Bestimmung des winkelabhängigen Absorptionsgrades mit einem Mikrofonarray-Verfahren

Artur Paszkiewicz, Gert Herold, Ennes Sarradj
TU Berlin, Fachgebiet Technische Akustik, 10587 Berlin, Deutschland, Email: artur.pa@mail.tu-berlin.de

Einleitung

Die Verwendung von winkelabhängigen Materialparametern, wie zum Beispiel den Absorptionsgrad, als Randbedingung in Raumsimulationsalgorithmen ist zur exakten Berechnung des Schallfeldes in Räumen erforderlich. Die Verfügbarkeit von solchen Materialienparametern ist gering, da standardisierte Messverfahren die Bestimmung von Absorptionsgraden im Diffusfeld nach ISO 354:2003 [2] oder für senkrechten Schalleinfall [1] im Impedanzrohr vorgeben. Auch ist bei diesen Verfahren eine realitätsnahe Bestimmung des Materialverhaltens nicht möglich, da diese Verfahren Laborbedingungen voraussetzen.

Bereits im Jahre 1995 hat Mommertz [5] ein In-situ-Verfahren zur Bestimmung des winkelabhängigen Reflexionsfaktors vorgestellt. Anhand einer zeitlichen Separation von direktem und reflektiertem Schallanteil eines Impulses kann der Reflexionsfaktor mittels Quotientenbildung berechnet werden. Hierfür wird eine vorherige Messung des Direktschalls im Freifeld benötigt, sodass durch Messungen an zwei verschiedenen Standorten Fehler entstehen. In dieser Arbeit wird ein Verfahren zur In-situ-Messung des winkelabhängigen Absorptionsgrades mit einem Mikronfonarray vorgestellt und simulativ sowie experimentell validiert.

Theorie

Das präsentierte Mikrofonarray-Verfahren basiert auf einem *Beamforming*-Algorithmus nach Sun et al. [8], der das einfallende und reflektierte Signal auf Grundlage eines Optimierungsproblems bestimmt. Aus dem Verhältnis dieser wird der Reflexionsfaktor berechnet. Zur Erfassung des Schalleinfallswinkels, wird das *Conventional Frequency Domain Beamforming (CFDBF)* Verfahren [4] verwendet.

Bestimmung des Absorptionsgrades

Unter der Annahme von einfallenden und reflektierten ebenen Wellen, empfängt das lineare Mikrofonarray in Abbildung 1 mit insgesamt M Mikrofonen, welches über einer Materialprobe platziert ist, ein einfallendes s_i und reflektiertes Signal s_r aus einem Winkel θ. Die Übertragungsfunktion H_m zwischen gemessenem Druck am Referenzmikrofon 0 und Mikrofon m für einen bekannten Schalleinfallswinkel θ im Frequenzbereich ergibt sich mit Gleichung (1) aus den Phasenunterschieden zwischen den jeweiligen Mikrofonen. Hierbei ist x_m der Abstand zwischen Mikrofon m und der Materialprobe, j die imaginäre Einheit und n_m ein additives weißes gaußsches Rauschen am Mikrofon m.

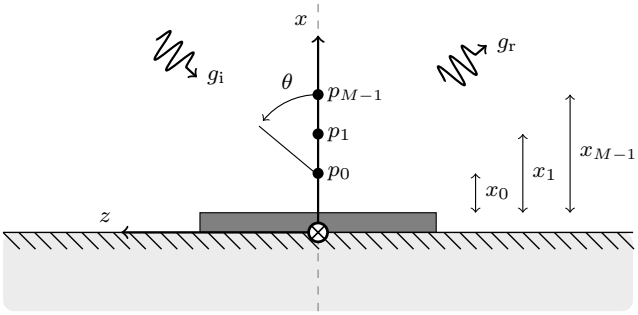

Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Mikrofonarray-Verfahrens zur Bestimmung des winkelabhängigen Absorptionsgrades.

