

DFEM-Schalleistungsbestimmung an frei schwingenden Streifenstrahlern

Gerhard Hübner*, Burghard Kienzle**, Volker Wittstock*, André Gerlach**

*ITSM, Universität Stuttgart, **Robert Bosch GmbH

1 Einleitung

Die Direkte Finite Elemente Methode (DFEM) ist ein Verfahren zur Ermittlung der von Schallquellsystemen insgesamt abgestrahlten Schalleistung direkt aus den Quellstärken, der Phasenlage der Quellen zueinander und der Geometrie der Anordnung.

Theoretisch entwickelt wurde die DFEM für linienförmige und flächige Strahler, sowohl eingebettet als auch frei im Raum schwingend [1], [2], [3] als auch für dreidimensional ausgedehnte geschlossene Oberflächen [1], [4]. Sowohl die eingebettet schwingenden Strahler als auch die dreidimensional ausgedehnten geschlossenen Oberflächen wurden dabei durch Monopolanordnungen und die frei schwingenden Strahler durch Dipolanordnungen modelliert [3]. Experimentelle Verifizierungen erfolgten sowohl für eingebettet schwingende ebene Strahler [5] als auch für den dreidimensionalen Fall [4].

Ausschließliches Anwendungsgebiet des Verfahrens war bislang die Schallabstrahlung schwingender Festkörper. Um auch andere Schallerzeugungsmechanismen modellieren zu können, insbesondere die aerodynamische Schallgenerierung, wurden nun in einer Diplomarbeit [6] die Arbeiten zu den Dipolen wieder aufgegriffen und fortgeführt. Dazu wird die Schalleistung streifenförmiger frei im Raum schwingender Körperschallstrahler betrachtet und durch Luftschallmessungen verifiziert.

2 Der DFEM-Algorithmus angewendet auf Dipole

Die von N Schallquellen abgestrahlte Schalleistung lässt sich durch Anwendung des Superpositionsprinzips darstellen als Summe der Einzelleistungen P_i und der Wechselwirkungsleistungen P_{ij} [1]

$$P = \sum_{i=1}^N P_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \sum_{j=1}^N P_{ij} \quad (1)$$

Nach [1] lässt sich die Schalleistung eines einzelnen in den Vollraum abstrahlenden Dipols sowie die Wechselwirkungsleistung zweier achsparalleler Dipole, die sich in der selben Ebene befinden, durch

$$\text{Einzelschalleistung} \quad P_i = \rho c \tilde{D}_i^2 \left(\frac{k^4}{12\pi} \right) \quad (2)$$

$$\text{Wechselwirkungsschalleistung} \quad P_{ij} = 2\sqrt{P_i P_j} \frac{1}{(k d_{ij})^3} \cdot (\sin(k d_{ij}) - k d_{ij} \cdot \cos(k d_{ij})) \cos(\varphi_{ij}) \quad (3)$$

formulieren, wobei k die Wellenzahl, d_{ij} den Abstand der Dipole, \tilde{D}_i den Effektivwert des i -ten Dipolmoments und φ_{ij} den Phasenunterschied der Schwingungen bezeichnet.

Setzt man die Gleichungen (2) und (3) in Gleichung (1) ein, so erhält man die DFEM-Gleichung eines mit Dipolersatzquellen diskretisierten Streifenstrahlers:

$$P = \rho c \frac{k^4}{12\pi} (LB)^2 \cdot \left[\frac{1}{2N_x^2} \sum_{i=1}^{N_x} (\tilde{D}_i)^2 + \frac{3}{N_x^2} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=i+1}^{N_x} \tilde{D}_i \tilde{D}_j \left(\frac{\sin(k d_{ij})}{(k d_{ij})^3} - \frac{\cos(k d_{ij})}{(k d_{ij})^2} \right) \cos(\varphi_{ij}) \right] \quad (4)$$

Hierbei ist N_x die Anzahl der Diskretisierungsstellen; mit L und B sind die Länge und Breite des Streifens bezeichnet.

Die Schalleistung nach Gleichung (4) ist eine Approximation, deren Güte von der Reduzierung der folgenden Fehler abhängt:

1. Diskretisierungsabhängiger Fehler, der durch eine zu grob gerasterte Abtastung der Oberflächenschnelle entsteht.

2. Modellabhängiger Fehler, der aus der Tatsache resultiert, dass es sich hier nicht um den Idealfall einer linearen Anordnung von Dipolen handelt, sondern um die numerische Approximation eines konkreten Abstrahlproblems.

