Strukturintensität bei Schalen-Volumen-Modellen mit skalierten Schichtdicken

Matthias Klaerner[1], Steffen Marburg[2], Lothar Kroll[1],

[1] *Technische Universität Chemnitz, Institut für Strukturleichtbau, 09107 Chemnitz*

[2] *Technische Universität München, Gerhard-Zeidler-Stiftungslehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, 85748 Garching, Deutschland*

Einleitung

Die Strukturintensität (STI) dient im Bereich der Maschinenakustik zur genaueren Analyse der Schallentstehung und -ausbreitung und gibt Aufschlüsse über Energieübertragungswege sowie Positionen von Quellen und Senken mechanischer Energie innerhalb eines Festkörpers. Damit ist die Auslegung von lärmmindernden Maßnahmen entlang der Übertragungswege, wie der Einsatz dissipativer Elemente, geometrischer Modifikationen oder aktiver Schwingungsbeeinflussung gezielt möglich [2, 10].

Im Frequenzbereich ermöglicht die STI die Beurteilung des Körperschalltransferverhaltens einer harmonisch angeregten eingeschwungenen Struktur. Im Zeitbereich dient die STI zur Beurteilung der Entstehung von Schwingungen, der Analyse von Ausbreitungsgeschwindigkeit und Energie sowie der Bewertung von Schwingungen bei transienter Anregung der [8].

Für die Berechnung der Strukturintensität existieren Formulierungen sowohl für Schalenmodelle aus den Elementschnittkräften und Knotengeschwindigkeiten als auch für Volumenmodelle aus den Elementspannungen und Knotengeschwindigkeiten. Die verschiedenen Ansätze werden demnach auch in unterschiedlichen Einheiten ausgewertet.

Sowohl der Vergleich von Modellen unterschiedlicher Elementformulierungen als auch die gleichzeitige Anwendung von Schalen- und Volumenmodellen erfordern vergleichbare Berechnungsansätze.

Daher wurden die Ansätze für Schalenmodelle um die Berücksichtigung der Dicke erweitert und mit den Volumenmodellen verifiziert.

Weitere Untersuchungen erfolgten mit kombinierten Schalen-Volumen-Modellen von Kernverbunden, bei denen die schubweichen Kerne zur Verbesserung der Elementqualität in ihrer Dicke skaliert und die mechanischen Eigenschaften ähnlichkeitsbasiert angepasst wurden.

Theoretische Grundlagen

Im Gegensatz zur Schallintensität ist die vektorielle Größe Strukturintensität nicht notwendigerweise orthogonal zur Wellenfront. Im Frequenzbereich ist besitzt das Produkt aus von komplexem Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}(f)$ und konjugiert komplexem Schnellevektor $\boldsymbol{v}^\star(f)$

$$\boldsymbol{I}_S = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}(f)\boldsymbol{v}^\star(f) \tag{1}$$

einen Real- und einen Imaginärteil. Im Zeitbereich ist eine solche Aufteilung nicht möglich [9]. Der Realteil - die *aktive* STI - charakterisiert die Ausbreitung der Körperschallenergie, ist jedoch nur vorhanden, wenn eine Dämpfung vorherrscht [4]. Darüber hinaus ist ein Energietransport innerhalb eines Feldes im Mittel nur dann möglich, falls mindestens eine Quelle und eine inkohärente Senke vorhanden ist. Senken können durch Dämpfung sowie auch durch Kräfte hervorgerufen werden. Somit ist in einer ungedämpften Struktur, welche durch eine harmonische Einzellast angeregt wird, das Intensitätsfeld ausschließlich reaktiv [10]. Ferner nimmt der Anteil der aktiven STI mit steigender Dämpfung verhältnismäßig zu [5].

Demnach wird der Imaginärteil der STI als *reaktive* STI bezeichnet. Die reaktive Intensität wird vor allem bei der Schadensdetektion als Kriterium herangezogen [12].

