Biegeschwingungen der Sportwaffen Florett, Degen und Säbel

Thomas Kletschkowski

HAW Hamburg, 20099 Hamburg, E-Mail: thomas.kletschkowski@haw-hamburg.de

Einleitung

Die Klingen der Sportwaffen Florett, Degen und Säbel können aus Sicht der Schwingungslehre als einseitig eingespannte, schlanke, biegeelastische Kontinua mit örtlich veränderlicher Massenbelegung und von der Glocke zur Spitze hin sinkendem Flächenträgheitsmoment (Verjüngen des Querschnitts) betrachtet werden. Letzteres unterscheidet sich bei allen Waffen bezüglich der horizontalen und vertikalen Achse.

Die vorliegende Arbeit befasst sich insbesondere mit den ersten Biegeeigenformen in horizontaler und vertikaler Richtung, die im Gefecht sowohl durch Klingenschlag, aber auch durch das plötzliche Abstoppen der Klingenbewegung angeregt werden können. Letzterer Fall ist insbesondere im Florett- und Degenfechten bedeutsam, um durch Schnippen Treffflächen auf dem Rücken (Florett) oder hinter der Glocke (Degen) zu erreichen, die einem direkten Stoß nicht zugänglich sind.

Der Beitrag erläutert sowohl die Modellvorstellungen im Sinne der Schwingungslehre, als auch das experimentelle Vorgehen zur Bestimmung der Beigeeigenformen aller drei Sportwaffen. Weiterhin wird auf Fragen der Dämpfung hingewiesen.

Bezug zur Theorie der Strukturdynamik

Eine einfache aus Sicht der Strukturdynamik mögliche Modellbildung besteht darin, die Sportwaffen als einseitig eingespannte Balken (Kragbalken) aufzufassen und die, beim Führen der Waffe mit der Hand wirkenden, mechanischen Impedanzen zu vernachlässigen. Unter Berücksichtigung einer ortsabhängigen Biegesteifigkeit EI sowie der aus dem Produkt von Querschnitt A und Dichte ρ gebildeten Massenbelegung, ist das das Problem mit der in Gleichung (1) angegebenen partiellen Differentialgleichung unter Beachtung der in Gleichung (2) aufgeführten Randbedingungen beschrieben, vergleiche [1]. L steht dabei für die Länge des Balkens und t für die Zeit

$$\rho A \cdot \ddot{w} + \left[EI \cdot w'' \right]'' = 0 \,, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} w(0,t) = 0, \;\; w'(0,t) = 0, \\ w''(L,t) = 0, w'''(L,t) = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\omega_{01} = (\lambda_1 L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A \cdot L^4}} \,. \tag{3}$$

Für konstante Massebelegung ρA und konstante Biegesteifigkeit EI lassen die Eigenkreisfrequenzen nach [1] entsprechend Gleichung (3) angeben, wobei die in Tabelle 1 aufgeführten Eigenwerte numerisch aus der Lösung einer transzendenten Gleichung zu ermitteln sind.

Tabelle 1: Bezogene Eigenwerte Kragbalken

	Nummer des Eigenwertes		
	1	2	3
$\lambda_i L$	1.8751	4.6941	10.996

Die zugehörenden Eigenformen ergeben sich nach [1] aus Kombination der trigonometrischen Funktionen *sin* und *cos* mit den hyperbolischen Funktionen *sinh* sowie *cosh*. Kennzeichnend für die Eigenformen ist, dass die Anzahl der Schwingungsknoten der Nummer der Eigenform entspricht, wenn man den aufgrund der Randbedingungen in der Einspannung vorhandenen Knoten als ersten für die erste Eigenform zählt.

Berechnungen und experimentelle Befunde

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die in Abbildung 1 gezeigten Sportwaffen untersucht. Das Gesamtgewicht aller Sportwaffen variiert zwischen 340g (Säbel) und 395g (Degen). Die Gesamtlänge aller Waffen beträgt 110cm (Florett und Degen) sowie 105cm (Säbel). Die freie Klingenlänge, vermessen von Spitze zu Glocke, beträgt: 89.5cm (Florett und Degen) sowie 87.5cm (Säbel).

Abbildung 1: Untersuchte Sportwaffen: Florett (oben), Degen (mittig), Säbel (unten).

Die an unterschiedlichen Stellen vermessenen Klingenquerschnitte sind in Tabelle 2 zusammengestellt und weisen auf die elastische Anisotropie infolge unterschiedlicher Flächenträgheitsmomente bez. der vertikalen und horizontalen Bewegungsrichtung hin.

