Schallfeldextrapolation mit Mikrofonarrays

Volker Becker[1], Christof Puhle[1] und Dirk Döbler[1]
[1] GFaI e.V., 12489, Berlin, Deutschland, Email: becker@gfai.de

Einleitung

Die akustische Holographie gewann in den letzten Jahrzehnten zunehmend an Bedeutung. Etablierte Methoden sind z.B. die HELS-Methode, die auf einer Entwicklung nach Kugelflächenfunktionen basiert [8] und die akustische Nahfeld-Holographie, welche häufig zur Erfassung von Oberflächenschwingungen verwendet wird [3]. In dieser Arbeit nutzen wir eine kürzlich von C. Puhle entwickelte Methode [5, 6], die auf der sphärischen Integration basiert (SIFAH Methode).

Diese Methode wird genutzt, um mit einem Mikrofonarray vermessene Schallfelder, welche von Fahrzeugen in einem Prüfstand erzeugt werden, zu extrapolieren. Die Ergebnisse wurden mit realen Messungen an den entsprechenden Positionen verglichen. Weiterhin wurde der Algorithmus genutzt, um die Außengeräuschemmision einer Vorbeifahrt in einem Prüfstand zu simulieren. Da der Prüfstand ein reflexionsarmer Halbraum ist, mussten Bodenreflexionen berücksichtigt werden. Die Resultate dieser Simulation wurden mit den Resultaten des PAK-System von Müller-BBM [7] verglichen, welches ein etabliertes System für Vorbeifahrtssimulationen ist. Während bei Messungen mit dem PAK-System ein lineares Mikrofonarray in dem Abstand vom Fahrzeug platziert wird, von dem aus die Vorbeifahrt bei einer Außenprüfstandsmessung beobachtet werden würde (typischerweise 7,5m), können mit der hier vorgestellten Methode alle Messungen nahe am Fahrzeug durchgeführt werden. Dies erlaubt es, den Prüfstand in kleineren Räumen zu installieren. Allerdings benötigt man eine signifikant höhere Anzahl an Mikrofonen, um die SIFAH-Methode zu nutzen.

Spherical integration far field acoustic holography (SIFAH)

In dieser Arbeit wird die von C. Puhle entwickelte Methode der akustischen Fernfeldholografie mittels sphärischer Integration verwendet (SIFAH) [5, 6]. Dabei wird angenommen, dass sich alle Schallquellen in einer Kugel mit Radius R_0 befinden. Wäre das komplette Schallfeld auf der Kugeloberfläche bekannt, könnte man unter Freifeldbedingungen prinzipiell das gesamte Schallfeld außerhalb der Kugel berechnen. Zu diesem Zweck wird das Schallfeld $p(r, \theta, \phi, \omega)$ im Frequenzraum nach Kugelflächenfunktionen entwickelt:

$$p(r, \theta, \phi, \omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} A_{lm} \mathrm{H}_l^{(2)}(kr) \mathrm{Y}_l^m(\theta, \phi), \qquad (1)$$

wobei Y_l^m die Kugelflächenfunktion vom Grad l und Ordnung m, A_{lm} die entsprechenden Entwicklungskoeffizienten, H_l die Hankel-Funktion vom Grad l ist und ω die Kreisfrequenz darstellt. Mit $k = \omega/c$ wird die Wellenzahl bezeichnet. Im Prinzip könnten die Koeffizienten A_{lm} aus dem Skalarprodukt der Kugelflächenfunktionen und dem Schallfeld auf der Kugeloberfläche berechnet werden:

$$A_{l,m}(k) = \mathrm{H}_l^{(2)}(kR_0) \int_\Omega \mathrm{d}\Omega \; f(\theta, \phi, k) \mathrm{Y}_l^{*m}(\theta, \phi). \qquad (2)$$

In der Praxis kann man das Schallfeld jedoch nur an endlich vielen Positionen messen, welche nicht immer exakt auf der Kugeloberfläche liegen werden. Wie man dennoch eine gute numerische Näherung für (2) berechnen kann, wird in [5] und [6] ausführlich behandelt. In den folgenden Kapiteln wird der SIFAH-Algorithmus im Wesentlichen als Black-Box behandelt, Implementierungsdetails werden nur dann erwähnt, wenn es sich nicht vermeiden lässt.