Durch Überlagerung zweier benachbarter Moden weißt das aktive Intensitätsfeld Wirbelcharakteristika für einige Frequenzen auf. Durch Dämpfung herrscht ein Phasenunterschied zwischen den Moden, wodurch es zu einem Wandern der Schwingungsbäuche kommt [4, 11]. Die Anzahl der Wirbeln steigt mit der Frequenz durch Verästeln der Energiepfade Und Bildung von Nebenpfaden [10].

Die allgemeine Formulierung der STI in (1) beschreibt den Zustand an einem infinitesimalen Element in einem dreidimensionalem Festkörper.

$$\boldsymbol{I}_S = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz}\\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz}\\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_x^\star\\ v_y^\star\\ v_z^\star\end{bmatrix}, \quad [\boldsymbol{I}_S] = W/m^2 \tag{2}$$

Der Vorfaktor $\frac{1}{2}$ gilt für die Umsetzung mit Spitzenwerten. Bei der Berücksichtigung von Effektivwerten wird der Vorfaktor 1 angewendet [3]. Akustisch sensitive dünnwandige Strukturen werden mit einem anderen Ansatz für (dünne) Schalenelemente betrachtet und dabei die STI in Dickenrichtung vernachlässigt [1].

$$\boldsymbol{I}'_S = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix}n_x v_x^\star + n_{xy} v_y^\star + m_x \dot{\phi}_y^\star - m_{xy}\dot{\phi}_x^\star + q_x v_z^\star\\ n_y v_y^\star + n_{xy} v_x^\star - m_y \phi_x^\star - m_{xy}\dot{\phi}_y^\star + q_y v_z^\star\end{bmatrix} \tag{3}$$

Die Dicke der Schale sei dabei in z-Richtung orientiert. Die Größe $\boldsymbol{I}'_S$ kennzeichnet, obwohl mathematisch ungewöhnlich aber in der Literatur verbreitet, die Integration über die Schalendicke, wodurch die Einheit der STI für dünne Schalen Wm^{-1} entsteht.

Bei dieser Formulierung kann in Longitudinal- und Transversalwellenanteile unterschieden werden. Longitudinal wirken die Scheibenbeanspruchungen (Längs-

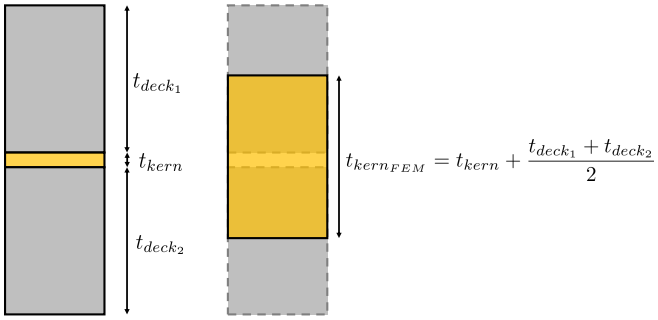

Abbildung 1: FE-Modellierung mit skalierten Kerndicken: Vergleich maßstäblicher Volumen-Volumen-Modelle mit skalierten und Volumen-Schalen-Modellen

und Schubkräften) wohingegen Plattenbeanspruchungen durch Biege-, Torsionsmomente und Querkräfte die Transversalkomponenten hervorrufen.

Somit können den überwiegenden Anteilen entsprechend aktive und passive Maßnahmen zur Reduktion der Schallabstrahlung getroffen werden.

FE-Modellbildung und STI-Implementierung

Aufgrund des hohen Messaufwandes ist wird die STI vorzugsweise mittels FEM ermittelt [5]. Jedoch ist es derzeit nicht möglich die Strukturintensität mit vielen FEM-Programmen direkt zu ermitteln. Im vorliegenden Fall wurde dafür eine Post-Processing-Routine für Abaqus mit der Programmiersprache Python entwickelt. Bei der Ermittlung der STI ist zu unterscheiden, ob ein Volumen- oder Schalenelemente verwendet werden.