Tabelle 2: Querschnitte der Sportwaffen

B x H	Position		
	Glocke	Mitte	Spitze
Florett	7 x 12	3 x 4	3 x 2
Degen	20 x 9	7 x 4	6 x 4
Säbel	7 x 18	3 x 6	2 x 5

Auf Basis der vereinfachten analytischen Modellbildung, siehe oben, lassen sich die in Tabelle 3 angegebenen Eigenfrequenzen für die Vertikalbewegung abschätzen, wenn die aus Tabelle 2 abgeleiteten Flächenquerschnitte und Flächenträgheitsmonente linear gemittelt und für die Auswertung weiterhin eine für Maraging-Stahl übliche Dichte von 8g/cm³ sowie ein Elastizitätsmodul von 1.8e5N/mm² zugrundegelegt werden.

Tabelle 3: Berechnete Eigenfrequenzen für Vertikale

f_0 / Hz	Nummer der Eigenfrequenz		
	1	2	3
Florett	5.0	31.5	88.0
Degen	4.9	30.5	85.4
Säbel	8.4	52.6	147.3

Für die experimentellen Untersuchungen wurde der in Abbildung 2, beispielhaft für die Analyse der Vertikalbewegung des Floretts, dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Die Schwingbewegungen wurden mit einem uniaxialen Beschleunigungssensor vermessen, der bei allen Waffen in einem Abstand von ca. 37cm zur Glocke mittels Haftwachs auf der Klinge befestigt wurde. Um die Horizontalbewegungen zu vermessen, wurden alle Sportwaffen um 90° in der Einspannung verdreht, so dass beide Querschnittsrichtungen dem Gewichtseinfluss unterlagen. Die Schwingbewegungen wurden wahlweise durch Anzupfen der Spitze mit nachfolgendem Ausschwingen oder durch Anschlagen der Klinge ausgelöst.

Abbildung 2: Versuchsaufbau Schwingungsmessung.

Ausschwingkurven für Degen und Säbel sind in den Abbildungen 3 – 5 dargestellt. Alle Abbildungen verdeutlichen, dass die infolge Anschlagens angeregten Schwingungen schneller abklingen, als diejenigen, die durch Anzupfen der Spitze ausgelöst werden. Im letzteren Fall verbleiben freie Biegeeigenschwingungen, die maßgeblich durch die erste Biegeeigenform bestimmt sind. Die in Abbildung 5 – 6 gezeigten Darstellungen ermöglichen das Ablesen von Nachhallzeiten T_{60}, die zwischen 0.2s und 0.3s variieren. Diese kurzen Zeitspannen unterstützen die akustische Analyse des Gefechtsverlaufes durch den Kampfrichter bei mehrfachen Klingenberührungen.

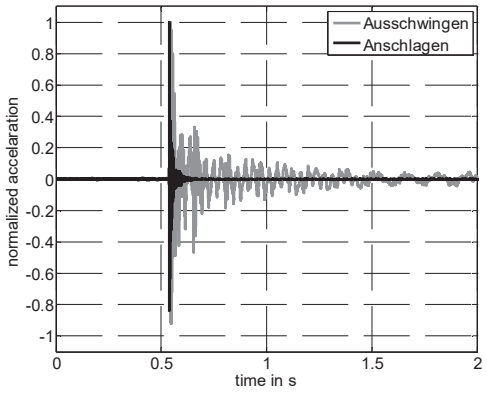

Abbildung 3: Ausschwingen des Degens in der Vertikalen: Anzupfen Spitze (grau), Anschlagen Klinge (schwarz).

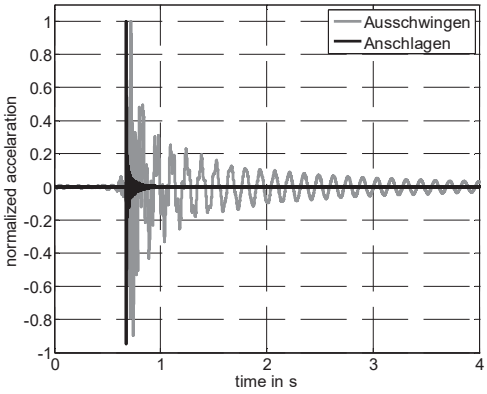

Abbildung 4: Ausschwingen des Säbels in der Vertikalen: Anzupfen Spitze (grau), Anschlagen Klinge (schwarz).