Der Diskretisierungsfehler allein kann durch Vergleich von mit verschiedenen Diskretisierungen erzielten Ergebnissen bestimmt werden. Mit einer nachweislich ausreichenden Diskretisierung kann dann eine DFEM-Schalleistung an konkret vorliegenden Quellen ermittelt und mit dem Ergebnis einer Intensitäts - Schalleistungsbestimmung verglichen werden. Die dabei auftretenden Abweichungen sind dann durch die Modellbildung verursacht.

3 Einfluss der Diskretisierung

Zur Bestimmung der erforderlichen Diskretisierung wurden DFEM-Berechnungen mit verschiedenen Diskretisierungen N_x durchgeführt. Die modellierte Quelle war dabei ein allseitig abstrahlender schwingender Streifen verschiedener Schwingungsordnungen n . Bestimmt wurde jeweils die Änderung der Schalleistung gegenüber einem Referenzwert mit sehr hoher Diskretisierung N_{ref} :

$$L_{\Delta} = 10 \lg \left(\frac{P_{N_x}}{P_{N_{\text{ref}}}} \right) \text{ dB} \quad (5)$$

Zu untersuchen ist, bei welcher Diskretisierung N_x der Fehler nach Gl. (5) einen vorgegebenen Maximalfehler nicht mehr überschreitet. Hierfür wurden als übliche Fehlergrenzen 1 und 3 dB angesetzt.

Der durch Berechnung von P_{N_x} für verschiedene N_x bestimmte Fehler L_{Δ} hängt sowohl von der Schwingungsordnung n als auch von der Frequenz bzw. der Luftschallwellenzahl k ab (Bild 1). Mit zunehmender Schwingungsordnung n wird bei konstanter Diskretisierung der Fehler größer. Spektral ergeben sich drei verschiedene Bereiche, ein mittlerer Bereich, in dem der Fehler gering ist, ein Bereich bei höheren Frequenzen, bei dem der Fehler mit der Frequenz ansteigt und ein Bereich bei tiefen Frequenzen, wo der Fehler mit steigender Frequenz sinkt.

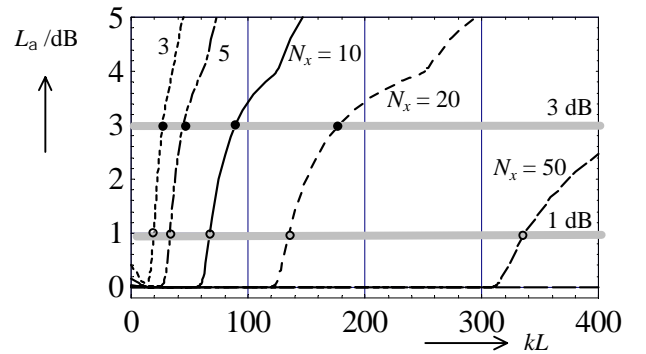


Bild 1 Diskretisierungsabhängiger Fehler L_{Δ} , $n = 0,5$, $N_{\text{ref}} = 200$.

Ein weiteres Ziel war es nun, die so erhaltenen Resultate zu systematisieren. Dazu wurden die Schnittpunkte von L_{Δ} mit den maximal zulässigen Fehlern ermittelt (in Bild 1 mit Punkten gekennzeichnet) und geeignet normiert. Es zeigte sich, dass die Zahl der jeweils erforderlichen Diskretisierungspunkte pro Schwingungsordnung erwartungsgemäß eine Funktion des Verhältnisses von Körperschall- zu Luftschallwellenlänge

$$\lambda_K / \lambda_L = k / k_K = k L / (2\pi n) \quad (6)$$

ist (Bild 2). Der lineare Abschnitt des Kurvenverlaufs wurde durch eine Gerade approximiert und Entnormierung lieferte schließlich die erforderlichen Diskretisierungen:

$$L_{\Delta} < 1 \text{ dB} \quad N_{x,\text{min}} = 0,147 k L + 0,46 n \quad (7)$$

$$L_{\Delta} < 3 \text{ dB} \quad N_{x,\min} = 0,114 k L - 0,58 n \quad (8)$$

Diese Ergebnisse stimmen sehr gut mit auf anderem Wege erzielten Resultaten [1] überein.