Auswertung der SIFAH-Daten

Das Schallfeld wird durch ein Mikrofonarray aufgezeichnet. Die aufgezeichneten Daten werden dann zusammen mit $M \in \mathbb{N}$ Zielpositionen $\mathbf{r}_i, i \in \{i \leq M | i \in \mathbb{N}\}$ an das SIFAH-Modul übergeben. Das SIFAH-Modul unterteilt die Zeitsignale in überlappende Blöcke der Länge $L \in \{2^n | n \in \mathbb{N}\}$, führt eine FFT dieser Blöcke durch und extrapoliert mittels des SIFAH-Algorithmus das Schallsignal für jede der Zielpositionen. Das Resultat ist eine Reihe von Spektren, die als Kurzeit-Fourier-Transformation (STFT) des Schallsignals am Zielort interpretiert werden.

Wir verwenden folgende Bezeichnungen: Mit $\mathbf{B}_i(\mathbf{r}) \in \mathbb{C}^N$ wird der i'te Block des SIFAH-Resultats für die Position $\mathbf{r}$ benannt. $B_{i,n}$ ist der n'te Koeffizient des i'ten Block und t_i ist der zur Mitte des i'ten Blocks gehörende Zeitpunkt.

Als Maß für den Geräuschpegel nutzen wir den A-bewerteten RMS-FAST (siehe [4, chapter 2]), wie es in der ISO 362-1:2007 für Vorbeifahrtsmessungen verlangt wird. Diese Größe ist wie folgt definiert:

$$p(t)^2_{(\mathrm{A})} = \frac{1}{\tau} \int_0^\infty \mathrm{d}t' \; p^2_{(A)}(t - t') e^{-\frac{t'}{\tau}} \qquad (3)$$

Es gilt: $\tau = 125\mathrm{ms}$.

Extrapolation von Schallpegeln zu festen Positionen

Mithilfe des Parsevalschen Theorems kann der A-bewertete Effektivwert zum Zeitpunkt t_i innerhalb eines Frequenzbandes, das den Indizes $k_{\min}, k_{\max}$ im Spektrum des i'ten Blockes entspricht, mit der Gleichung

$$p_{(\mathrm{A})}(t_i, \mathbf{r})^2 = \sum_{k_{\min}}^{k_{\max}} |A(k) B_{i,k}(\mathbf{r})|^2 \qquad (4)$$

bestimmt werden. Dabei ist $A(k) \in \mathbb{R}$ der A-Bewertungsfaktor für den k'ten Koeffizienten. Mithilfe einer diskreten Variante von (3) kann nun der RMS-FAST approximiert werden:

$$p(t)^2_{(A)} = \frac{1}{N_\mathrm{f}} \sum_{i=1}^{Q(t)} \left(p_\mathrm{A}(t_i, \mathbf{r})^2\right) e^{-\frac{t-t_i}{\tau}}, \; N_f = \sum_{i=1}^{Q(t)} e^{-\frac{t-t_i}{\tau}}. \tag{5}$$

Der Wert $Q(t) \in \mathbb{N}$ ist die größtmögliche ganze Zahl, für die gilt $t_Q \leq t$.

In Simulationen haben wir gesehen, dass der A-bewertete Pegelschrieb unter Freifeldbedingen auf diese Weise sehr gut reproduziert wird. Unter realen Bedingungen in einem reflexionsarmen Halbraum wurden Abweichungen zwischen gemessenen und extrapolierten Signalen jedoch signifikant. Es stellte sich heraus, dass wir Bodenreflexionen berücksichtigen müssen. Dazu wird zusätzlich zu der Extrapolation an den Ort $\mathbf{r}$ auch zu dem am Boden gespiegelten Ort $\mathbf{r}'$ extrapoliert. Das SIFAH-Resultat für diesen Ort bezeichnen wir mit $\mathbf{B}' = \mathbf{B}(\mathbf{r}')$. Die Spektren $\mathbf{B}'$ stellen unter der Voraussetzung eines schallharten Bodens die STFT des reflektierten Signals dar.