$$\begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \\ \vdots \\ H_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-jk(x_1-x_0)\cos\theta} & e^{jk(x_1-x_0)\cos\theta} \\ \vdots & \vdots \\ e^{-jk(x_M-x_0)\cos\theta} & e^{jk(x_M-x_0)\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\mathrm{i} \\ s_\mathrm{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{n_0}{p_0} \\ \frac{n_1}{p_0} \\ \vdots \\ \frac{n_{M-1}}{p_0} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Für Gleichung (1) als Matrixprodukt gilt

$$\mathbf{H} = [\mathbf{g}_\mathrm{i} \;\; \mathbf{g}_\mathrm{r}]\,\mathbf{s} + \frac{1}{p_0}\mathbf{n}. \tag{2}$$

Das gesuchte einfallende Schallsignal s_i wird durch das in Gleichung (3) dargestellte Optimierungsproblem bestimmt, indem der Signaltrennungsvektor $\mathbf{q}_\mathrm{i}$ ermittelt wird [8]. Hierfür werden gemäß Kang and Hwang [3] die Eigenvektoren einer Singulärwertzerlegung verwendet.

$$\begin{gathered} \max |\mathbf{q}_\mathrm{i} \cdot \mathbf{g}_\mathrm{i}| \\ \text{under der Bedingung, dass gilt} \\ \|\mathbf{g}_\mathrm{i}\| = 1, \\ \mathbf{q}_\mathrm{i} \cdot \mathbf{g}_\mathrm{r} = 0 \end{gathered} \tag{3}$$

Für den Signaltrennungsvektor $\mathbf{q}_\mathrm{i}$ gilt nach Sun et al. [8]

$$\mathbf{q}_\mathrm{i} = \frac{\sum_{k=2}^{M} (\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{g}_\mathrm{i})\,\mathbf{e}_k}{\left\| \sum_{k=2}^{M} (\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{g}_\mathrm{i})\,\mathbf{e}_k \right\|}. \tag{4}$$

Hierbei werden die k-ten Eigenvektoren der Matrix $\mathbf{g}_\mathrm{r}\mathbf{g}_\mathrm{r}^\mathrm{H}$, die zugehörig zu einem Eigenwert gleich null sind, verwendet. Das einfallende Signal s_i kann somit aus den

Übertragungsfunktionen $\mathbf{H}$ aus Gleichung (2) und dem Signaltrennungsvektor $\mathbf{q}_\mathrm{i}$ berechnet werden. Es gilt

$$s_\mathrm{i} = \frac{\mathbf{q}_\mathrm{i} \cdot \mathbf{H}}{\mathbf{q}_\mathrm{i} \cdot \mathbf{g}_\mathrm{i}}. \tag{5}$$

In Analogie zu dem Vorgehen in Gleichung (4) und (5) kann das gesuchte Signal für den reflektierten Anteil s_r durch die Ermittelung des Signaltrennungsvektors $\mathbf{q}_\mathrm{r}$ bestimmt werden. Hierfür wird das Optimierungsproblem in Gleichung (3) umformuliert, indem der *Steeringvektor* g_i für die einfallende ebene Welle mit den *Steeringvektor* g_r für die reflektierte Welle ersetzt wird. Mit dem Verhältnis aus reflektiertem und einfallendem Signal wird der komplexe Reflexionsfaktor

$$R\left(\theta\right) = \frac{s_\mathrm{r}}{s_\mathrm{i}} e^{-\mathrm{j}k2x_0 \cos\theta} \tag{6}$$

bestimmt und der Absorptionsgrad ergibt sich aus

$$\alpha\left(\theta\right) = 1 - \left|R\left(\theta\right)\right|^2. \tag{7}$$

Bestimmung des Schalleinfallswinkel
Zur präzisen Bestimmung des Schalleinfallswinkel θ wird der konventionelle *Beamforming*-Algorithmus *CFDBF* verwendet. Der quadrierte Schalldruck einer Schallquelle bei einem Einfallswinkel θ ergibt sich zu

$$B\left(\theta\right) = \mathbf{g}_\mathrm{i}^H\left(\theta\right) \mathbf{C} \mathbf{g}_\mathrm{i}\left(\theta\right), \tag{8}$$

wobei C die Kreuzspektralmatrix und $\mathbf{g}_\mathrm{i}$ der *Steeringvektor* ist. In dieser Arbeit ist die Formulierung des *Steeringvektors* durch die Annahme der ebenen Welle gegeben und entspricht dem Vektor $\mathbf{g}_\mathrm{i}$ aus Gleichung (2). Für den *Steeringvektor* existieren nach Sarradj [6] verschiedene Formulierungen, die abhängig von den Eigenschaften der Schallquelle, ihren Standort und den Umgebungsbedingungen sind.