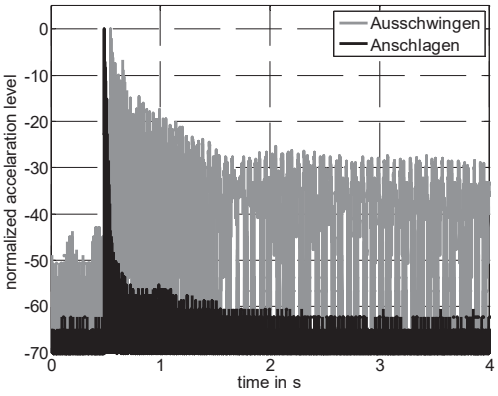

Abbildung 5: Ausschwingen des Degens in der Vertikalen: Anzupfen Spitze (grau), Anschlagen Klinge (schwarz).

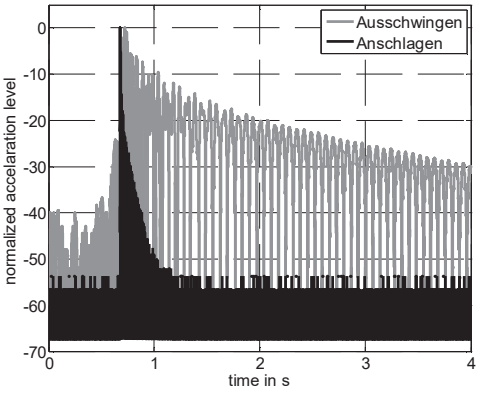

Abbildung 6: Ausschwingen des Säbels in der Vertikalen: Anzupfen Spitze (grau), Anschlagen Klinge (schwarz).

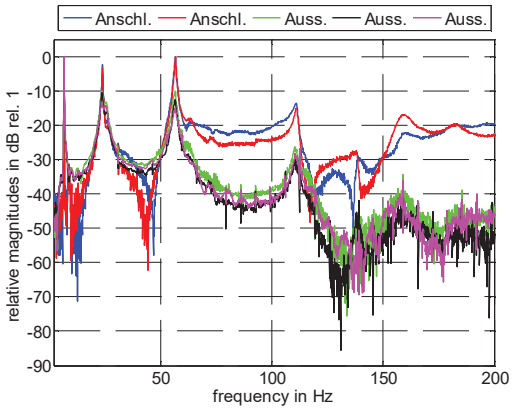

Abbildung 7: Frequenzgänge des Floretts für die Vertikalbewegung.

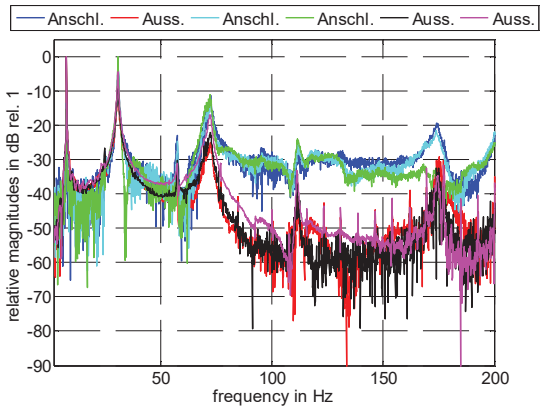

Abbildung 8: Frequenzgänge des Floretts für die Horizontalbewegung.

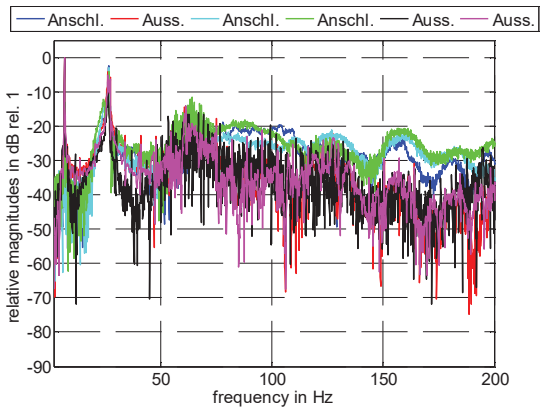

Abbildung 9: Frequenzgänge des Degens für die Vertikalbewegung.

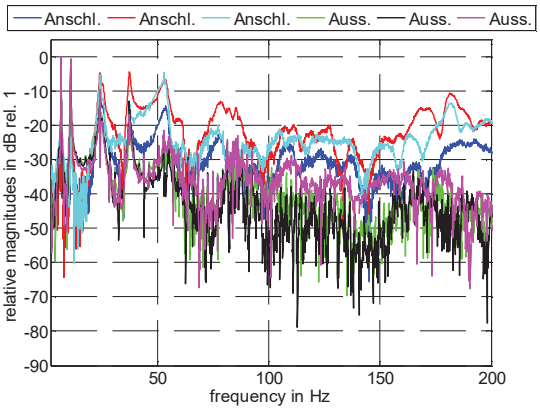

Abbildung 10: Frequenzgänge des Degens für die Horizontalbewegung.