Das resultierende Leistungsspektrum für den i'ten Block $\mathbf{B}^\mathrm{R}_i$ ist dann die Summe der Leistungsspektren des direkt einfallenden Signals, des reflektierten Signals und des entsprechenden Interferenzterms. Letzteren vernachlässigen wir hier, da die Phasenfehler, welche im SIFAH-Algorithmus auftreten, zu groß sind, um konstruktive und destruktive Interferenz korrekt wiederzugeben. Wir nehmen also an, dass das reflektierte und das direkt einfallende Signal inkohärent sind. Zusätzlich führen wir einen frequenzabhängigen Reflexionskoeffizienten $\alpha \in \{\mathbb{C} \mid |\alpha| \leq 1\}$ ein. Das resultierende Leistungsspektrum kann dann mittels:

$$|B^\mathrm{R}_{i,k}|^2 = |B_{i,k}|^2 + |\alpha(k)|^2 |B'_{i,k}|^2 \tag{6}$$

berechnet werden. Die Frequenzabhängigkeit des Reflexionskoeffizienten wurde bei Kalibrierungsmessungen untersucht. Details dazu sind in [1] zu finden. Es stellte sich heraus das folgendes Modell eine gute Näherung darstellt:

$$\alpha(f) = \begin{cases} 1.0 & \text{for} \quad f < f_l \\ 1 - \frac{(f-f_l)}{(f_u - f_l)} & \text{for} \quad f_l \leq f < f_u \\ 0.0 & \text{for} \quad f \geq f_u \end{cases}. \tag{7}$$

Qualitativ ist dieses Resultat ähnlich zu Modellen welche die Reflexion an rauen Oberflächen [2] beschreiben.

Quantifizierung der Abweichungen

Um die Abweichungen der SIFAH-Resultate von den Referenzmessungen zu quantifizieren, wird im Folgendem ein Maß eingeführt. Sei $S \in \mathbb{R}^N$ die mittels SIFAH berechnete Zeitreihe des extrapolierten Effektivwerts nach (5) und $R \in \mathbb{R}^N$ die entsprechende Zeitreihe, die sich aus einer Referenzmessung ergibt. Weiterhin definieren wir $D_i^2 = |S_i^2 - R_i^2|$ und $R_\mathrm{max} = \max(R_1, ..., R_N)$,

$$\epsilon_i := \epsilon(R^2_\mathrm{max}, D_i^2) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{R^2_\mathrm{max} + D_i^2}{R^2_\mathrm{max}}\right) \geq 0 \tag{8}$$

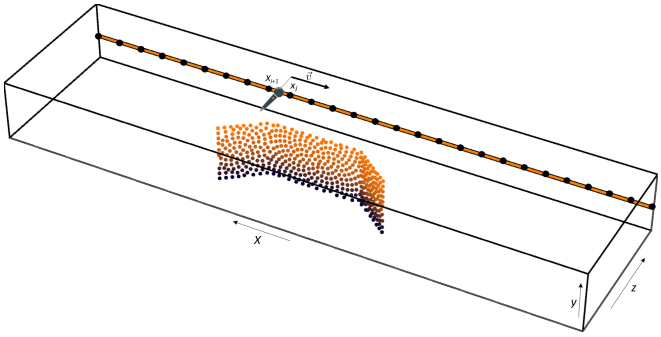


Abbildung 1: Für die Simulation einer Vorbeifahrt wird das Schallfeld mit dem Mikrofonarray erfasst und zu den Positionen x_i innerhalb des orangen Streifens extrapoliert. Entlang dieses Streifens bewegt sich ein gedachtes Mikrofon mit der Geschwindigkeit des Fahrzeugs im Teststand.

