren Helmholtz-Zahlen bezogen auf die Strömungsprofildicke diese Brechungseinflüsse zunehmen und die Verwendung des PBE-CroSec Verfahrens vorteilhafter ist.

Schlussfolgerungen und Ausblick

In dieser Studie wurden vier verschiedene Impedanz-eduktionsverfahren (siehe Tabelle 1) an einem Beispielliner angewendet und verglichen.

Die ersten beiden Verfahren (CHE2D P-Fit und CHE2D S-Fit) basieren auf der zweidimensionalen Helmholtz Gleichung die numerisch als nicht-modenbasiertes Randwertproblem gelöst wird. Während bei dem ersten der Schalldruck an den wandbündigen Mikrofonen angepasst wird (P-Fit), verwendet das zweite den aus der Messung berechneten Transmissionskoeffizienten als Zielfunktion (S-Fit). Das dritte Verfahren (CHE1D) ist modenbasiert, d.h. das Schallfeld wird als Überlagerung einzelner Moden betrachtet und die Dimension auf 1D reduziert. Das sich daraus ergebene Eigenwertproblem kann dann direkt analytisch gelöst werden. Das vierte Verfahren (PBE-CroSec) ist ebenfalls modenbasiert, allerdings berücksichtigt es viskose und thermische Effekte der akustischen Grenzschicht sowie den Einfluss eines Strömungsprofils über den rechteckigen Kanalquerschnitt. Das entsprechende Eigenwertproblem wird hierbei numerisch gelöst und die Impedanz des Liners iterativ bestimmt.

Die Ergebnisse zeigen, dass bei einer sehr kleinen Liner-Resistanz (nahe Null) alle Eduktionsverfahren bis auf die CHE2D S-Fit Methode eine starke Streuung der Impedanzwerte aufweisen. Im Fall von Überströmung ergeben die nicht-modenbasierten Verfahren (CHE2D P-Fit und CHE2D S-Fit) in Frequenzbereichen mit sehr hoher Dissipation (Transmission nahe Null) keine zuverlässigen Impedanzwerte. Die modenbasierten Verfahren scheinen hier deutlich stabiler zu funktionieren.

Insgesamt zeigt sich, dass keine allgemeingültige Aussage über die Eignung der einzelnen Verfahren getroffen werden kann. Vielmehr ist eine adaptive Anwendung der verschiedenen Verfahren in Abhängigkeit vom Dämpfungsverhalten des jeweiligen Liners in den verschiedenen Frequenzregimen und Strömungsbedingungen notwendig.

Dieser Vergleich von Impedanzeduktionsverfahren ist mit einem Test-Liner allein sicherlich limitiert. Daher sollten in Zukunft weitere Vergleichsstudien durchgeführt werden, die eine weitergehende Analyse der Funktionsweise und Zuverlässigkeit von Impedanzbestimmungsverfahren erlauben.

Danksagung

Diese Studie wurde u.a. durch das Projekt ASPIRE (grant agreement No 681856) im Rahmen vom Programm *Clean Sky 2 Joint Undertaking* (European Union's Horizon 2020 Research and Innovation Program) gefördert. Die Autoren danken der Unterstützung durch das ASPIRE Konsortium.
Chenyang Weng wurde finanziell durch das Stipendien-programm *DLR-DAAD Research Fellowships* unterstützt.

Literatur

[1] Jones, M. G., Watson, W. R., and Parrott, T. L.: Benchmark data for evaluation of aeroacoustic propagation codes with grazing flow. 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference), Monterey, California, 23 - 25 May, 2005, No. AIAA-2005-2853.

[2] Teixeira, F. L. and Chew, W. C.: A general approach to extend Berenger's absorbing boundary condition to anisotropic and dispersive media. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 46, No. 9, Sep 1998, pp. 1386–1387.

[3] Ingard, U., "Influence of Fluid Motion Past a Plane Boundary on Sound Reflection, Absorption, and Transmission," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 31, No. 7, 1959, pp. 1035–1036.

[4] Myers, M. K., "On the acoustic boundary condition in the presence of flow," Journal of Sound and Vibration, Vol. 71, No. 3, 1980, pp. 429–434.

[5] Jing, X., Peng, S., and Sun, X., "A straightforward method for wall impedance eduction in a flow duct," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 124, No. 1, 2008, pp. 227–234.

[6] Kumaresan, R. and Tufts, D., "Estimating the parameters of exponentially damped sinusoids and pole-zero modeling in noise," IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 30, No. 6, Dec 1982, pp. 833–840.

[7] Hua, Y. and Sarkar, T. K., "Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise," IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 38, No. 5, May 1990, pp. 814–824.

[8] Weng, C., Schulz, A., Ronneberger, D., Enghardt, L., and Bake, F., "Impedance eduction in the presence of turbulent shear flow using the linearized Navier-Stokes equations," *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 5 - 9 June 2017, Denver, CO*, No. AIAA 2017-3182, 2017.

[9] Pridmore-Brown, D. C., "Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 4, 1958, pp. 393–406.