Messaufbau

Zur Validierung des in dieser Arbeit vorgestellten Mikrofonarray-Verfahrens wird zunächst eine Simulation und im Anschluss eine Messung im reflexionsfreien Raum durchgeführt. Für die Simulation wird das Spiegelschallquellenmodel verwendet. Ein Schallfeld über einem Absorber wird mit *Acoular* [7] simuliert, indem zwei Schallquellen mit unterschiedlicher Energie, aber gleichem weißem Rauschen in gespiegelter Position zum Mikrofonarray generiert werden. Hierbei wird ein über den Frequenzbereich konstanter Absorptionsgrad von $\alpha = 0{,}8$ als Eingangsparameter verwendet.

Für die experimentelle Validierung wird das in Abbildung 2 dargestellte lineare Mikrofonarray mit insgesamt 32 Mikrofonen in einem Abstand von $x_m = 0{,}01\,\mathrm{m}$ zueinander und $x_0 = 0{,}01\,\mathrm{m}$ zur Materialprobe vom Typ *Basotect* verwendet. Die Materialprobe hat eine Größe von 2,00 m x 1,25 m und die Dicke beträgt 0,05 m. Als Schallquelle wird ein Bluetooth-Lautsprecher mit einem Membrandurchmesser von 0,07 m und weißem Rauschen als Anregungssignal verwendet. Der Lautsprecher wird zwischen einem Einfallswinkel von $\theta = 0\,^\circ$ und $90\,^\circ$ platziert. Dabei wird ein Abstand von 2,00 m zum Mikrofonarray eingehalten, um annähernd von ebenen Wellen an den Mikrofonen ausgehen zu können. Die Messung wird mit einer Messzeit von 60 s bei einer Abtastrate von 51 200 Hz durchgeführt. Die Bestimmung der Übertragungsfunktionen H_m zwischen den jeweiligen Mikrofonen erfolgt mit einer *FFT*-Blockgröße von 16 384 und einem *Hanning*-Fenster.

Zur Bestimmung des Schalleinfallwinkels mit dem oben beschriebenen Verfahren wird eine *Beamforming*-Karte unter Verwendung von *Acoular* [7] erstellt.

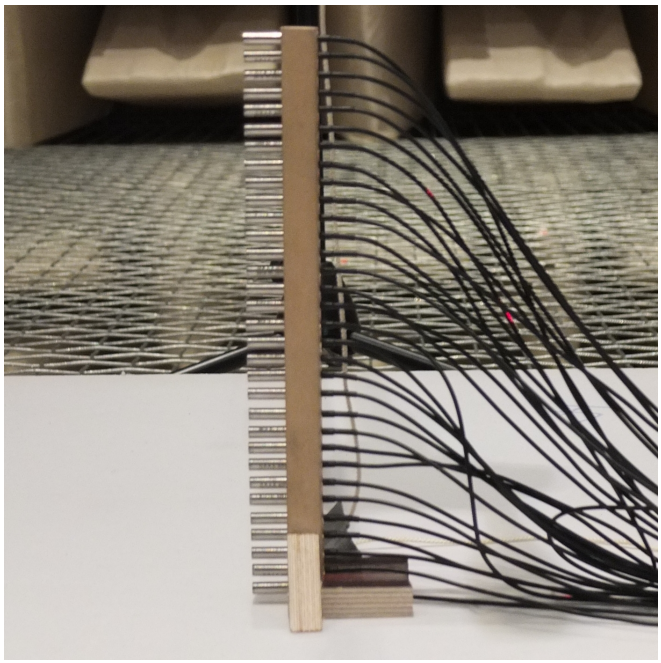

Abbildung 2: Lineares Mikrofonarray mit insgesamt 32 Mikrofonen über einem porösen Absorber im reflexionsfreien Raum.