als Maß für die Abweichungen zwischen beiden Signalen. Dieses Maß berücksichtigt, dass die relativen Abweichungen nahe des Maximums der Kurve für die praktische Anwendung am relevantesten sind. Weiterhin definieren wir die maximale Abweichung:

$$\epsilon_\mathrm{max} = \epsilon\left(R^2_\mathrm{max}, \max(D_i^2)\right) \tag{9}$$

und die mittlere Abweichung

$$\bar{\epsilon} = \epsilon\left(R^2_\mathrm{max}, \frac{1}{N}\sum_i D_i^2\right). \tag{10}$$

Gleichung (10) lässt sich so interpretieren, als wären die Abweichungen D_i zwischen Extrapolation und Referenz (immer) die Abweichung am Maximum des Referenzsignals.

Extrapolation des Schallpegels für einen bewegten Beobachter

In diesem Kapitel zeigen wir, wie man die Vorbeifahrt eines Fahrzeugs mit SIFAH simuliert. Bei einer realen Vorbeifahrtsmessung im Freien wird der Schallpegel in $1,2$ Meter Höhe und $7,5$ Meter Abstand von der Straßenmitte aus aufgenommen. Die Aufzeichnung des Pegels beginnt, wenn das Fahrzeug 15m vom Beobachter entfernt ist und endet nach 30m Fahrstrecke. Für die Zulassung in der Europäischen Union darf der Maximalpegel während einer Vorbeifahrt mit maximaler Beschleunigung, beginnend mit einer Geschwindigkeit von 50km/h, einen gesetzlich vorgegebenen Schwellwert nicht überschreiten.

Um solch eine Vorbeifahrt zu simulieren, berechnen wir den A-bewerteten RMS-FAST, wie ihn ein in 7.5m Entfernung, mit der Geschwindigkeit $v_m(t) = -v_v(t)$, vorbeifahrendes, virtuelles Mikrofon sehen würde. Hierbei ist $v_v(t)$ die Geschwindigkeit des Fahrzeugs auf dem Prüfstand.

Als erstes werden mit dem SIFAH-Algorithmus die STFT-Blöcke, bestehend aus Q Spektren, an M Positionen x_j bestimmt. Diese Positionen sind gleichmäßig über das Intervall $[-15\mathrm{m}, 15\mathrm{m}]$ (siehe Abb. 1) verteilt. Die Position $x(t)$ des imaginären Mikrofons ergibt sich durch Integration aus der Geschwindigkeit. Analog zur

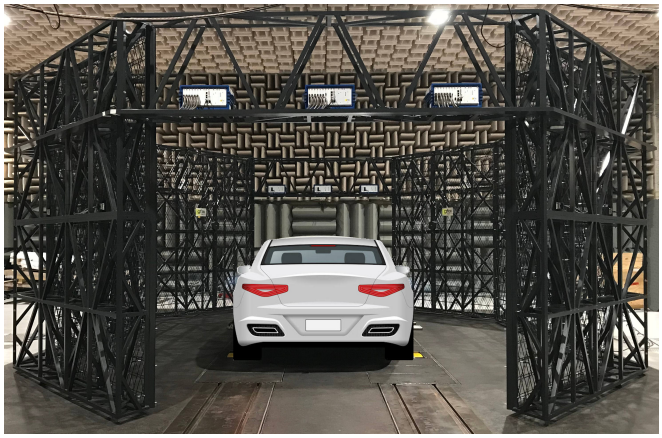


Abbildung 2: Anordnung des Mikrofonarrays in dem Prüfstand. Das vom Fahrzeug erzeugte Schallfeld wird mit 864 Mikrofonen vermessen, 432 auf jeder Seite des Fahrzeugs. Das abgebildete Fahrzeug ist ein künstlich eingefügtes Symbolbild.