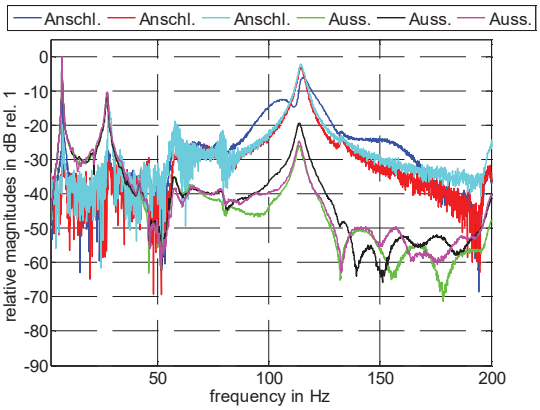

Abbildung 11: Frequenzgänge des Säbels für die Vertikalbewegung.

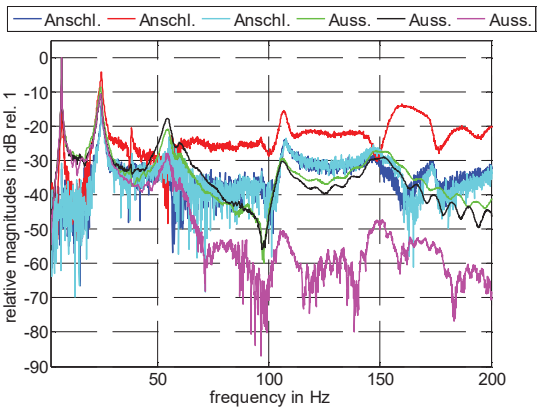

Abbildung 12: Frequenzgänge des Säbels für die Horizontalbewegung.

In den Abbildungen 7 – 12 sind alle vermessenen Frequenzgänge logarithmisch dargestellt, wobei der maximale Betrag jedes einzelnen Frequenzganges als Bezugsgröße diente. Trotz vereinfachten Versichsaufbaues und vereinfachter Versuchsdurchführung, lässt sich eine gute Reproduzierbarkeit auch für unterschiedliche Arten der Anregung / Auslösung der vermessenen Schwingbewegungen feststellen.

Die modale Charakteristik ist insbesondere für Frequenzen unterhalb von 50Hz für alle untersuchten Sportwaffen deutlich ausgeprägt. Es ist weiterhin erkennbar, dass sich die Resonanzzonen verbreitern, wenn im Bereich höherer Frequenzen die Schallabstrahlung von der Linienschallquelle Klinge als Dämpfungsmechanismus an Bedeutung gewinnt.

Zur Quantifizierung der modalen Dämpfung als auch für die Bestimmung der Resonanzfrequenzen werden gemittelte Frequenzgänge verwendet.

Diese sind in den Abbildungen 13 und 14 dargestellt und basieren auf der linearen Mittelung der in den Abbildungen 7 – 12 gezeigten Kurven, bevor diese – erneut auf den maximalen Betrag normiert – logarithmisch dargestellt wurden.

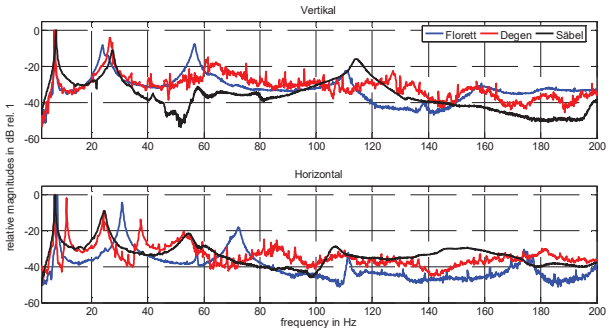

Abbildung 13: Gemittelte Frequenzgänge bis 200Hz.

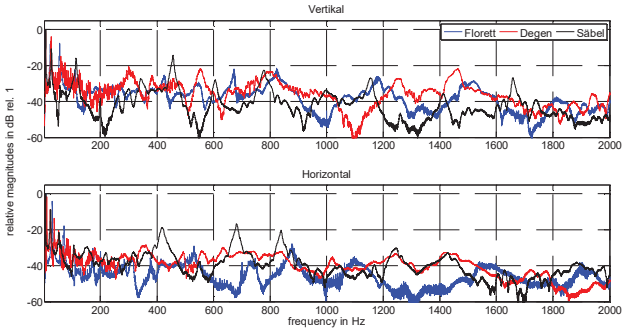

Abbildung 14: Gemittelte Frequenzgänge bis 2kHz.