Grundsätzlich kann die STI an drei Positionen innerhalb der Elemente berechnet werden: an den Knoten, den Integrationspunkten und am Mittelpunkt. Da Spannungen an den Integrationspunkten und Geschwindigkeiten an den Knoten ermittelt werden, ist wenigstens eine Projektion der Größen erforderlich. Für Volumenmodelle ist die Ermittlung im Mittelpunkt die genaueste wohingegen bei Schalenmodellen die Berechnung an allen Orten im Element valide ist [6]. Um auch den Vergleich unterschiedlicher Materialien innerhalb eines Verbundes zu ermöglichen, werden im Weiteren alle Größen im Mittelpunkt der Elemente ermittelt.

Aufgrund sehr geringer Kerndicken der untersuchten Metall-Kunststoff-Verbunde führen volumenmodelle mit differenzierten Einzelschichten auf sehr viele sehr kleine Elemente oder sehr stark verzerrte Elemente. Beides ist für die Anwendung in großen unregelmäßig geformten Bauteilen mit sehr hohem numerischen Aufwand und teils sehr ungünstigen Eigenschaften der Elemente Verbunden. Daher wird eine gemischte Volumen-Schalen-Modellierung angewendet, bei der die Kernedicke auf die Mittelebene der Deckflächen erweitert wird (Abb. 1) [7]. Die mechanischen Eigenschaften der Kerne werden dabei anhand von Ähnlichkeitsgesetzen angepasst.

$$E_{kern_{FEM}} = E_{kern} \cdot \frac{t_{kern_{FEM}}}{t_{kern}} \tag{4}$$

$$\rho_{kern_{FEM}} = \rho_{kern} \cdot \frac{t_{kern}}{t_{kern_{FEM}}} \tag{5}$$

Die Deckflächen werden ferner mit Schalenelementen direkt auf der Oberfläche der Kern-Volumen-Elemente abgebildet und deren mechanische Eigenschaften nicht verändert. Um sowohl Schalen- als auch Volumenelemente in der selben Größenordnung vergleichen zu können, wird die Formulierung für Schalen um die Dicke erweitert:

$$\boldsymbol{I}_S = -\frac{1}{2} t_{kern} \begin{bmatrix} n_x v_x^\star + n_{xy} v_y^\star + m_x \dot{\phi}_y^\star - m_{xy} \dot{\phi}_x^\star + q_x v_z^\star \\ n_y v_y^\star + n_{xy} v_x^\star - m_y \dot{\phi}_x^\star - m_{xy} \dot{\phi}_y^\star + q_y v_z^\star \end{bmatrix} \tag{6}$$

Berechnungsergebnisse am Kragbalkenmodell

Die gezeigte Modellierung dient vor allem einer maßvollen Modellgröße von komplexen Strukturen bei Gewährleistung einer gegebenenfalls auch nicht-linearen Abbildung der Kerndeformationen in Volumenelementen.

Die Modelle wurden anhand von Kragbalken validiert. Die Ermittlung von Spannungen und Eigenfrequenzen zeigt zunächst eine sehr gute Übereinstimmung der maßstäblichen Volumenmodelle mit den Schalen-Volumenmodellen mit skaliertem Kern.

Die ermittelten Strukturintensitätsverläufe der skalierten Modelle stimmen sowohl im Real- als auch im Imaginärteil sehr gut mit denen der maßstäblichen Volumenmodellen überein (Abb. 4. Quantitativ liegen die Schalen-Volumen-Modelle jedoch ca. 20% niedriger, was in der Belastung normal zu den Deckschichten und den damit verbundenen Belastungen normal zur Mittelebene zu begründen ist.