Bestimmung des A-gewichteten Schallpegels nutzen wir

$$p_{m(A)}(t_i) = \sum_{k_{\min}}^{k_{\max}} A(k)\left(w_1 B_{i,k}(x_j) + w_2 B_{i,k}(x_{j+1})\right) \tag{11}$$

um den A-bewerteten RMS-FAST aus der Perspektive des imaginären Mikrofons zu berechnen. Der Index j wird dabei so gewählt, dass $x_j < x(t_i) \leq x_{j+1}$ gilt. Mit den Faktoren

$$w_1 = \frac{|x_m(t_s) - x_{j+1}|}{|x_j - x_{j+1}|} \text{ und } w_2 = \frac{|x_m(t_s) - x_j|}{|x_j - x_{j+1}|}, \tag{12}$$

werden die Beiträge der Blöcke an den extrapolierten Positionen bezüglich ihres Abstandes von dem virtuellem Mikrofon gewichtet.

Messungen

Alle Messungen wurden mit einer Abtastrate von 48kHz durchgeführt. Die Länge der FFT-Blöcke betrug $N = 4096$ Samples. Auf jeden Block wurde im Zeitbereich ein von Hann-Fenster angewendet. Die minimale Überlappung pro Block betrug 80% und der maximale Grad des SIFAH-Algorithmus wurde auf $l = 35$ festgelegt. Das ausgewertete Frequenzintervall umfasste, soweit nichts anderes erwähnt wird, $44,7$ Hz bis $3558,0$ Hz. Als erstes wurde eine Kalibrierung bezüglich des Reflexionskoeffizienten vorgenommen. Wie in [1] beschrieben fanden wir $f_l = 270$ Hz und $f_u = 1793$ Hz als Parameter für das Modell (7). In Bild 2 wird das verwendete Mikrofonarray gezeigt, welches in einem reflexionsarmen Halbraum mit einem Fahrzeugprüfstand aufgebaut ist. Das Array besteht aus 864 Mikrofonen deren Positionen so optimiert sind, dass es sowohl präzise Auswertungen mit klassischem Beamforming als auch den Einsatz für SIFAH erlaubt. Im SIFAH-Modus ist es für Frequenzen bis zu etwa 3000 Hz ausgelegt. In dem Prüfstand ist das PAK-System von Müller-BBM installiert. Dieses ist ein etabliertes Messsystem zur Simulation von Vorbeifahrten. Hierbei sind auf beiden Seiten des

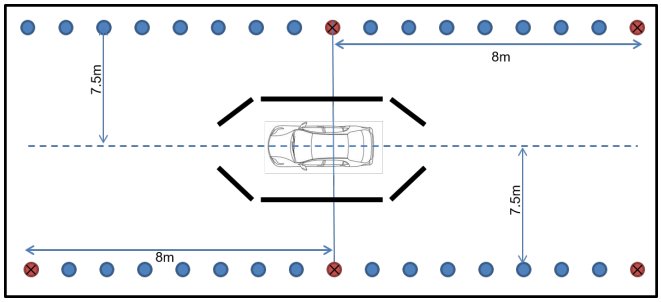


Abbildung 3: Skizze des Messaufbaus. Die Schallquelle ist vom Mikrofonarray umgeben. Im Abstand von 7.5 m und in 1.5m Höhe sind links und rechts des Fahrzeugs die Mikrofone des PAK-Systems aufgestellt(Kreise). Zusätzliche Messmikrofone des Typs PCB 130c20 wurden direkt neben vier der PAK-Mikrofone platziert.

Fahrzeugs in 7.5m Entfernung jeweils 17 Mikrofone platziert. Zusätzlich wurden 4 Messmikrofone des Typs PCB 130c20 an dem vorderen linken, dem mittleren linken, dem mittleren rechten und dem hinteren rechten PAK-Mikrofon als Referenz aufgestellt (siehe Abb. 3).

Die Schallpegel an diesen vier Mikrofon-Positionen wurden mittels SIFAH extrapoliert und mit den Messungen der PAK Mikrofone sowie den PCB130c20 Mikrofonen verglichen. Zur Validierung/Verifizierung der Ergebnisse wurde die PAK PASS-BY 2.0 Software als Referenz herangezogen.

