

# Bestimmung des dynamischen Übertragungsverhaltens von Elastomerlagern im Frequenzbereich von bis 2 kHz bis 10 kHz

Jan Troge<sup>1,2</sup>, Welf-Guntram Drossel<sup>1</sup>, Martin Burkhardt<sup>1</sup>, Eric Hensel<sup>1</sup> und Marco Gnauck<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Fraunhofer-Institut für Werkzeugmaschinen und Umformtechnik IWU, Dresden

<sup>2</sup>Email: jan.troge@iwu.fraunhofer.de

## Einleitung

Die Entwicklungen in der Automobilindustrie sind aktuell geprägt von einer voranschreitende Ablösung klassischer Verbrennungsmotoren durch alternative Antriebe, wie z. B. Elektroantriebe. Für die Fahrzeuginsassen ändert sich damit auch die akustische Wahrnehmung des Fahrgeräuschs. Durch die fehlende akustische Maskierung des Verbrennungsmotors treten Geräusche in den Vordergrund, die bisher nicht wahrgenommen werden konnten oder nicht vorhanden waren. So treten bei elektrischen Fahrtrieben Schallanteile im hohen Frequenzbereich bis ca. 10 kHz oder höher auf, die oft eine große Tonalität besitzen und daher selbst bei geringen Schalldruckpegeln sehr gut wahrnehmbar sind.

Ein wichtiges Übertragungsglied in der Kette von der Anregung durch den Elektroantrieb bis hin zur Schallwahrnehmung im Fahrzeuginnenraum ist die Aggregatelaagerung. Um eine Optimierung der Übertragungskette oder eine Geräuschprognose des Fahrgeräuschs im Innenraum durchführen zu können, müssen die dynamischen Übertragungseigenschaften eines Lagers bei statischer Vorlast möglichst bis zu hohen Frequenzen (10 kHz) bekannt sein. Für die Bestimmung der Lagerübertragungseigenschaften (z. B. Eingangs- und Übertragungssteifigkeiten) werden aktuell spezielle Lagerprüfstände genutzt, die aber nur bis max. 4 kHz verlässliche Ergebnisse liefern (vgl. [1]). Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der Entwicklung eines Prüfaufbaus, der eine Bestimmung der dynamischen Übertragungseigenschaften von Elastomerlagern unter statischer Vorlast in einem Frequenzbereich von 2 kHz bis 10 kHz ermöglicht.

## Stand der Technik

Die messtechnische Ermittlung der dynamischen Übertragungseigenschaften von Aggregatelagern in einer Anregungsrichtung basiert auf einem Ersatzmodell, welches das Lager als lineares, zeitinvariantes und passives System (LTI-System) mit einem Eingang und einem Ausgang abbildet. Als Ein- und Ausgangsgrößen werden jeweils eine Kraft- sowie eine Verschiebungsgröße definiert. Das Lager kann somit als mechanischer Vierpol dargestellt werden, auf den sich die Analogiebeziehungen zwischen Mechanik und Elektrotechnik anwenden lassen. Jeweils zwei der mechanischen Größen  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $x_1$  und  $x_2$  lassen sich als Funktion der beiden anderen darstellen. Das Unterstreichen der physikalischen Größen ( $\underline{x}$ ) kennzeichnet, dass es sich um komplexe Größen handelt, welche eine Funktion der Frequenz  $f$  darstellen [2, 3]. Alle Vierpol-Darstellungsformen sind äquivalent und lassen sich inein-

ander umrechnen. Folgende Kraft-Verformungs-Beziehung ist für die Beschreibung der dynamisch-mechanischen Eigenschaften eines Aggregatelagers von Interesse:

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

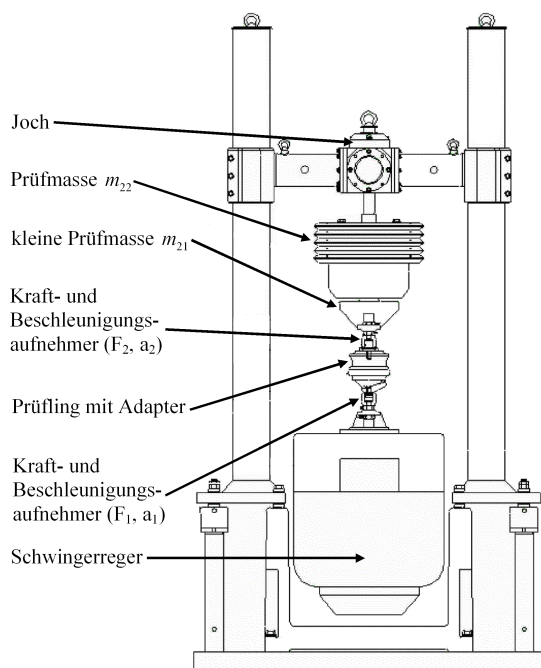
wobei  $\mathbf{C}$  die dynamische Steifigkeitsmatrix des Lagers darstellt. Dabei sind Elemente der Hauptdiagonalen  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  die dynamische Eingangs- und Ausgangssteifigkeit des Systems. Die Nebendiagonalelemente  $c_{12}$  und  $c_{21}$  werden als Übertragungssteifigkeiten bezeichnet und sind bei linearen Übertragungssystemen gleich.

Die einzelnen Steifigkeiten lassen sich mit Hilfe der Vierpoltheorie und unter Anwendung definierter Randbedingungen wie folgt bestimmen:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \left. \frac{F_1}{x_1} \right|_{x_2=0} & c_{12} &= \left. \frac{F_1}{x_2} \right|_{x_1=0} \\ c_{21} &= \left. \frac{F_2}{x_1} \right|_{x_2=0} & c_{22} &= \left. \frac{F_2}{x_2} \right|_{x_1=0} \end{aligned} \quad (2)$$

Bei der messtechnischen Ermittlung der Größen muss eine Lagerrandbedingung analog zu einer Blockierkraftmessung im gesamten betrachteten Frequenzbereich sichergestellt werden (vgl. [3, 4]). Die Eingangssteifigkeit  $c_{11}$  kann aus Kraft und Weg am Eingang des Systems ermittelt werden, wenn eine ausgangsseitige Bewegung durch eine starre Ankopplung verhindert wird ( $x_2 = 0$ ). Analog dazu erfolgt die Bestimmung der Ausgangssteifigkeit  $c_{22}$  aus Kraft und Weg am Ausgang unter einer fixierten Randbedingung am Eingang ( $x_1 = 0$ ). Die Übertragungssteifigkeiten  $c_{12} = c_{21}$  ergeben sich entsprechend Gleichung 2 aus den wirkenden Kräften am festgestellten Eingang oder Ausgang bei Anregung an der gegenüberliegenden Seite.

Diese beschriebenen Randbedingungen sind in konventionellen Lagerprüfständen realisiert [5, 6]. In Abbildung 1 ist ein Beispiel für den Aufbau eines solchen Lagerprüfstandes dargestellt. Der Prüfaufbau besteht aus einem elektrodynamischen Schwingererregter, der in einem geschlossenen Lastrahmen angeordnet ist und für eine tieffrequente Weganregung (im Bereich des Motorstuckerns von ca. 2 Hz bis 20 Hz) den nötigen Hub zur Verfügung stellen kann. Die statische Vorlast (z. B. eines Motors) wird über Massen oder eine verfahrbare Traverse auf das Lager in vertikaler Richtung aufgebracht. Der Shaker stützt die Vorlast elektrisch ab und bringt die notwendige Gegenkraft auf. Die bei der einseitig dynamischen Anregung des