Anwendungsbeispiel Ölwanne

Als Anwendungsbeispiel der STI-Modellierung wurde eine Kfz-Ölwanne untersucht. Das Modell wurde mit dem skalierten Schalen-Volumen-Ansatz erstellt, am kompletten äußeren Rand eingespannt und mittels einer Punktlast normal zur Oberfläche in der Mitte des Bauteils angeregt. Die Ergebnisse sind beispielhaft in der fünften Eigenform (Abb. 2) dargestellt. Das Ziel war dabei, mit Hilfe der Strukturintensität einen Anhaltspunkt zum Energietransport zwischen den beiden metallischen Deckschichten zu bekommen.

Obwohl der Polymerkern in der Mittelebene nur ca. 10% der Dicke der metallischen Deckschichten und viel gerin-

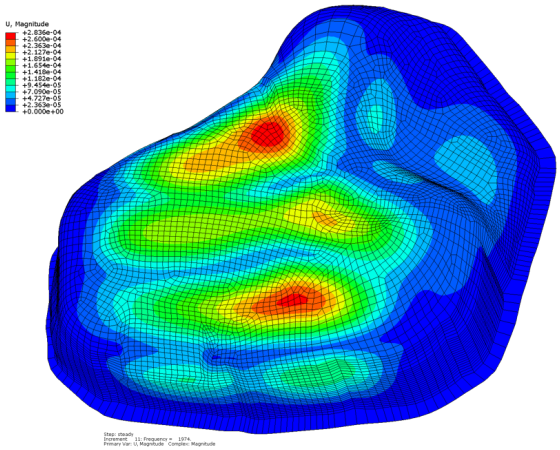

Abbildung 2: Fünfte Eigenform einer Ölwanne aus einem Metall-Kunststoff-Verbund

ge mechanische Eigenschaften aufweist, ist die Strukturintensität nahezu in der selben Größenordnung wie in den Deckschichten. Durch die Nachgiebigkeit der Kerne sind somit einfach lineare Biegetheorien nicht mehr hinreichend genau. Ebenfalls wird die deutlich höhere Dämpfung der Verbunde im Vergleich zu monolithischen Werkstoffen durch die Kerne nachweisbar.

Zusammenfassung

Im diesem Beispiel wurde die Strukturintensität an den Einzelschichten von Metall-Kunststoff-Verbunden materialspezifisch untersucht.

Zunächst wurde eine geometrische Skalierung der Kerne für eine effiziente Modellierung komplexer Geometrien zusammen mit einer Ähnlichkeitsformulierung der Materialparameter angewendet und erfolgreich validiert.

Ferner wurde die Berechnung der Strukturintensität für Schalen modifiziert, um alle Einzelschichten mit gleicher Größenordnung zu ermitteln und so die verwendeten Materialien vergleichend bewerten zu können.

Die Anwendung im Falle einer Ölwannenschwingung zeigt signifikante Energieflüsse im Kern des Verbundwerkstoffs und liefert damit einen weiteren Anhaltspunkt für dessen nicht-lineares Deformationsverhalten und beachtliches Dämpfungsvermögen.

Literatur

[1] Adams, C., J. Bös und T. Melz: *A benchmark case for structural intensity calculations.* In: *DAGA 2017, 43. Jahrestagung für Akustik*, Band Paper ID 000314 der Reihe *Tagungsband*, Seiten 375–378, 2017.

[2] Gavric, L. und G. Pavic: *A Finite Element Method for Computation of Structural Intensity by the Normal Mode Approach.* Journal of Sound and Vibration, 164(1):29 – 43, 1993.

[3] Hering, Thorsten: *Strukturintensitätsanalyse als Werkzeug der Maschinenakustik.* Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2012.

[4] Kuhl, Steffen: *Gezielte Leitung von Körperschall unter Zuhilfenahme der Strukturintensitätsrechnung.* Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2010.

[5] Meudt, P.: *Strukturintensitätsanalyse in der Maschinenakustik.* Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und Maschinenakustik der Technischen Universität Dartmstadt. Shaker, 1998.