Es wurden an verschiedenen Tagen Messungen an insgesamt vier Fahrzeugen durchgeführt, welche im Folgenden mit F1, F2, F3 und F4 bezeichnet werden. Für jedes dieser Fahrzeuge wurden die folgenden Messungen durchgeführt: beschleunigte Vorbeifahrten mit Vollgas startend bei 50 km/h 50 km/h - 5 Wiederholungen pro Fahrzeug und Vorbeifahrten mit konstanten Geschwindigkeiten von 30 km/h, 50 km/h und 70 km/h - jeweils 2 Wiederholgen pro Fahrzeug. Insgesamt basiert unsere Verifikation damit auf 44 Messreihen.

Resultate

Bild 4 zeig einen Vergleich der mit SIFAH extrapolierten Pegel mit den gemessenen Pegeln an den in Bild 3 markierten Positionen. An jeder dieser Position waren, wie oben geschrieben, zwei Mikrofone direkt nebeneinander aufgestellt. Dadurch stehen uns zwei Referenzmessungen pro Position zur Verfügung. Die Abweichungen der Pegel der SIFAH-Extrapolation zu den Pegeln der Referenzkurven haben dieselbe Größenordnung wie die Abweichungen der Pegel der beiden Mikrofone untereinander, was eine sehr gute Übereinstimmung darstellt.

Bild 5 zeigt einige Pegelschriebe der mit SIFAH simulierten Vorbeifahrten im Vergleich zu der entsprechenden PAK-Simulation. Die restlichen Kurven sehen ähnlich aus, können hier aber aus Platzgründen nicht gezeigt werden. Die Abweichungen der Kurven nach dem Referenzmaß (10) lagen bei maximal 1.01 dB(A) meist jedoch deutlich darunter. Die größte Abweichung des Schallemmisionskennwert vom SIFAH Wert betrug 0.7 db(A) und lag typischerweise deutlich unter 0.5dB(A). Für die be-

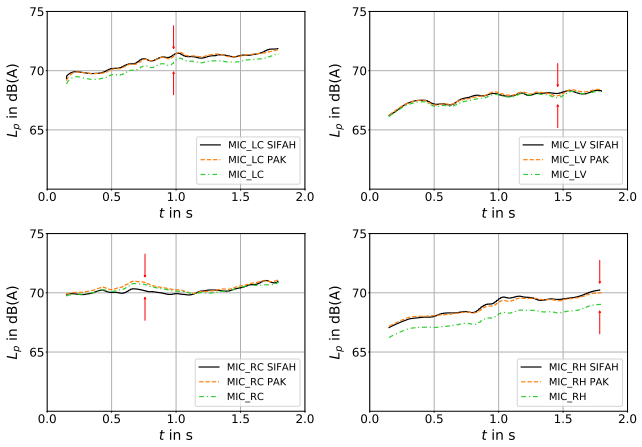


Abbildung 4: Vergleich der mit SIFAH extrapolierten Pegelschriebe für Fahrzeug F1 mit den Pegelschrieben welche aus Messungen mit den Referenzmikrofonen (PAK und PCB130c20) erstellt wurden. Dargestellt sind die Pegelschriebe für die Positionen Links-Mitte, Links-Vorne, Rechts-Mitte, Rechts-Hinten. von links oben nach rechts unten. Die Pfeile markieren den Sample mit der größten Abweichung.

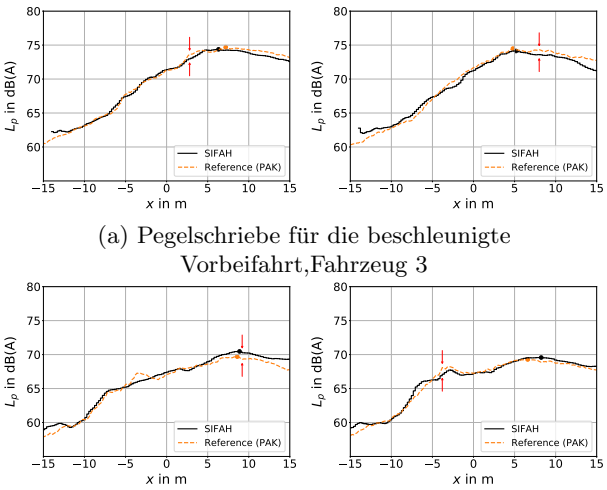
schleunigten Vorbeifahrten sind die, über die Wiederholungen gemittelten, Maximalpegel in Tabelle 1 angegeben. In [1] sind alle Werte zu finden. Insgesamt kann man feststellen, dass SIFAH und PAK zu äquivalenten Resultaten führen.