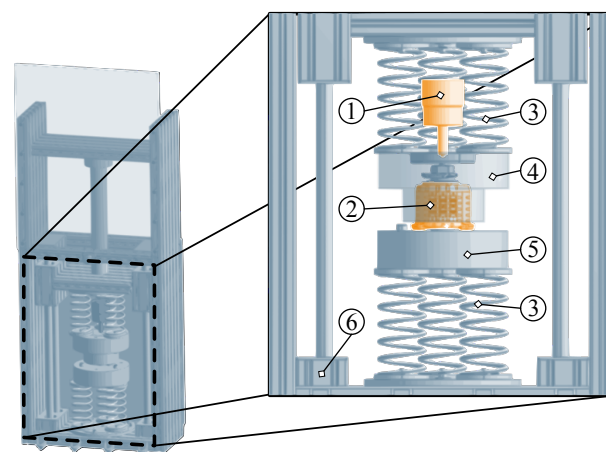
**Abbildung 1:** Beispiel für den Aufbau eines konventionellen Lagerprüfstandes nach [7].

Bauteils entstehenden Kräfte werden auf der gegenüberliegenden Bauteilseite am Lastrahmen abgestützt. Über eine Beschleunigungsmessung am Eingang des Bauteils und der Reaktionskraftmessung am Ausgang kann eine Übertragungssteifigkeit des Aggregatelagers in Hochrichtung ermittelt werden. In einigen Aufbauten kann durch zusätzliche dynamische Schwingerreger eine Anregung in Querrichtung eingebracht werden.

Grundsätzlich muss dafür gesorgt werden, dass die erforderliche Blockierkraft-Randbedingung im gesamten betrachteten Frequenzbereich eingehalten wird. Bei tiefen Frequenzen kann dies durch eine sehr steife Lastrahmenstruktur realisiert werden. Bei höheren Frequenzen ist es allerdings praktisch kaum möglich, diese Randbedingung einzuhalten, da Eigenfrequenzen der Prüfstandstruktur nicht zu vermeiden sind. Für diesen Frequenzbereich gibt es bereits mehrere Konzepte, die eine Entkopplung von der Prüfumgebung und von den dynamischen Prüfstandeigenschaften über eine elastisch gelagerte (seismische) Masse sicherstellen. Die sich dann je nach Prüfaufbau ergebende obere Frequenzgrenze von ca. 2 kHz bis 4 kHz wird durch Eigenfrequenzen der Prüfadapter und der seismischen Masse selbst bestimmt. Ab einer bestimmten Frequenz wirken diese nicht mehr als reine Punktmassen und bilden Eigenfrequenzen aus. Eine Optimierung dieses Aufbaus zur Erweiterung zu hohen Frequenzen hin ist technisch schwer realisierbar. Deshalb wurde eine komplett neuer Prüfaufbau entwickelt, der auf einer anderen Lagerrandbedingung basiert und deshalb einen höheren Frequenzbereich abdecken kann, was in den folgenden Abschnitten näher beschrieben wird.

## Erfassung des Übertragungsverhaltens im höheren Frequenzbereich

Die im vorhergehenden Abschnitt beschriebene Erfassung der Parameter des mechanischen Vierpols basiert auf



**Abbildung 2:** Versuchs Aufbau zur Bestimmung des Lagerübertragungsverhaltens im höheren Frequenzbereich.

der Annahme einer Blockierkraft-Randbedingung am Ein- bzw. Ausgang des Systems ( $x_1 = 0$  bzw.  $x_2 = 0$ ), welche als idealisierte Randbedingung angesehen werden kann. Eine zweite Form idealisierter Randbedingungen stellen freie Schnellen (bzw. Verschiebungen) dar. In Analogie zum Steifigkeitsvierpol (vgl. Gleichung 1) kann der mechanische Vierpol auch unter Verwendung von dynamischen Nachgiebigkeiten aufgestellt werden:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \cdot \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