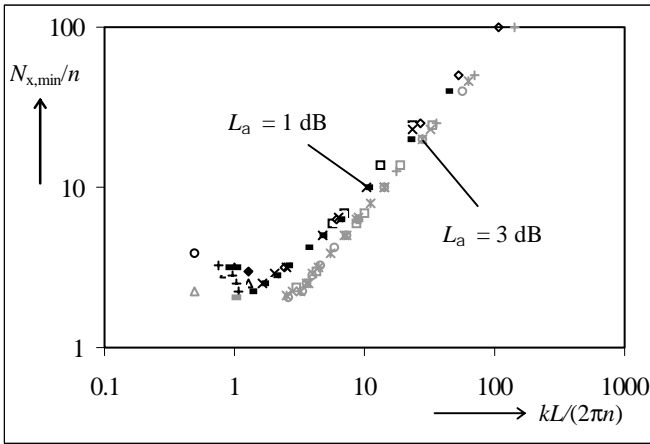


Bild 2 Abhängigkeit der notwendigen Diskretisierung vom Verhältnis der Körperschall- zur Luftschallwellenlänge.

4 Experimentelle Untersuchungen

Der durch die Modellannahmen verursachte Fehler wird experimentell bestimmt. Dazu werden an fünf verschiedenen schwingenden Stahlstreifen von 1 m Länge Messungen durchgeführt. Die Streifen hatten alle einen rechteckigen Querschnitt mit folgenden Abmessungen in cm: 5 x 1; 5 x 0,5; 5 x 0,3; 2 x 0,5; 10 x 0,5. Die aufrecht stehenden Streifen wurden an einem Ende fest eingespannt und am anderen Ende mit einem Shaker angeregt, wobei weißes Rauschen als Anregungssignal diente.

Die DFEM-Messungen wurden mit zwei Beschleunigungsaufnehmern durchgeführt und die 100 Messpunkte (1 Messpunkt pro cm) waren auf einer Linie in der Mitte des Streifens angeordnet. Die Ordnungszahlen n auf den Streifen wurden aus den Schwingungsmesswerten ermittelt und es zeigte sich, dass Kriterium (7) erfüllt war.

Für jede Teilfläche wurde das Dipolmoment am i -ten Ort aus der gemessenen Schnelle \tilde{v}_i , dem Teilflächeninhalt ΔS_i und dem akustisch wirksamen Abstand zwischen den beiden Einzelmonopolen gebildet. Für diesen Abstand wurde in Anlehnung an Ergebnisse aus [4] der Abstand entlang der Streifenoberfläche gewählt (Bild 3).

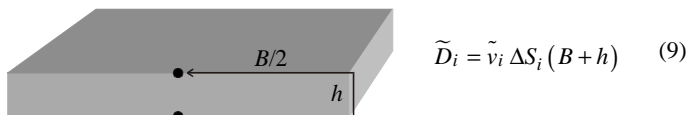


Bild 3 Zum Dipolmoment

Zur Ermittlung des Prüfvalues der Schalleistung wurde das Intensitätshüllflächenverfahren (ISO 9614-1) eingesetzt. Es wurde der gleiche Frequenzanalysator wie bei den DFEM-Messungen mit identischen Einstellungen hinsichtlich Fensterung, Bandbreite usw. eingesetzt. Der Mikrofonabstand betrug 12 mm und es wurden 72 Messpunkte auf der Hüllfläche verwendet. Die Genauigkeit der Schalleistungsbestimmung wurde durch die Überprüfung der Kriterien aus ISO 9614-1 als Klasse 2 Messung eingestuft.

Der Vergleich der Ergebnisse (Bild 4) zeigt, dass im Gültigkeitsbereich der eindimensionalen DFEM (entsprechend $\lambda > 2B$, hier unter 2 kHz) eine recht gute Übereinstimmung besteht. Bei höheren Frequenzen liefert die eindimensionale DFEM einen systematisch zu großen Wert, da dann die Breite des Streifens von 10 cm in die Größenordnung der Luftschallwellenlänge kommt und es sich in diesem Bereich um einen flächigen Strahler handelt, der nicht mehr durch eine Linienquelle approximiert werden kann.