Tabelle 1: Maximalpegel für die beschleunigte Vorbeifahrt in dB(A) (gemittelt)

Fahrzeug	Links		Rechst	
	SIFAH	PAK	SIFAH	PAK
F1	71.26	71.07	70.81	70.77
F2	71.69	71.42	70.93	70.76
F3	74.50	74.24	74.38	74.15
F4	70.36	70.90	70.10	70.40

Zusammenfassung

Wir haben demonstriert, dass die SIFAH-Methode [5, 6] geeignet ist, den Schalldruckpegel aus Messdaten, welche Nahe an einem Fahrzeug ausgenommen wurden, in moderate Entfernungen zu extrapolieren. Dazu wurde ein aus 864 Mikrofonen bestehendes Array verwendet, das sowohl für herkömmliches Beamforming als auch für SIFAH (bis ca. 3kHz) verwendet werden kann. Zur Verifikation der Schallfeldextrapolation wurden Referenzmessungen hinter dem Mikrofonarray durchgeführt. Wir fanden sehr gute Übereinstimmung, die Abweichungen lagen in der Größenordnung von einem Dezibel. Es wurde gezeigt, dass man mit SIFAH die Lärmemission einer Vorbeifahrt simulieren kann. Dafür wurde die Geräuschentwicklung mehrerer Fahrzeuge in einem Prüfstand gemessen. Die mit SIFAH bestimmten Pegelschriebe der Vorbeifahrtskurven sind nahezu äquivalent.



(a) Pegelschriebe für die beschleunigte Vorbeifahrt,Fahrzeug 3

(b) Pegelschriebe für die beschleunigte Vorbeifahrt,Fahrzeug 4

Abbildung 5: Mit SIFAH simulierte Vorbeifahrtspegelschriebe im Vergleich zu den Ergebnissen des PAK-Systems. Die Kurven in der linken Spalte stehen für den linken Vorbeifahrtspegel und die auf der rechten Seite für den Pegel, der rechts des Fahrzeugs aufgenommen wurde. Die Pfeile markieren den Sample mit der größten Abweichung und die Kreise das jeweilige Maximum der Kurven.

Literatur

[1] V. Becker, C. Puhle, A. Jahnke, and D. Döbler. "Sound field extrapolation with microphone arrays." In *Proceedings of the 8th Berlin Beamforming Conference, 2 - 3 March 2020*. GFaI, Gesellschaft zu Förderung angewandter Informatik e.V., Berlin, 2020.

[2] C. Eckart. "The scattering of sound from the sea surface." *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25, 566, 1953. doi:10.1121/1.1907123. URL `https://doi.org/10.1121/1.1907123`.

[3] S. I. Hayek. *Nearfield Acoustical Holography*, pages 1129–1139. Springer New York, New York, NY, 2008. ISBN 978-0-387-30441-0. doi:10.1007/978-0-387-30441-0_59. URL `https://doi.org/10.1007/978-0-387-30441-0_59`.

[4] M. Möser. *Messtechnik der Akustik*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.

[5] C. Puhle. "Spherical integration in acoustical holography." In *Inter-Noise 2019*. 2019.

[6] C. Puhle. "Spherical acoustical holography using planar microphone arrays." In *Proceedings of the 8th Berlin Beamforming Conference, 2 - 3 March 2020*. GFaI, Gesellschaft zu Förderung angewandter Informatik e.V., Berlin, 2020.

[7] Y. Ryu. "The optimum array design for the indoor simulated pass-by noise measurement system." In *Sound and Vibration International Congress*. 2005.

[8] S. F. Wu. *The Helmholtz Equation Least Square Methods*. Springer, 2015.