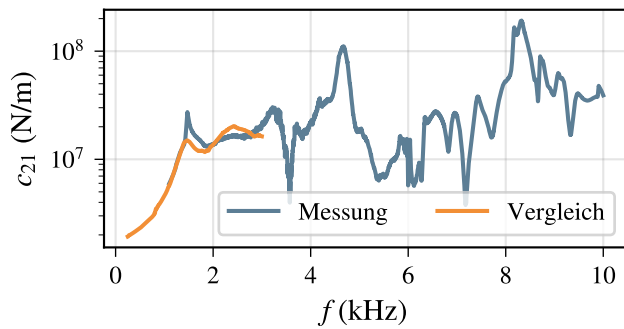
Die Bestimmung der einzelnen Matrixelemente erfolgt analog zur Bestimmung der dynamischen Steifigkeiten (Gleichung 2). Die Berechnung der Vierpolparameter in Nachgiebigkeitsform verdeutlicht den Unterschied zur Herangehensweise, welche im vorhergehenden Abschnitt beschrieben wurde.

Auch in dieser Form der Darstellung müssen bei der experimentellen Bestimmung der Vierpolparameter die Abschlussrandbedingungen (freie Schnelle) eingehalten werden. Der Vorteil dieser Herangehensweise liegt darin, dass keine Blockierkraft-Randbedingung am Systemeingang bzw. -ausgang vorliegen muss, was für den zu betrachtenden Frequenzbereich  $f > 4$  kHz sehr schwer realisierbar ist.

Die Umrechnung des nach Gleichung 3 bestimmten Vierpols in Nachgiebigkeitsform kann durch die Matrixinversion  $\underline{\mathbf{C}} = \underline{\mathbf{H}}^{-1}$  in die zugehörige Steifigkeitsform umgerechnet werden.

## Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 dargestellt. Er besteht aus einem Lastrahmen (6), mit einer hydraulisch verfahrbaren Traverse, um die Vorlast auf das Lager aufzubringen. Die Realisierung der freien Schnelle-Randbedingung am Systemausgang erfolgt über zylindrische Schraubendruckfedern (3), auf welche später detaillierter eingegangen wird. Die Federn müssen die statische Vorlast von 0 kg bis 300 kg aufnehmen können. Des Weiteren übernehmen sie die Aufgabe der überkritischen Entkopplung des Lagers von der Rahmenstruktur, um Einflüsse von dynamischen Struktureigenschaften auf die



**Abbildung 3:** Amplitudenfrequenzgang der Transfersteifigkeit  $c_{21}$  bis 10 kHz und Vergleich mit Referenzmessung eines konventionellen Lagerprüfstandes.

Messergebnisse ausschließen zu können. Innerhalb der beiden Federpakete befindet sich die Prüfkonstruktion bestehend aus einem piezoelektrischen Stapelaktor ①, dem zu untersuchenden Elastomerlager ② sowie zweier Anbauteile ④ und ⑤ zur Befestigung des Lagers im Prüfstand.

Die dargestellten Komponenten ④ und ⑤ wurden im Vorfeld so ausgelegt, dass diese eine möglichst geringe Anzahl an Eigenfrequenzen bis 10 kHz aufweisen, um die Einflüsse der Strukturen auf das Messergebnis zu minimieren. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist angelehnt an die Norm DIN EN ISO 10846, wobei an dieser Stelle nicht näher auf die vorliegenden Unterschiede eingegangen werden kann.