Ergebnisse

Die Ergebnisse der Simulation und der Messung zur Bestimmung des Schalleinfallwinkels für eine Lautsprecherpostition von $0\,^\circ$ sind in Abbildung 3 und 5 dargestellt. Die Auswertung wurde mit dem *CFDBF*-Beamformer und 32 Mikrofonen durchgeführt. Das Ergebnis ist relativ zum Maximum im jeweiligen Frequenzband angegeben, um den Einfluss der Schallquelle zu minimieren. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Maximum im Bereich des $0\,^\circ$ Schalleinfallswinkels liegt, obwohl es sich um zwei kohärente Schallquellen handelt. Beim Betrachten der Ergebnis der Simulation in Abbildung 3 ist der Einfluss der Spiegelschallquelle bei einem Einfallswinkel von $180\,^\circ$ zu erkennen. Für tiefe Frequenzen wird der Fehler größer, da hier der Mikrofonabstand $x_m = 0{,}01\,\mathrm{m}$ klein im Vergleich zur Wellenlänge ist. Auch kann die Annahme der einfallenden ebenen Welle in diesem Frequenzbereich nicht mehr erfüllt werden. Im hohen Frequenzbereich sind kleine Artefakte in der Abbildung 5 zu finden, diese sind zurückzuführen auf die Verwendung des *CFDBF*-Algorithmus.

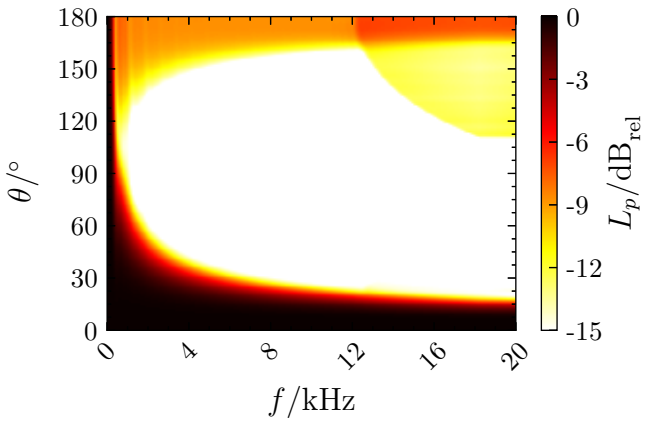

Abbildung 3: *Beamforming*-Karte der Spiegelschallquellensimulation zur Bestimmung des Schalleinfallswinkels mit $M = 32$ und $\theta = 0\,°$.

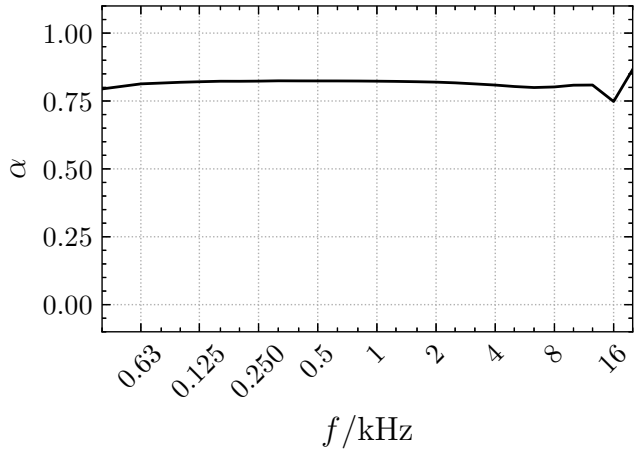

Abbildung 4: Terzgefilterter Absorptionsgrad als Ergebnis der Spiegelschallquellensimulation. Auswertung mit $M = 3$ und $x_m = 0{,}01\,\mathrm{m}$.

Das Ergebnis der Berechnung des Absorptionsgrades mit Gleichung (7) im In-situ-Verfahren mit drei Mikrofonen für ein simuliertes Schallfeld ist in Abbildung 4 dargestellt. Das Ergebnis verdeutlicht die Funktionalität des Mikrofonarray-Verfahrens, da es mit dem Eingabeparameter von $\alpha = 0{,}8$ übereinstimmt.