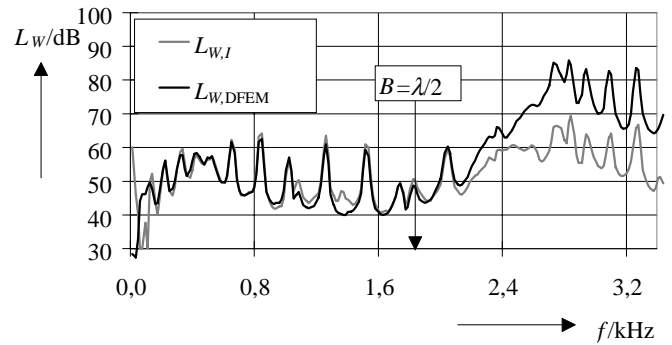


Bild 4 Schalleistung nach DFEM ($L_{w,DFEM}$) und nach Intensitätsmethode ($L_{w,I}$), $B = 10 \text{ cm}$, $h = 0,5 \text{ cm}$

Auch die für die anderen Streifen ermittelten Abweichungen

$$\Delta L_w = 10 \lg \left(\frac{P_{DFEM}}{P_I} \right) \text{ dB} \quad (10)$$

sind gering (Bild 5), insbesondere wenn man berücksichtigt, dass es sich um schmalbandige Ergebnisse mit 16 Hz Bandbreite handelt.

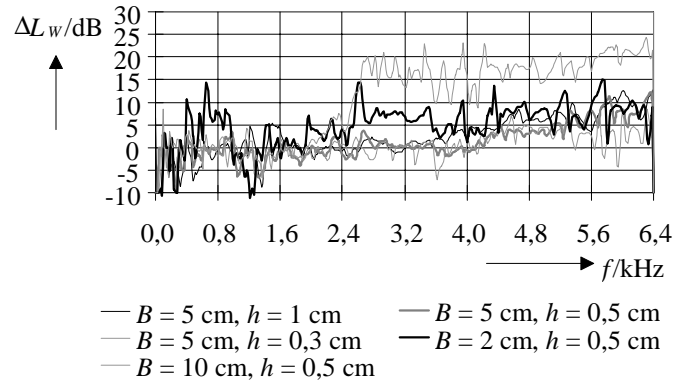


Bild 5 Abweichungen der Schalleistungsergebnisse zwischen DFEM und Intensitätsmessverfahren.

5 Zusammenfassung

Die theoretischen und experimentellen Untersuchungen haben gezeigt, dass mit der DFEM die Schallabstrahlung linienförmiger Körperschallstrahler zufriedenstellend ermittelt werden kann. Zur beabsichtigten Anwendung der DFEM auf strömungakustische Schallquellen müssen ähnliche Untersuchungen an flächig und dreidimensional ausgedehnten Dipolanordnungen durchgeführt werden.

Literatur

- [1] HÜBNER, G.; MESSNER, J.; MEYNERTS, E.; *Schallabstrahlungsberechnung mit der Direkten Finiten Elemente Methode*, Schriftenreihe Forschung der BAuA, Fb Nr. 479; Dortmund 1986, Verlag für neue Wissenschaft, Bremerhaven
- [2] HÜBNER, G.; *Eine Betrachtung zur Physik der Schallabstrahlung*, *Acustica* Vol. 75 (1991), S. 130-144
- [3] HÜBNER, G. ET. AL.; *Zur Schalleistungsbestimmung von frei im Raum schwingenden Festkörpern - Weiterentwicklung der „Direkten Finiten Elemente Methode“*. DAGA 86, S. 633-636
- [4] GERLACH, A.; *Ein Beitrag zur Erweiterung und Anwendung der Direkten Finiten Elemente Methode zur Bestimmung der abgestrahlten Luftschalleistung dreidimensional ausgedehnter Körperschallquellen*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2000
- [5] RIEGER, W.; *Entwicklung eines Meßverfahrens zur Bestimmung der abgestrahlten Luftschalleistung ebener Strahler auf der Grundlage der DFEM*, Dissertation, Universität Stuttgart, 1997
- [6] KIENZLE, B.; *Beitrag zur Erweiterung der DFEM für Dipol-Linienstrahler*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 2001