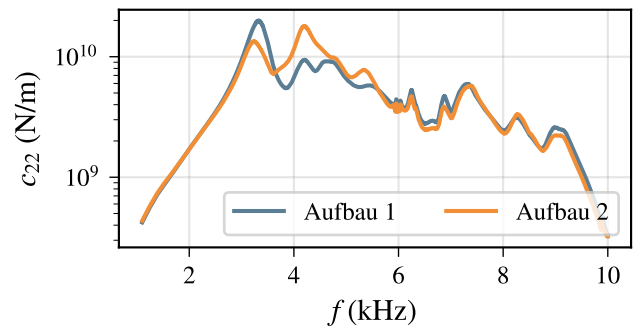
Die Bestimmung der Vierpolparameter (Gleichung 3) basiert im einfachsten Fall (System mit einem Freiheitsgrad) auf zwei Messungen, die sich aus den entsprechenden Randbedingungen bzw. Berechnungsvorschriften zur Bestimmung der Vierpolparameter ableiten lassen. Die erste Messung kann, wie in Abbildung 2 dargestellt, durchgeführt werden. Zur Erfassung des zweiten Satzes an Messdaten wird der piezoelektrische Stapelaktor ① vom Systemeingang am Bauteil ④ gelöst und am Systemausgang an der Komponente ⑤ angebracht, wobei für beide Konstellationen die Beschleunigungen am Systemeingang und -ausgang sowie die eingeleitete Kraft gemessen werden. Auf Basis der gewonnenen Messgrößen lässt sich der Steifigkeitsvierpol mit den oben genannten Gleichungen ermitteln.

Im vorliegenden Beitrag wird zunächst nur auf die Erfassung des axialen Lagervierpols eingegangen. Die Erweiterung auf mehrere Freiheitsgrade ist mathematisch ohne Weiteres möglich. Die messtechnische Umsetzung - insbesondere im Bereich bis 10 kHz - ist Gegenstand aktueller Untersuchungen.

## Messergebnisse

### Lagerübertragungsfunktionen

Zunächst erfolgt die Darstellung der exemplarisch ausgewählten Transfersteifigkeit  $c_{21}$  eines Fahrschemellagers einer Pkw-Hinterachse unter statischer Vorlast. In Abbildung 3 ist der Amplitudenfrequenzgang der Transfersteifigkeit  $c_{21}$  veranschaulicht. Neben der Transfersteifigkeit, welche auf Basis des in Abbildung 2 dargestellten Versuchsaufbaus erzielt wurde, ist eine zusätzliche Stei-



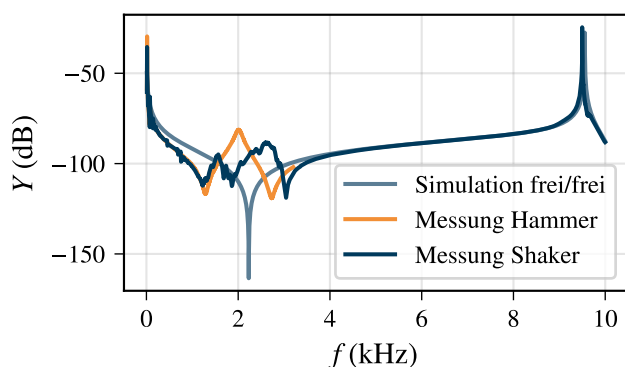
**Abbildung 4:** Vergleich der Ausgangssteifigkeiten für normalen und gedrehten Aufbau.

figkeit im Diagramm eingezeichnet, die die Messergebnisse eines konventionellen Lagerprüfstandes repräsentiert (unter Verwendung von Blockierkraft-Randbedingungen). Es zeigt sich, dass die beiden Verläufe im Bereich von 1 kHz bis 3 kHz sehr gut übereinstimmen. Auf die Bewertung der Ergebnisse ab ca. 3 kHz wird im Folgenden näher eingegangen.