Zur Bestimmung der Grenzen und der Genauigkeit des in dieser Arbeit vorgestellten Verfahrens, wird das Ergebnis der Messung für einen Schalleinfallswinkel von $0\,°$ im Vergleich zur standardisierten Messmethode im Impedanzrohr in Abbildung 6 vorgestellt. Das Ergebnis der Mikrofonarray-Messung wurde mit drei Mikrofonen bestimmt, da somit die Handhabung für eine In-situ-Messung gewährleistet ist. Der Verlauf des Absorptionsgrades stimmt mit dem Ergebnis der Impedanzrohrmessung überein. Der Absorptionsgrad wächst mit der Frequenz an. Im Frequenzbereich von 125 Hz bis 500 Hz erreicht der Absorptionsgrad aus der In-situ-Messung minimal größere Werte. Ab 10 kHz fällt der Absorptionsgrad ab, hier erreicht der Algorithmus seine Grenzen.

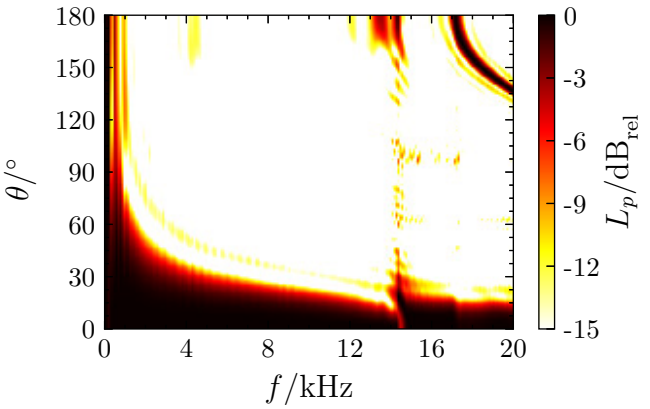

Abbildung 5: *Beamforming*-Karte der Messung zur Bestimmung des Schalleinfallswinkels mit $M = 32$ und $\theta = 0\,°$.

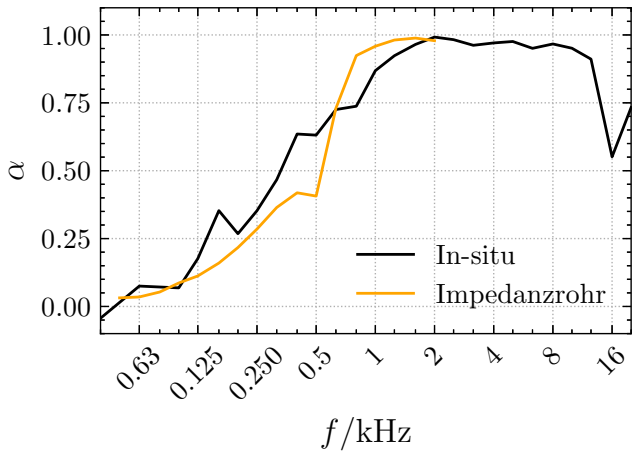

Abbildung 6: Terzgefilterter Absorptionsgrad der porösen Materialprobe für einen Schalleinfallswinkel von $0\,°$. Auswertung mit $M = 3$ und $x_m = 0{,}01\,\mathrm{m}$.

In Abbildung 7 ist das Ergebnis einer Schalleinfallswinkelbestimmung für $49\,°$ dargestellt. Der dazugehörige Verlauf des Absorptionsgrades ist in Abbildung 8 aufgeführt. Im Vergleich zum senkrechten Schalleinfall erreicht der Absorptionsgrad ein geringeren Maximalwert von 0,9. Im hohen Frequenzbereich fällt der Verlauf des Absorptionsgrades bereits schneller ab, nachdem dieser einen konstanten Wert erreicht.

Zusammenfassung

Ein Verfahren zur Bestimmung des winkelabhängigen Absorptionsgrades in einer In-situ-Messung wurde vorgestellt. Dafür wurde eine Simulation des Schallfeldes über einem Absorber mit dem Spiegelschallquellenmodel und eine Messung im reflexionsfreien Raum durchgeführt. Auf Grundlage der Kreuzspektralmatrix und dem *CFDBF*-Algorithmus wurde eine winkelabhängige *Beamforming*-Karte erstellt. Aus dieser konnte mit der Lokalisation des Maximums der Schalleinfallswinkel bestimmt werden.