[6] Pelaez, Parra: *Vergleich und Bewertung verschiedener numerischer Berechnungsmöglichkeiten der Strukturintensität.* Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2016.

[7] Pieronek, David, Thorsten Böger und Rolf Peter Röttger: *Modelling approach for steel sandwich materials in automotive crash simulations.* In: *ls dyna forum 2012*, 2012.

[8] Stoewer, Torsten: *Berechnung der Strukturintensität von Fahrzeugstrukturen.* Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2016.

[9] Stoewer, Torsten, Johannes Ebert und Tobias Melz: *Opportunities and Limitations of Structural Intensity Calculation Regarding Uncertainties in the NVH Design of Complex Vehicle Body Structures.* Applied Mechanics and Materials, 807:78–86, 11 2015.

[10] Stohrer, Martin, Ekbert Hering und Rolf Martin: *Physik für Ingenieure.* Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 2012.

[11] Tanaka, N., S.D. Snyder und C.H. Hansen: *Vorticity characteristics of the vibrational intensity field in an actively controlled thin plate.* Journal of the Acoustical Society of America, 99(2):942–953, 1996.

[12] Wong, W.O., X.Q. Wang und L. Cheng: *Modal power flow analysis of a damaged plate.* Journal of Sound and Vibration, 320(1-2):84–100, 2009.