### Einflussanalyse

Im ersten Schritt wird der Einfluss der Positionierung des Prüflings innerhalb der beiden Federpakete betrachtet. Dazu wird der Steifigkeitsvierpol zusätzlich für einen gedrehten Aufbau ermittelt, für den das Lager inklusive der Anbauteile (vgl. Abbildung 2, Komponente ①, ②, ④ und ⑤) gedreht werden. Unter idealen Randbedingungen und ohne Einfluss der Hilfskomponenten ist zu erwarten, dass sich die dynamischen Steifigkeiten beider Varianten nicht unterscheiden. Der zugehörige Vergleich ist in Abbildung 4 dargestellt. Die Gegenüberstellung verdeutlicht eine gute Reproduzierbarkeit im Frequenzbereich bis 3 kHz und ab 5 kHz. Im Frequenzbereich um 4 kHz sind jedoch teils signifikante Abweichungen beider Steifigkeitsverläufe festzustellen. Unter Einbeziehung der Ergebnisse aus dem vorhergehenden Abschnitt (vgl. Abbildung 3) lässt sich somit ein kritischer Frequenzbereich identifizieren, in welchem die geforderten frei/frei-Randbedingungen anscheinend nicht gültig sind. Zunächst wird davon ausgegangen, dass die Anbauteile in diesem Frequenzbereich keinen Einfluss auf die Messergebnisse besitzen, da deren Eigenfrequenzen deutlich höher sind. Es wird daher im Folgenden detaillierter auf die eingesetzten Schraubendruckfedern eingegangen.

Die Bewertung des Einflusses der Federn erfolgt an einem vereinfachten System. Da das dynamische Übertragungsverhalten des zu untersuchenden Elastomerlagers im höheren Frequenzbereich nicht bekannt ist, wird für die folgende Betrachtung der Versuchsaufbau um das Lager ② sowie die Komponente ④ reduziert. Somit besteht das verbleibende System lediglich aus dem Anbauteil ⑤, welches sich über die sechs Federn (vgl. Abbildung 2) am Rahmen abstützt. Die Berechnung des dynamischen Verhaltens des verbleibenden Systems erfolgt unter Verwendung der frequenzbasierten Substrukturierung (vgl. [8]) auf Basis der Admittanzmatrizen, ermittelt unter frei/frei-Randbedingungen und bestehend aus Punkt- und Transferadmittanzen der Substrukturen (Anbauteil ⑤).



**Abbildung 5:** Vergleich der Eingangsadmittanzen im Bereich der Shakerankopplung (dB-Referenz:  $Y_0 = 1 \text{ m}/(\text{sN})$ ).

und Federn ③). In erster Näherung wird lediglich der axiale Freiheitsgrad berücksichtigt. Die Admittanzmatrix des Anbauteils wird aufgrund der einfachen Struktur numerisch unter Verwendung eines Finite-Elemente-Modells berechnet, wohingegen die Bestimmung der Admittanzmatrix der Stahlfedern experimentell erfolgt, da die simulative Abbildung der ummantelten Gewinde, welche für den vorliegenden Aufbau genutzt werden, nicht ohne weiteres realisierbar ist. Die Messung der Stahlfedern wird für zwei unterschiedliche Anregungsarten durchgeführt. Zum einen werden die Messdaten mittels Impulshammeranregung erfasst. Dies hat den Vorteil, dass die Struktur durch die Ankopplung eines Shakers nicht verändert wird. Der Nachteil der Systemanregung mittels Impulshammer liegt im begrenzten Frequenzbereich, in dem ausreichend Energie eingeleitet werden kann. Im vorliegenden Fall werden die Daten der Impulshammermessung bis 3,2 kHz genutzt. Zur Abdeckung des Frequenzbereiches bis 10 kHz wird das System mittels Shaker angeregt. Abbildung 5 zeigt den Vergleich der Eingangsadmittanzen im Bereich der Shakerankopplung. Dargestellt ist zum einen die Eingangsadmittanz des unter frei/frei-Randbedingungen simulierten Anbauteils ⑤. Weiterhin sind die berechneten Eingangsadmittanzen des gekoppelten Gesamtsystems (Anbauteil und Federn) mit den oben beschriebenen Messdaten der Federn zu sehen. Zunächst ist erkennbar, dass für  $f > 4 \text{ kHz}$  die dargestellten Admittanzen keine signifikanten Unterschiede aufweisen, wonach in diesem Frequenzbereich davon ausgegangen werden kann, dass die geforderten frei/frei-Randbedingungen eingehalten werden. Im Bereich bis 4 kHz ist jedoch eine Beeinflussung der Eingangsadmittanz durch die Federn festzustellen, sodass die Annahme der idealisierten Randbedingungen nicht gewährleistet werden kann. Neben der Unterschiede im Vergleich zur simulierten Eingangsadmittanz des Anbauteils sind weiterhin Abweichungen zwischen Hammer- und Shakermessungen erkennbar. Es ist davon auszugehen, dass die dargestellten Unterschiede auf die Shakerankopplung und damit auf die Verstimmung des Systems zurückzuführen sind. Bei der messtechnischen Bestimmung des Lagerübertragungsverhaltens sind die aufgezeigten Einflüsse zu berücksichtigen und auf Basis geeigneter Methoden (bspw. Entkopplung der Subsysteme) die ermittelten Frequenzgänge zu korrigieren.