Tabelle 4 enthält die aus Abbildung 13 abgelesenen ersten drei Resonanzfrequenzen für die Vertikal- und Horizontalbewegung des Floretts. Mit einer gewissen Überraschung ist festzustellen, dass – ungeachtet der Ausrichtung – die erste Biegeeigenform im Bereich von 7Hz auftritt. Dies trifft sogar auf alle untersuchten Sportwaffen zu. Der Einfluss der elastischen Anisotropie wird mit steigender Frequenz deutlich, was die Spreizung der Resonanzfrequenzen bei zunehmender Ordnung verdeutlicht.

Tabelle 4: Gemessene Eigenfrequenzen Florett

f_0 / Hz	Nummer der Eigenfrequenz		
	1	2	3
Florett - V	7.0	24.0	57.0
Florett - H	7.0	31.0	72.0

Die Ermittlung der modalen Dämpfung in Resonanz erfolgte mit der Methode der Halbwertsbreite. Hierbei wurden – sofern klar identifizierbar – die ersten drei Resonanzfrequenzen herangezogen. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 5 und 6 zusammenfassend dargestellt und verdeutlichen, dass es sich um Schwingungen schwach gedämpfter Kontinua handelt. Tendenziell nimmt dabei die Dämpfung mit der Ordnung der Eigenform zu. Für die Wettkampfpraxis ist von höheren Werten auszugehen, da die mechanischen Impedanzen der „Einspannung“ aufgrund der Dämpfungswirkung von Handschuh und Muskulatur im Versuchsaufbau nicht nachgestellt wurden.

Tabelle 5: Modale Dämpfungsgrade Vertikalbewegung

D in %	Nummer der Eigenschwingung		
	1	2	3
Florett	0.4	1.9	1.0
Degen	0.4	1.4	-
Säbel	1.4	2.0	2.0

Tabelle 6: Modale Dämpfungsgrade Horizontalbewegung

D in %	Nummer der Eigenschwingung		
	1	2	3
Florett	0.3	0.8	1.2
Degen	0.4	0.3	2.1
Säbel	1.3	2.8	3.2

Zusammenfassung und Ausblick

Die in der vorliegenden Arbeit dokumentierten experimentellen Untersuchungen zeigen, dass die Grundbiegeschwingungen aller Sportwaffen unabhängig von ihrer räumlichen Ausrichtung nahe 7Hz aufzufinden sind. Im Hinblick auf den Wettkampfsport mag dies eine Erklärung dafür liefern, warum ein Florettfechter den erlernten „Schnippstoß“ auf die Schulter auch exzellent mit einem Degen auszuführen vermag, wobei dann, natürlicherweise, die scheinbar durch die Glocke geschützte Hand, zur Trefffläche wird. Die zweite Biegeeigenform variiert – je nach Waffe – zwischen 23Hz und 31Hz.

Die Untersuchungsergebnisse dokumentieren auch die elastische Anisotropie, die, hier dargestellt für das Florett, durch unterschiedliche Querschnittsverjüngungen in vertikaler und horizontaler Richtung bedingt sind.

Die Strukturschwingungen sind offensichtlich weniger bedämpft, als Schwingungen, die zur Schallabstrahlung beitragen. Im Bezug auf die Gefechtssituation bedeutet dies, dass der Kampfrichter aufeinanderfolgende Schläge akustisch zu trennen vermag, was eine wesentliche Voraussetzung für die Beurteilung des Treffervorrechtes im Florett und Säbel ist. Insgesamt wurden keine Dämpfungen oberhalb von 3.2% ermittelt.

Zukünftige Untersuchungen könnten sich mit der Richtcharakteristik der Linienschallquelle Klinge befassen, um so gegebenenfalls Vorschläge für die Positionierung des Kampfrichters neben der Fechtbahn abzuleiten.

Die Untersuchungsergebnisse sind jedoch auch im Hinblick auf das Themenfeld der elastischen Mehrkörpersysteme interessant, da die durchaus denkbare Entwicklung eines Trainingsroboters nicht ohne hochgenaue Positionsregelung der Spitze am Ende er hochflexiblen Klinge erfolgreich verlaufen kann.

Literatur

[1] Gasch, R., Knothe, K., Liebich, R.: Strukturdynamik – Diskrete Systeme und Kontinua. 2. Auflage, Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 2012.