Die Simulationsergebnisse für den Absorptionsgrad bestätigen die Funktionalität des Algorithmus. Seine

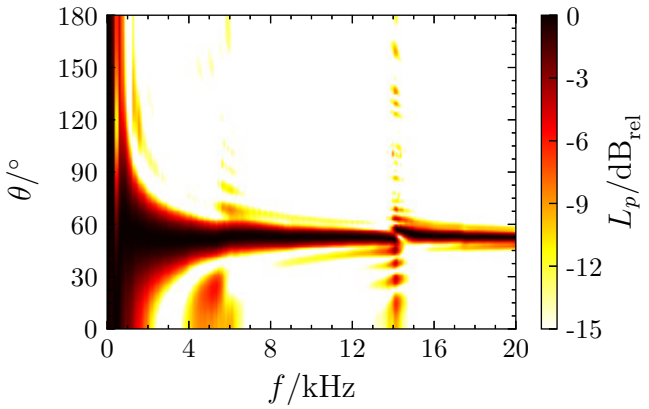

Abbildung 7: *Beamforming*-Karte der Messung zur Bestimmung des Schalleinfallswinkels mit $M = 32$ und $\theta = 49\,°$.

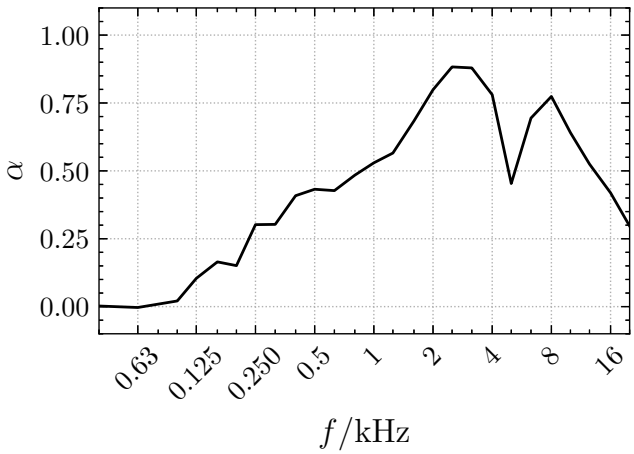

Abbildung 8: Terzgefilterter Absorptionsgrad der porösen Materialprobe für einen Schalleinfallswinkel $\theta = 49\,°$. Auswertung mit $M = 3$ und $x_m = 0{,}01\,\mathrm{m}$.

Grenze im hohen Frequenzbereich konnte anhand der Messergebnisse festgestellt werden. Bei einem Schalleinfallswinkel von 0 ° wurde der Algorithmus durch einen Vergleich mit einer Impedanzrohrmessung auf seine Genauigkeit hin getestet. Eine hohe Übereinstimmung der Ergebnisse konnte festgestellt werden. Des Weiteren wurde ein Messergebnis für einen schrägen Schalleinfall präsentiert.

Literatur

[1] ISO 10534:1998. *Acoustics - Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes.* International Organization for Standardization, Schweiz.

[2] ISO 354:2003. *Acoustics - Measurement of sound absorption in a reverberation room.* International Organization for Standardization, Schweiz.

[3] Yeon June Kang und Eui Seok Hwang. Beamforming-based partial field decomposition in NAH. *Journal of Sound and Vibration*, 314(35):867-884, Juli 2008.

[4] R. Merino-Martínez, P. Sijtsma, M. Snellen, et al. A review of acoustic imaging methods using phased microphone arrays. *CEAS Aeronautical Journal*, 10(1): 197-230, März 2019.

[5] E. Mommertz. Angle-dependent in-situ measurements of reflection coefficients using a subtraction technique. *Applied Acoustics*, 46(3):251-263, 1995.

[6] Ennes Sarradj. Three-Dimensional Acoustic Source Mapping with Different Beamforming Steering Vector Formulations. *Advances in Acoustics and Vibration*, 2012(292695):1-12, 2012.

[7] Ennes Sarradj und Gert Herold. A Python framework for microphone array data processing. *Applied Acoustics*, 116:50-58, Januar 2017.

[8] Jong Cheon Sun, Chang Woo Shin, Hyung Jun Ju, et al. Measurement of the normal acoustic impedance using beamforming method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23(8):2169-2178, August 2009.