## Zusammenfassung

Im Rahmen des Beitrags wird die messtechnische Bestimmung von Lagerübertragungsfunktionen unter statischer Vorlast im Frequenzbereich 2 kHz bis 10 kHz dargestellt. Die Ergebnisse zeigen im Überlappungsbereich mit der konventionellen Lagerprüfung (bis ca. 3 kHz) eine sehr gute Übereinstimmung. Es hat sich aber auch gezeigt, dass die messdatenbasierte Berechnung der Lagersteifigkeiten nicht ohne weiteres im gesamten Frequenzbereich bis 10 kHz durchführbar ist. Abweichungen bei höheren Frequenzen sind darauf zurückzuführen, dass die Annahme konzentrierter, idealisierter Bauelemente für die Prüfstandkomponenten nicht mehr zulässig ist, was in der Berechnung berücksichtigt werden muss.

Zukünftige Untersuchungen beinhalten in erster Linie die Korrektur der erfassten Messdaten um die dynamischen Einflüsse der zugehörigen Anbauteile. Weiterhin ist die Erweiterung des hier dargestellten Systems mit einem Freiheitsgrad auf mehrere Freiheitsgrade Ziel weiterer Forschungsarbeiten.

## Danksagung

Die dargestellten Inhalte sind Bestandteil des Projektes „Innengeräusch Hybrid Antriebsstrang“, finanziell gefördert durch die Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V. (FVV).

## Literatur

- [1] Martner, O. et al.: Dynamische Steifigkeit von Lager-elementen bis 4 kHz. 10. Tagungsband Magdeburger Symposium Motor- und Aggregate-Akustik (2018), 75-87
- [2] David, E. et al.: Methode zur Ermittlung der Übertragungsteifigkeit von Gummimetallteilen im akustischen Frequenzbereich. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift **89**(6) (1987), 315-317
- [3] Sell, H.: Charakterisierung des dynamischen Verhaltens von elastischen Bauteilen im Einbauzustand. Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, 2004
- [4] Burkhardt, M. et al.: Körperschallanregung infolge tangentialer Luftspaltkräfte bei elektrischen Nebenaggregaten. Lärmbekämpfung **12**(4) (2017), 135-139
- [5] Hoffmann, R. und Klie, W.: Hochfrequenzprüfstand für Aggregatelager in der Fahrzeugakustik. VFI in Wissenschaft und Industrie VFI 1/2010 (2010), 22-26
- [6] Helber, R. und Doncker, F.: Methode zur Ermittlung der komplexen Steifigkeit von Gummimetallteilen im Frequenzbereich von 3 Hz bis 2 kHz. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift **91**(7/8) (1989), 397-399
- [7] Troge, J. et al.: Acoustical simulation and evaluation of load-dependent hydraulic engine mounts using two-port descriptions. Noise Control Engineering Journal **62**(6) (2014), 396-410
- [8] Klerk, D. d. et al.: General Framework for Dynamic Substructuring: History, Review and Classification of Techniques. AIAA journal, **46**(5) (2008), 1169-1181