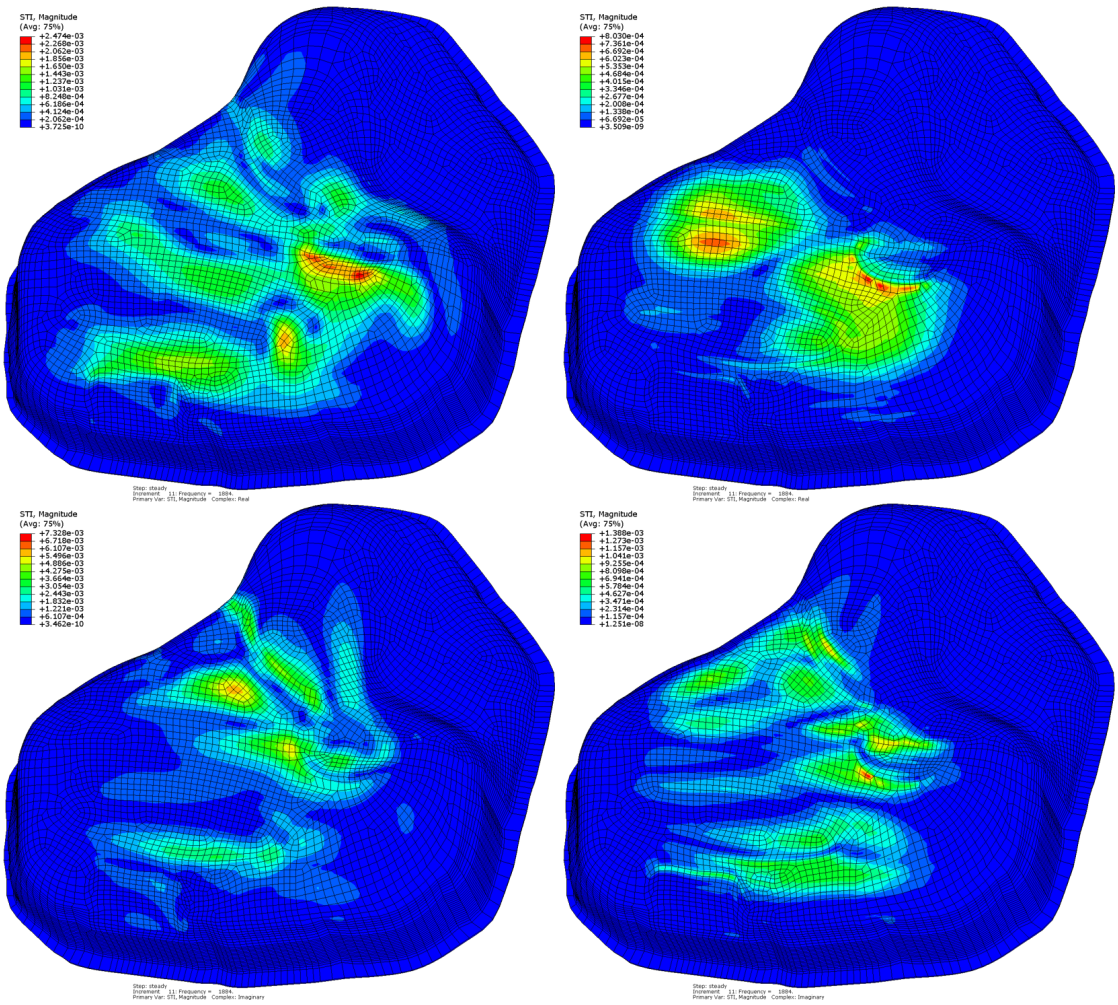

Abbildung 3: Strukturintensität in der fünften Eigenfrequenz einer Ölwanne aus einem Metall-Kunststoff-Verbund $\Re(I_S)$ (oben), $\Im(I_S)$ (unten); metallische Deckflächen (links) und schubweicher Polymerkern (rechts)

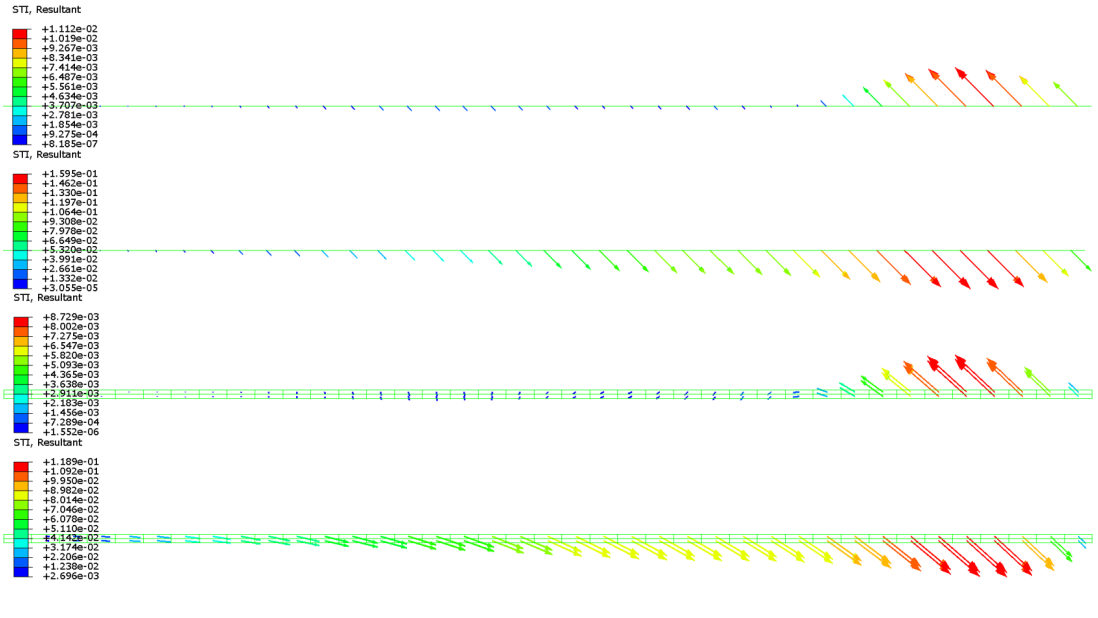

Abbildung 4: Strukturintensität im Polymerkern eines Kragbalkens aus einem Metall-Kunststoff-Verbund: maßstäblichen Volumenmodell $\Re(I_S)$, $\Im(I_S)$, dickenskaliertes Volumenmodell $\Re(I_S)$, $\Im(I_S)$ (von oben nach unten)